Enseñanza de la Física

Enrique Loedel

BCE

Al Prof. Walter S. Hill

afectuosamente

E. [illegible]

8/Mayo/1950

contesté

14 Junio 1950

BIBLIOTECA DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

IV

Enseñanza de la Física

BIBLIOTECA DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

EMILIO MIRA Y LÓPEZ

I. Manual de Orientación Profesional

FOWLER D. BROOKS

II. Psicología de la adolescencia

BÉLA SZÉKELY

III. Los Tests (en 2 tomos)

ENRIQUE LOEDEL

IV. Enseñanza de la Física

VOLÚMENES EN PREPARACIÓN

EUTIMIO D'OVIDIO

Enseñanza de la Química

RAÚL OSEGUEDA P.

El instinto y la educación

FAUSTO I. TORANZOS

Enseñanza de las Matemáticas

BIBLIOTECA DE CIENCIAS DE LA EDUCACION
dirigida por el Dr. Alfredo D. Calcagno

Enseñanza de la Física

por

Enrique Loedel



EDITORIAL KAPELUSZ
Moreno 372 Buenos Aires

Publicado en noviembre de 1949.

LIBRO DE EDICIÓN ARGENTINA

ÍNDICE GENERAL

PÁG.

PÁG.

PRÓLOGO

Producida la reforma de la enseñanza primaria, merced al movimiento educativo de las escuelas nuevas, que va extendiéndose progresivamente con sus altibajos característicos —aceleramientos ocasionales y regresiones transitorias—, se impone emprender decididamente la renovación que reclama la segunda enseñanza. En todos los países se advierte el mismo anhelo de que se revean los fundamentos, las orientaciones, la organización y las finalidades de la educación de los adolescentes, en sus distintos aspectos, tanto en la escuela media propiamente dicha —los colegios o liceos llamados comúnmente de enseñanza secundaria— como en la escuela normal y en las escuelas e institutos especiales; es decir, desde los estudios tradicionalmente desinteresados del bachillerato, preparatorios de la enseñanza superior, y los diversamente profesionales y técnicos —del magisterio, la minería, la agricultura, la ganadería y todas las otras industrias, el comercio, la aviación, la marina, los ferrocarriles y transportes, las telecomunicaciones, etc.—, hasta los de las bellas artes, al par desinteresados y profesionales.

Más que emprender o ensayar otros cambios e innovaciones en los planes de estudios —que podrían tender a ampliar el ciclo medio o a darle la ya consagrada orientación humanista, a modificar la sucesión de las materias o a seleccionar y completar las enseñanzas, a atender las exigencias de la industrialización creciente de los países de América o a intensificar la necesaria penetración de la técnica científica—, se trata, fundamentalmente, de concertar una reforma substancial en el vasto conjunto de

las enseñanzas primaria superior y postprimaria, secundaria, normal y especial, que las haga igualitariamente asequibles al mayor número posible de educandos —y, naturalmente, en primer término, de los más capaces—, con lo que aumentará inmediatamente, el porcentaje de inscriptos en las diferentes escuelas del ciclo medio con respecto a los que terminan la escuela primaria, atrayéndolos con beneficios —culturales y técnicos— y con garantías reales.

La enseñanza media, mirada como enseñanza para privilegiados, ha estado reservada en todo el mundo a las minorías dirigentes, a las clases ilustradas o adineradas —con todas las excepciones que se quiera—, pero desde la última guerra se observa en los países democráticos la más seria preocupación por extender a la gran masa del pueblo los beneficios de una educación complementaria, media, profesional o propiamente técnica [1].

Se procura ofrecer las mayores posibilidades a los jóvenes de uno y otro sexo para completar su preparación, fomentando todas las aspiraciones, provocando y canalizando sus intereses intelectuales y el afán de aprender, favoreciendo en las ciudades y en las campañas el acceso de la generalidad de los aspirantes a las escuelas de enseñanza media y especial, con el propósito bien definido de elevar el nivel cultural de la población y garantir a todo individuo su mejoramiento progresivo.

Dentro del movimiento democrático y de refirmación de los derechos humanos, corresponde implantar una verdadera igualdad educativa, *con la misma solidez y firmeza*

---

[1] Sorprende la unanimidad de esta aspiración en los informes acerca del movimiento educativo en cuarenta y cuatro países de los cinco continentes, que acaba de publicar la *Organisation des Nations unies pour l'Éducation, la Science et la Culture* y el *Bureau International d'Éducation* en el *Annuaire International de l'Éducation et de l'Enseignement,* correspondiente al período 1947-1948 (París-Ginebra, 1949, 312 páginas). Faltan allí los informes sobre algunos países —como Alemania, Brasil, Cuba, Dinamarca, Guatemala, Japón, México, Paraguay, Perú, Venezuela, etc.— donde, con variable intensidad, se observa idéntica aspiración.

de los demás derechos y garantías, de modo tal que la enseñanza secundaria, profesional, técnica y superior aseguren a todos los individuos esa igualdad de posibilidades de acceso —que deben darse o que ya se dan para la enseñanza primaria—, de acuerdo únicamente con las edades, la preparación, las tendencias y las aptitudes.

Para esto, además de dotar a la instrucción pública en sus distintos grados y aspectos de los medios y recursos correspondientes, es indispensable que la segunda enseñanza reciba una nueva estructuración y un impulso nuevo e incesantemente renovado, que, por una parte, articulen su contextura y agilicen su funcionamiento, y, por la otra, le infundan el espíritu de una escuela genuinamente popular, en lugar del ordenamiento y las modalidades de las tradicionales escuelas de élite. *Deben coordinarse los diferentes tipos de escuelas y colegios de enseñanza primaria, secundaria, profesional y técnica, entre sí y con la enseñanza superior, para permitir que el educando encuentre y siga sin impedimentos y sin tropiezos el verdadero camino de su vocación y de sus aptitudes, con todas las rectificaciones que aparezcan convenientes.*

¿Habrá, acaso, que explicar todavía por qué los métodos modernos tienden a educar más que a instruir? Los profesores de enseñanza media deben convencerse de que su función primordial no es la de explicar un programa, sino la de actuar solidariamente, dentro de los ideales de la educación, por encima de su propia materia de enseñanza, para contribuir a formar hombres y mujeres en la plenitud de su alta expresión y valor. Tienen que instruir, naturalmente: tienen que enseñar matemática, literatura, historia, química, física, economía, lógica, y tienen que enseñarlas en la mejor forma posible, asegurando el mayor rendimiento; sin embargo, sobre todo eso, han de ver en cada alumno, varón o mujer, una criatura humana que —afectiva, espiritual y moralmente— debe ser mejorada, a fin de hacerla mejor, más ilustrada, más útil a la colectividad y más feliz.

Para esto, es menester asegurar una enseñanza que

tenga bien en vista la mentalidad y los intereses de los adolescentes, y la necesidad, desde hace tanto tiempo señalada y siempre insatisfecha, de romper la artificiosidad de la enseñanza escolar, eliminando lo engañoso, ficticio y convencional, para colocar al educando, de más en más, en situaciones asimilables a las condiciones de la vida real. Se aspira a conseguir así que el joven, al completar los estudios del ciclo medio, además de la formación espiritual y de la preparación general adquirida, esté orientado dentro del vasto y variado panorama nacional, y de la limitada y definida realidad circundante, para que pueda empezar a actuar provechosamente en su respectivo destino, sea que siga estudios superiores, sea que se dedique a las actividades productivas, que le aseguren un futuro económico desahogado; pero teniendo siempre la noción clara de su dignidad y su valer como persona humana y de sus responsabilidades, deberes y derechos como individuo social y como ciudadano de una democracia, según lo señalé en la exposición general que inicia el prólogo del primer tomo de esta BIBLIOTECA DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN.

*
* *

Si es fácil reconocer la participación preponderante que corresponde a escuelas, colegios y universidades en la conservación, defensa, acrecentamiento y difusión de la cultura, no es tan sencillo comprender la importancia que en esa acción adquiere la manera cómo allí se trabaja; y, más aún, suele resultar difícil, en ciertas circunstancias, prever su influencia mediata en el desarrollo cultural.

Muy pocos advierten ciertamente que los resultados dependen, en gran parte, de la forma cómo se enseña y del modo cómo se aprende; que el profesor debe realizar —y a veces ha de hacerlo el propio alumno, sin igual deliberación— una meditada elaboración didáctica de las adquisiciones científicas, técnicas, literarias, históricas, ar-

lísticas y filosóficas que constituyen el substrátum *de nuestra cultura.*

Se contribuye así, en proporción hoy principalísima, a posibilitar que cada generación llegue al límite alcanzado por su predecesora y conserve fuerzas suficientes para proseguir el avance. Si por un azar imprevisible pudiera darse el caso de que en un momento dado le fuera imposible al hombre aprehender lo ya hecho por sus antecesores, o no quisiera hacerlo, se habría alcanzado el vértice de la parábola y, a partir de esa generación, comenzarían la declinación y la decadencia inevitables. Otra cosa sería si, en una conjunción fantástica de fuerzas regresivas, el adelanto se interrumpiera por haberse impedido continuar la ascensión a los individuos idóneos dentro de las grandes masas populares. En tales condiciones, la detención sería irreprimiblemente transitoria, y el espíritu humano hallaría la forma de recuperar sin dilación las etapas malogradas.

Mach y Avenarius, que asignan al saber un fin pragmático —y antes que ellos y al par de ellos Adam Smith y Kirchhoff, entre otros pensadores—, han sostenido, como norma fundamental de la especulación científica, que el saber debe estar regido por el principio de la "economía del pensamiento". Acéptese o no este principio, ha de admitirse que, debido a la ampliación y complicación creciente de los conocimientos que el hombre adquiere del universo, y de sí mismo y de su propio mundo, se torna cada día más imperiosa la necesidad de intensificar el esfuerzo didáctico para facilitar la aprehensión y retención de lo adquirido y asegurar el ímpetu para las nuevas conquistas, procurando que aumente el número de los que estén dispuestos a cumplir con tesón el deber de ampliar cada día los horizontes de la humanidad.

Tanto la conservación y el acrecentamiento del caudal cultural propiamente dicho, en sus múltiples aspectos, como la técnica misma vinculada al progreso material, a la adquisición de recursos y productos, y al dominio del medio circundante en beneficio del bienestar del hombre,

requieren, como nunca, la convergencia del esfuerzo de miles y miles de aquellos filósofos, literatos, historiadores, pedagogos, artistas y hombres de ciencia —de ciencia pura y de ciencia aplicada: físicos, químicos, matemáticos, biólogos, patólogos, médicos, agrónomos.

Los profesores del ciclo medio tienen la responsabilidad de descubrir, estimular y encauzar las aptitudes de sus alumnos y ayudarles a desarrollar su individualidad como persona y como ciudadano, para orientarlos luego adecuadamente hacia las respectivas especialidades.

Porque, dentro de este vasto panorama, un aspecto fundamental de la enseñanza, en su función formativa, es el de superar todas las dificultades que la inevitable especialización opone al desarrollo de la cultura. Si es necesario subdividir, antes es indispensable unificar y lograr que quienes van a desenvolverse en un limitadísimo sector del ancho y profundo escenario de los conocimientos humanos, de la vida social y de la acción constructiva, se interesen en la realidad circundante y sean capaces de apreciar y comprender, en sus líneas generales, la labor de los que actúan en parcelas distantes de las propias. Para ello, la elaboración didáctica de las grandes concepciones del pensamiento humano, debe tender a facilitar también su comprensión por los que no van a utilizarlas en la vida sino como un elemento de su formación cultural.

"Yo, químico —dirá alguno, por caso—, especializado en subproductos del petróleo y dentro de éstos en parafinas ¿qué tengo que ver con el arte egipcio?" Y, sin embargo, el arte egipcio, y la filosofía y literatura griegas, y la civilización maya, y el arte del Renacimiento, y la declaración de los derechos del hombre, y las doctrinas de Monroe y de Drago, y las leyes de la herencia, y los problemas del psicoanálisis, y la teoría de la relatividad, y el acta de Chapultepec, con todas las preferencias personales muy naturales y respetables, son elementos del acervo intelectual de un hombre culto de nuestra época y de nuestras tierras de América. "Soy químico —diríamos otros en aquel caso—; pero soy ante todo y sobre todo una per-

sona humana, miembro de una democracia en la que debo actuar como hombre, como padre de familia y como ciudadano, en beneficio del progreso colectivo, del mejor destino para mis hijos y de la felicidad común, trabajando por el respeto de los derechos fundamentales del hombre, el perfeccionamiento de las instituciones y la elevación de mis conciudadanos".

Estos son otros de los motivos que me determinaron a dedicar varios volúmenes de esta BIBLIOTECA DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN *a rever la enseñanza de las diferentes asignaturas del ciclo medio especialmente.*

Entre ellas debía figurar, en primer término, sin duda alguna, la Física. Esta ciencia ha experimentado una transformación conceptual tan profunda, en lo que va del presente siglo, y se ha ampliado en tal forma el dilatado dominio de sus aplicaciones, que se hacía impostergable revisar y ajustar los métodos seguidos hasta ahora en su enseñanza.

Se trataba, en primer término, de establecer si las nuevas concepciones, que le sirven de base, debían seguir siendo totalmente ignoradas en la enseñanza que se imparte a los no especialistas. Si así fuera y no se hallara forma de poner remedio a tal omisión y abandono, la situación resultaría realmente infortunada, y hablo de ello por propia experiencia. Yo, que no soy físico, ni matemático, ni astrónomo, me mantenía, en lo que a las ciencias correspondientes se refiere, dentro de un natural conformismo con los conocimientos generales que de ellas poseía. Aun cuando no estuviera en condiciones de calcular las órbitas de los astros, reconozco que la ley de gravitación de Newton se presentaba a mi espíritu con toda claridad y podía concebir, con admiración, aunque sin extrañeza, las predicciones que, dentro de ese marco conceptual, efectuaban físicos y astrónomos. Aquella situación se repetía, formalmente, en lo que respecta a las acciones eléctricas y magnéticas; y, ya va para treinta años, al conectar mi aparato de radio, en las primeras audiciones, por lo menos, pensaba que las vibraciones so-

noras producidas frente al transmisor eran transformadas en ondas electromagnéticas irradiadas a un mar de éter imponderable, en reposo absoluto, que reemplazaba al alambre de las conexiones telefónicas corrientes, y debían ser captadas y transformadas inversamente para escucharlas como ondas audibles por los auriculares de nuestro receptor; así podía explicar someramente a mi familia cosas que nos llenaban de asombro y maravilla y que hoy aparecen tan naturales que todos las dan por sabidas, aunque la enorme mayoría de las gentes las ignora totalmente y no se toma siquiera el trabajo de quererer comprenderlas.

La Física parecía desenvolverse y evolucionar, ante los ojos de los no especialistas, en una forma pausada, firme y progresiva. Eran muchos los que como yo pensaban, durante las primeras décadas de este siglo, que los cimientos del grandioso edificio debían considerarse inamovibles y —aunque la propia certeza impedía plantearlo claramente—, suponíamos que la tarea de los físicos teóricos se reduciría, en adelante, a retocar solamente este o aquel detalle.

Pero, un buen día nos desconcierta la noticia de que aquella solidez de cimientos y ese progresivo, firme y pausado desenvolvimiento eran sólo un mito. El nombre de Einstein aparece de pronto en todos los diarios y periódicos; se habla de una nueva recimentación de la Física y se anuncia también que la transformación alcanza a los conceptos de espacio y de tiempo, o, aun, que comienza con ellos. Confieso que la enorme mayoría, casi la totalidad de los hombres a los que ese anuncio podía preocupar, no entendimos en qué consistía esta transformación; poco después, los artículos de divulgación nos dejaban a obscuras sobre aspectos fundamentales de la nueva concepción y los trabajos técnicos, erizados de fórmulas, que muchos fuimos a buscar, nos eran totalmente inabordables. En vano pedíamos la traducción de ese lenguaje cabalístico y sospechábamos, sin querer pensar mal, que los solemnes filósofos que se daban por enterados, no en-

tendían más que nosotros. Parecía que una nueva secta pitagórica se empeñaba en hacer inexpugnable el sagrado recinto para los no iniciados, y llegamos a pensar que sólo unos pocos privilegiados podrían gozar el espectáculo de esta singular aventura del pensamiento humano. Los nombres de Kant y de Einstein se encontraban vinculados con frecuencia y se hablaba del tiempo en Bergson y del tiempo de la mecánica relativista, del tiempo psicológico y de "geometrías no euclídeas de n *dimensiones". Es decir, de cosas que conocíamos bien, y de otras, opuestas a ellas, en cuya intimidad no podíamos penetrar. Solamente advertíamos una cara de esa doble entidad, bifronte como Jano, el dios de la esfera luminosa, de los orígenes y del principio de las cosas, que abría y cerraba las puertas de los santuarios y de toda clase de accesos reales e ideales. Parecía que de ese nuevo ente bifacial, como de nuestra luna, no nos sería dado nunca conocer la cara opuesta.*

Si no hubiera sido por las comprobaciones experimentales de las que informaban diarios y revistas, quizá muchos hubieran concluído por considerar a la relatividad como una teoría más, como una tentativa frustrada del "Newton del siglo XX", vanamente empeñado en fundamentar una nueva concepción del Universo: del espacio, del tiempo, de la materia, de la energía, del movimiento, de la luz, de la gravitación.

Poco habíamos adelantado en la comprensión de la teoría. Y, como si todo esto no bastara, cuando ya nos estábamos resignando a adoptar también aquí el pesimista ignoramus et ignorabimus *de Emilio Dubois-Reymond, ese "no lo sabemos y no lo sabremos nunca", y nos olvidábamos de la barahunda relativista, como la iban olvidando nuestros colegas, nos encontramos con una nueva arremetida de otro físico audaz, Heisenberg, y esta vez dirigida, no ya contra los conceptos clásicos de espacio y de tiempo, sino contra el propio principio de causalidad. No podía ser más palmaria la irreverencia de los físicos frente al pensamiento filosófico dominante. Ahora concentraban sus ataques contra un principio fundado, sin duda, en*

aquella "asociación de ideas" indisoluble y automática, sentimiento de una conexión habitual, principio racional al que sutilmente David Hume negó vigencia; pero que admitíamos, hasta sin discutirlo, como "una ley inevitable". Y esas enseñanzas de los filósofos, que considerábamos tan firmes y que eran formas invariables de nuestro pensar; el propio marco conceptual, los cimientos, las bases, los fundamentos con que interpretábamos los hechos de la experiencia, aparecían, de pronto, como normas caducas y tambaleantes.

La conmoción ha sido y sigue siendo demasiado intensa y profunda como para no comprender que ella trasciende el campo de la física y por eso el educador se inquieta y quiere saber si se podrá dar de la nueva estructura una visión asequible al hombre culto no especializado. Desde el principio admití tal posibilidad, sin saber a ciencia cierta por qué; tal vez apoyado en mi honda y fervorosa fe pedagógica. Me agradaba pensar que quizá la situación no era enteramente nueva, por cuanto, en su hora, también debió significar un gran esfuerzo hacer entender cómo podían nuestros antípodas mantenerse y caminar "colgados de los pies y con la cabeza dirigida hacia abajo".

Aquella posibilidad que anhelaba, aunque no dejara de suponerla remota, se convirtió en una certeza al escuchar de labios del talentoso maestro doctor Loedel la exposición de las nuevas conquistas y la considero ahora una realidad, después de leer los originales de este enjundioso y admirable libro, que habrá de constituir, estoy seguro, un puente cómodo, tendido sobre un caudaloso río de rutinas y de errores, que facilitará, en la enseñanza, el tránsito de la vieja a la nueva Física. En tal sentido, los profesores encontrarán en él una elaboración didáctica de cuestiones que pasan por ser extremadamente complejas, aunque lo insuperable de tal complejidad, en la mayoría de los casos, proviene tan sólo de prejuicios firmemente protegidos por la recia arquitectura de los sistemas mentales dominantes.

Por ello, y para acometer una obra de esa enverga-

dura, el autor, como maestro consumado, advirtió que debía comenzar por tratar el problema en su entraña misma, en sus mismas raíces, analizando el método, las fuentes, el alcance, el significado y la estructura del conocimiento científico, que parte del experimento para llegar a la formulación de la ley y se remonta de las leyes a los principios y a las grandes concepciones teóricas, y explicar luego cuál es el significado de éstas frente a "la realidad" y el papel que desempeñan en la enseñanza. Pero no se trata aquí de meras disquisiciones filosóficas: el ejemplo concreto asoma en cada caso para mostrar, ya sea lo adecuado de una definición o un postulado, o para señalar las convenciones implícitas que han de advertirse en un determinado asunto. De este modo, en un lenguaje llano, sin pretensión magistral, explica problemas fundamentales como si se tratara de una lección dada con el gesto risueño y el ademán sugerente, característicos del hombre que vive en el ámbito de la labor científica y docente, en contacto permanente con estos problemas.

Para citar un ejemplo, mencionaré su amena versión de los postulados que sirven de base a la teoría de la relatividad, en la que los propios sistemas de coordenadas proclaman su absoluta equivalencia, lo que no obsta para que, a continuación, utilizando tan sólo los rudimentos de matemáticas que se enseñan en tercero o cuarto año de cualquier colegio, se deduzcan en una forma enteramente novedosa las fórmulas básicas de la teoría de Einstein, agregándose una representación gráfica original, destinada, sin duda, a perdurar.

La metodología especial de la enseñanza ha sido, en muchos casos, elemental y a veces vana exposición de normas más o menos generales y de procedimientos didácticos que dan al aspirante a profesor la ilusión de que sabe por qué, cómo y para qué enseña. Ha carecido, casi por regla, de la indispensable fundamentación filosófica y aun ha rehuído encarar algunas cuestiones epistemológicas que hoy no pueden ser olvidadas en la enseñanza media. Hemos querido ofrecer, con esta obra del doctor

Loedel, también en ese aspecto, un modelo de lo que debe ser un buen tratado de metodología especial de la enseñanza de la Física. Se explica, pues, que junto a otros problemas de proyecciones parecidas, aparezca un capítulo dedicado a analizar la crisis del principio de causalidad.

En lo que a la Física clásica se refiere, constituyen asimismo verdaderos aportes para asegurar la eficiencia de la enseñanza, entre otros temas, la elementalización del principio de d'Alembert, el minucioso análisis del concepto de temperatura y la teoría del movimiento relativo, que se presenta —confirmando el significado y la importancia de lo que debe ser una cuidadosa preparación didascálica— como para dividirse en sucesivas etapas —y, lo que parece asombroso—, a partir de conceptos que podrían ser comprendidos y asimilados por alumnos de la escuela primaria, hasta llegar a deducir de un modo elementalísimo la fórmula de la aceleración de Coriolis y sus más importantes consecuencias. Corresponde advertir que el autor recuerda con emoción contenida la forma cómo le explicara elementalmente este asunto, en su escuelita primaria rural, su maestra de quinto grado, que era —me parece justo revelarlo— su propia madre, meritísima maestra de gran capacidad e iniciativa, a quien tributamos aquí nuestro cordial homenaje.

La metodología o técnica de la enseñanza exige que el profesor se preocupe, para cada clase, de organizar lo que va a enseñar, disponiéndolo y presentándolo de modo que cumpla plenamente su función informativa y formativa, que sea ciencia y experiencia, conocimiento y sedimento, saber y estructura, adquisición y organización. Todo lo cual es todavía más importante, explicablemente, en las materias experimentales. Por eso en esta obra la experimentación en la enseñanza ha sido tratada con la amplitud y el detenimiento que corresponde: los diferentes modos de realización y medida; las causas y los efectos psicológicos de los inevitables errores de observación; la importantísima cuestión del lugar que ha de ocupar el experimento o el trabajo en el curso de la clase y otros

muchos procedimientos, sugestiones y arbitrios tendientes a despertar el interés y fomentar la actividad del educando para asegurar el mejor rendimiento de la enseñanza, son analizados con agudo y sutilísimo criterio científico y excepcional competencia pedagógica.

Al ocuparse especialmente de los recursos didácticos, describe varios modelos originales de fácil construcción y entre ellos ha de llamar mucho la atención de sus colegas el sencillísimo dispositivo hecho con un alambre arrollado en forma conveniente, que permite ver cómo la superposición de dos ondas progresivas e iguales que se propagan en sentido opuesto da lugar a una onda estacionaria. Los profesores experimentados saben bien que éste es uno de los asuntos más difíciles entre los que se presentan en toda la enseñanza de la Física. En adelante, merced al modelo de Loedel, podrá ser comprendido por todos los alumnos, sin excepción y sin esfuerzo.

El capítulo más extenso del libro lo titula el autor "La Física en casa" y está destinado fundamentalmente a extender la esfera de actividad experimental de los alumnos hasta el seno del propio hogar.

*
* *

Dos innovaciones concurrentes y complementarias se imponen en la didáctica de la enseñanza media. Una sobre la enseñanza impartida o dirigida personalmente por el catedrático en el aula de su asignatura o fuera de ella; y otra, igualmente importante, en cuanto al estudio y labor personal del educando, sin la presencia del profesor, pero siguiendo sus directivas, cumplida en la propia escuela, en su casa, en un taller o en otro lugar, cualquiera sea, adonde concurra habitual o circunstancialmente, no para hacer el clásico deber, sino para resolver cuestiones atinentes a su aprendizaje.

Para estos fines, se procura establecer los mejores "métodos" de enseñanza y de aprendizaje de cada asig-

natura o de cada grupo de conocimientos, que dentro de los nuevos sistemas constituyen "círculos de interés", aunque, en vez de hablar de "métodos" nuevos, debe hablarse, con mayor precisión, de establecer "procedimientos" de enseñanza y de estudio, que resulten más ventajosos y con los que se alcance el mayor rendimiento por ser más adecuados a los diferentes grados de desarrollo e instrucción, de aptitudes y de preferencias de los educandos.

La influencia que tendrá en la enseñanza de la Física la posibilidad de substituir, por lo menos en parte, los fríos deberes y áridos ejercicios de aplicación —destinados a ser hechos solamente con lápiz y papel— por verdaderos trabajos experimentales, no tardará en ser valorada en todo su alcance. Después de haber visto realizar a mis propios hijos, en nuestra casa, algunos de los interesantísimos experimentos expuestos en esa parte del libro, no me cuesta imaginar cómo apreciarán esta magnífica innovación los padres que se preocupan por la educación de sus hijos. En un futuro próximo, serán miles y miles los jóvenes que aprenderán deleitándose y haciendo trabajar al par sus mentes y sus manos. Veo a unos, con tres o cuatro cintas de goma y una regla milimetrada, afanados en comprobar las leyes fundamentales de la estática; a otros, midiendo la velocidad de los proyectiles de su escopeta de aire comprimido, después de improvisar un péndulo balístico; aquéllos, construyendo una balanza sensible con un simple broche de colgar ropa; mientras éstos, miden directamente la aceleración de la gravedad utilizando un disco de gramófono en rotación como cronógrafo que les permite apreciar hasta el milésimo de segundo.

Por los ejemplos que preceden, se advierte bien que no se trata aquí de lo que habitualmente se llama física recreativa, pues, a pesar de la simplicidad de los elementos a utilizar, el autor se ha ingeniado de tal modo al proyectar cada prueba que, siguiendo sus indicaciones, podrán realizarse con ellas verdaderas mediciones y comprobaciones científicas, con una precisión no menor de la

que en general se logra con el instrumental de los laboratorios de enseñanza, y en muchos casos con mayor evidencia y exactitud. En corroboración de ello, podría citar todavía la determinación dinámica de la masa o la manera de hallar el peso del aire o la longitud de onda de la luz visible, necesitándose, para una u otra cosa, ya sea un trozo de goma, una botella o el negativo de la fotografía de una persona vestida con un traje a rayas.

Entre los experimentos de carácter paradójico que allí se incluyen, debo mencionar el que el autor denomina "paradoja de la caída", porque con él se pone en evidencia la falsedad del fundamento de una "comprobación clásica" y se patentiza, al mismo tiempo, la importancia que tiene la ejecución cuidadosa de lo que a priori *se presenta como evidente.*

Todos estos experimentos tienen un valor educativo que excede el estudio de un programa de Física, y contribuyen de modo muy definido a la formación espiritual del alumno que practica este aprendizaje eminentemente activo, en los que él dispone todos los elementos necesarios para la experiencia, la ejecuta y observa y analiza los resultados de cada prueba.

La influencia que ejerce en el espíritu del educando la comprobación de una ley, la determinación de una magnitud o la verificación de un fenómeno con un dispositivo hecho con sus propias manos, no podrá jamás compararse con la impresión habitual que recibe frente a un aparato de laboratorio escolar, más o menos complejo y completo, que él no ha contribuído a construir y ni siquiera a reparar de los deterioros ocasionados por su constante empleo. En el primer caso, la situación del estudiante se acerca bastante a la del investigador, pues tiene plena libertad para disponer sus elementos de trabajo y modificar este o aquel detalle, y serán muchos, a no dudarlo, los jóvenes que se lanzarán con entusiasmo y provecho para su educación a idear y construir dispositivos enteramente nuevos y originales.

En este capítulo incluye Loedel su propio experimento

para revelar la rotación de la Tierra con dos péndulos simples y en contados segundos. De esta demostración dijo el doctor Alexander Wilkens, catedrático de astrofísica en el Observatorio Astronómico de la Universidad Nacional de La Plata: "Muy pronto el experimento de Loedel dará la vuelta al mundo", y, por su parte, el profesor Walter S. Hill, director del Instituto de Física de la Facultad de Ingeniería de Montevideo, ha manifestado que este experimento "se funda en una idea a la vez simple y genial y constituye la mejor prueba didáctica ideada hasta hoy de la rotación terrestre".

El autor se ha propuesto transmitir a sus jóvenes colegas y a los estudiantes del profesorado en Física los resultados de su larga experiencia docente, asesorándolos sobre la mejor forma de encarar difíciles cuestiones teóricas y la manera de realizar una serie completa de experimentos sin disponer del clásico "laboratorio de Física", que en la mayoría de los colegios no existe y, en muchos de los que existe, se reduce a un museo de aparatos históricos destartalados e incompletos, sin aplicación alguna en la enseñanza. Se ha empeñado en conseguir que los alumnos se interesen por esta enseñanza y se entusiasmen con la experimentación, incitando hasta a los más apáticos. Y ha incorporado directivas para ayudar al profesor a conocer mejor a sus alumnos, distinguiendo entre ellos al "teórico" del "práctico" y a éste del "técnico"; al entusiasta por el conocimiento del proceso histórico, al que se apasiona con el relato de las predicciones espectaculares y al que ansía penetrar el secreto de las nuevas conquistas.

*

* *

El autor de esta obra, doctor Enrique Loedel Palumbo, nació el 29 de junio de 1901, en Montevideo, hijo de padre uruguayo y de madre argentina, hizo allá sus estudios primarios, secundarios y "preparatorios de ingeniería", revelando muy temprano su vocación por los estudios a

los que dedicaría su vida, tanto que, apenas terminado el bachillerato, publicó en su ciudad natal un libro revelador sobre "Nuevos conceptos y aplicaciones sobre algunos puntos de Física".

Atraído por el prestigio del Instituto de Física de la Universidad Nacional de La Plata, vino a esta ciudad a seguir simultáneamente los estudios del profesorado en física y matemática en la Facultad de Humanidades y Ciencias de la Educación, que terminó en 1923, y los del doctorado en Física, que coronó también brillantemente, en 1925, con una tesis sobre Física molecular, honrándosele con la representación de los graduados de su promoción en la solemne colación de grados de la Universidad.

Becado por nuestra casa de altos estudios para perfeccionar su preparación en Alemania, fué discípulo de Plank y de Schrödinger, en Berlín, en 1928 y 1929, y trabajó con Reichenbach, siguiendo su curso de Filosofía científica. Vuelto a la Argentina, reanudó su labor, iniciada en 1924, en el Colegio Nacional y en la Facultad de Ciencias Físicomatemáticas de la Universidad de La Plata. Actualmente, es profesor de Física en la Facultad de Ingeniería y Ciencias Exactas, Físicas y Naturales de la Universidad de Cuyo, en San Juan.

Ha publicado numerosos trabajos de investigación en revistas de su especialidad, en la Argentina y en el extranjero, sobre relatividad, Física atómica, termodinámica, etc.

Pero, en esta obra dedicada a la metodología de la enseñanza de la Física, deseo referirme especialmente a su labor docente. El concepto que tengo de su capacidad y competencia lo demuestra el siguiente hecho: al organizar, en 1937, como Decano de la Facultad de Humanidades y Ciencias de la Educación los cursos de metodología especial de los diferentes profesorados, encomendé al doctor Loedel, y el Consejo Académico lo ratificó por unanimidad, la dirección de metodología especial y práctica de la enseñanza de los alumnos del profesorado en Matemática y Física.

Ahora bien, si tuviera que resumir en cuatro palabras el rasgo esencial de la personalidad docente del autor de esta obra, diría: "hace amar su enseñanza", o, mejor: "hace amar la Física"; y éste sería su mayor encomio. Tal fué el éxito de la labor por él cumplida en los cursos iniciales del colegio y sigue siéndolo en la cátedra universitaria de Física superior. Lo he visto actuar en uno y otro ciclo, pero quiero referirme especialmente al primero, puesto que este libro está destinado a los profesores de segunda enseñanza. Y voy a aducir un antecedente que revela mejor que todo comentario cuál es la influencia espiritual y la acción estimulante que ejerce sobre sus alumnos.

Cuando fuí rector del gran Colegio Nacional de la Universidad de La Plata, por primera vez, en 1934, el doctor Loedel Palumbo, entre otros cursos, iniciaba en el estudio de la Física a los alumnos de una división de tercer año. En el magnífico plantel de educadores que tenía a su cargo esa misma aula, profesaba castellano un humanista de prestigio continental, en quien se aliaban notablemente, en perfecto equilibrio, las virtudes cardinales del catedrático, las mejores cualidades del investigador y del filólogo erudito, el talento, la sensibilidad y la delicadeza de un profundo y exquisito hombre de letras, y la dignidad, hombría de bien y fortaleza de espíritu de un caballero: el doctor Pedro Henríquez Ureña, cuya muerte súbita e insospechable —en 1946—, fué tan deplorada en toda América.

Una tarde llega Henríquez Ureña a la rectoría, con su paso breve y presuroso, y me dice, poco más o menos: "Pues, aquí le traigo una condecoración para un colega. Acabo de revisar estas composiciones de mis muchachos sobre el tema que habíamos convenido ('Elogio de la materia que me gusta más'). Y vea Ud.: en asombrosa mayoría los alumnos han preferido el nuevo curso de Loedel y han escrito el 'Elogio de la Física'. Me ha parecido que esto también debía conocerlo el rector". Comentamos gratamente el asunto y me dejó las composiciones y sus feli-

citaciones para el profesor de Física. Henríquez Ureña sabía bien que, por regla, los alumnos de segunda enseñanza, en un momento en que no están aún definidas las preferencias ni orientadas las vocaciones, muestran predilección por las asignaturas que les enseñan mejor; y él, el gran maestro, tan querido y respetado por todos en el Colegio, que se ocupaba de cada uno de sus cursos y de cada uno de sus alumnos con capacidad, dedicación y responsabilidad ejemplares, al par de los mejores, consideraba un deber traerme tal prueba de la eficiencia docente de un sabio concolega. ¡Qué gloria era trabajar con hombres de tal calidad!

Fruto de toda esa actuación es esta magnífica obra del joven maestro, escrita con un gran amor. Ella acredita también, mejor que cualquier elogio, la extraordinaria competencia científica y la excepcional vocación pedagógica de tan eminente profesor.

ALFREDO D. CALCAGNO.

La Plata, 18 de enero de 1949.

I

EL PROBLEMA DEL MÉTODO

Leyes y teoremas. — La inducción en Física. — Contenido implícito de las leyes. — ¿Son tres o cuatro los principios de la dinámica? — El proceso inductivo. — Inducción y deducción. — La teoría física.

El problema metodológico de la enseñanza queda planteado con sólo formular una pregunta: *¿Cómo debe enseñarse?* Al pronto no se advierte que una cuestión formulada en tan breves términos pueda ser tan compleja. En efecto, el problema metodológico está subordinado a problemas pedagógicos cada vez más generales. Así, es fácil advertir que el *cómo* de nuestra pregunta inicial depende del *qué*: *¿Qué* es lo que debe enseñarse? Y este *qué* está supeditado a la finalidad perseguida, o sea al *para qué.*

Continuando con este planteo esquemático, diremos, todavía, que el *cómo,* el *qué* y el *para qué* son funciones del *cuándo.* El *cuándo* se refiere al momento en que debe enseñarse tal o cual cosa; implica todo el problema del ordenamiento y de la oportunidad. El primero, lógico; el segundo, psicológico.

Falta aún lo más importante: el *para qué,* el *qué,* el *cómo* y el *cuándo* dependen del *a quién,* es decir, del alumno, de *cada alumno* como unidad psíquica independiente, con sus características propias y sus tendencias más o menos definidas.

Como aquí nos ocuparemos exclusivamente de la enseñanza de la Física, parecería que con ello quedara eliminada una de las variables del complejo problema: la

referente al *qué*, al contenido, a lo que debe enseñarse. Efectivamente, ya sabemos que lo que debemos enseñar es Física, pero subsiste aún la pregunta: ¿*qué* es lo que debemos enseñar de la Física? La variable, pues, no ha sido eliminada. En lenguaje matemático diríamos que hemos limitado (acotado) su dominio de variabilidad. Con esto, el problema se simplifica, sin dejar de ser, por ello, sumamente complejo todavía.

Si el fin primordial del estudio de la Física fuera darnos una imagen del mundo, descubriendo la realidad que se disimula detrás de las apariencias del fenómeno, el problema metodológico, sobre todo en lo que se refiere al *qué* y al *cómo*, debería ser enfocado desde cierto ángulo; en cambio, sería enteramente diferente el punto de vista si se considerara, con los positivistas, que el alfa y el omega del conocimiento científico consiste en la formulación de la ley que, encadenando unos fenómenos con otros, permite al hombre prever y señorear sobre la Naturaleza.

El problema del método de la enseñanza de determinada disciplina es distinto del problema del método que la misma disciplina emplea en sus investigaciones. Debe distinguirse, pues, entre los métodos *didácticos* y los *heurísticos*. Los primeros se refieren a las reglas que deben seguirse para comunicar un conocimiento ya establecido, y los segundos, al modo como esos conocimientos pudieron ser adquiridos. En el primer caso, constituirán el núcleo del problema el ambiente y la psicología del alumno, en el segundo, el ambiente y la psicología del investigador.

Se trata, como hemos dicho, de dos problemas distintos; pero de ningún modo independientes. Tanto es así, que se ha pretendido hacer que el alumno adquiera sus conocimientos en forma análoga a como dichos conocimientos fueron adquiridos por primera vez. El alumno experimentaría interés por determinada cuestión, y en posesión de los elementos adecuados podría, por sí solo, efectuar el redescubrimiento apetecido, lo cual, como método exclusivo, constituye sin duda una exageración.

Por otra parte, en el complejo edificio que constituye la Física de nuestros días, encontramos *hechos*, *leyes*, *convenciones* y *definiciones*, *hipótesis*, *principios* y *teorías*.

Los hechos aparecen agrupados en diferentes compartimientos, con legislación propia, que comunican entre sí por extraños pasillos: mecánica y calor, óptica y electromagnetismo, etc. Alas enteras del grandioso edificio han debido ser recimentadas últimamente, por aparecer en él peligrosas resquebrajaduras, en forma de paradojas y contradicciones. En otras partes, en cambio, los hechos nuevos se van acumulando, sin encontrar para ellos, aún, la estantería adecuada que ha de ordenarlos, y de todas partes salen amplios corredores que comunican con el edificio no menos grandioso de la técnica actual.

Leyes y teoremas

La Física ocupa una posición singular entre la Matemática y las llamadas ciencias naturales. En Matemática, los conocimientos se presentan en forma de teoremas, que se deducen lógicamente de ciertos postulados que se presentan al espíritu como evidentes. El profesor de Matemáticas no tiene por qué entrar a investigar si los postulados de que hace uso han sido o no extraídos de la experiencia. Sólo un alumno idiota o genial inquirirá acerca de si el teorema de Pitágoras constituye una verdad racional o empírica, en tanto que el alumno corriente de cualquier curso de Física, quisiera saber lo propio acerca de la ley de la palanca o de la regla del paralelogramo.

¿Conformaremos su apetencia intelectual diciéndole que su pregunta escapa al dominio de la Física para entrar en el de la Epistemología? Y si afirmamos que se trata de verdades experimentales, ¿cómo conciliamos nuestra confianza en su ilimitada exactitud con los inevitables errores de observación?

Para aclarar estas y otras cuestiones análogas, de importancia fundamental en todo lo que se refiere a la enseñanza de la Física, van destinados los párrafos que siguen y algunos otros capítulos del presente libro.

La inducción en Física

¿De qué modo han sido descubiertas las leyes físicas que conocemos actualmente? ¿Qué papel ha desempeñado la experiencia en el establecimiento de los principios generales o en la formulación de las teorías físicas actuales?

Parecería que para responder a estas preguntas bastara indagar, históricamente, cómo el auténtico sabio llegó a establecer una ley, un principio o una teoría. Pero efectuada la investigación, nos encontramos con que el auténtico sabio, en muchísimos casos, no tiene conciencia del camino que lo llevó a su descubrimiento. Así, por ejemplo, *Arquímedes* estableció la ley de equilibrio de la palanca creyendo que había llegado a su descubrimiento por vía puramente deductiva. Su razonamiento consistía en lo siguiente: Si se apoya una barra homogénea, dispuesta horizontalmente, por su punto medio, y se suspenden de la misma pesos iguales a distancias también iguales del punto central, la palanca *debe* permanecer en equilibrio, *porque no existe ninguna razón* para que se incline hacia uno u otro lado. Sentado esto como postulado, "evidente" por sí mismo, y aceptado también que, como consecuencia del mismo, un peso P, aplicado en A, puede ser sustituído por dos pesos iguales a $P/2$ situados simétricamente con respecto a A, es fácil probar, por sucesivos pasos, el conocido enunciado de la ley general de equilibrio de la palanca.

Así, un peso de 2 kg situado a 1 m a la derecha del punto de apoyo se equilibra con otro peso de 2 kg situado a 1 m a la izquierda, y también con dos pesos de 1 kg cada uno, situados a 0,80 m y a 1,20 m, o a 0,70 m y 1,30 m, o a 0 m y 2 m. En este último caso, tendríamos que una pesa de 2 kg situada a 1 m del punto de apoyo se equilibra con otra de 1 kg situada del otro lado a 2 m. Si proseguimos la separación simétrica de las pesas de 1 kg, hasta que una de ellas se encuentre 1 m a la derecha, superpuesta con la de 2 kg, la otra se encontrará a 3 m a la izquierda, superpuesta con la de 2 kg, la otra se

encontrará a 3 m a la izquierda, y tendríamos así que 3 kg a 1 m se equilibran con 1 kg a 3 m.

Aparentemente, todo el razonamiento se basa casi exclusivamente en el principio lógico de razón suficiente, por lo cual parecería que la experiencia no ha desempeñado aquí ningún papel. Pero esto es sólo aparente. En la época de Arquímedes existían balanzas, construídas antes de haberse formulado explícitamente la ley de equilibrio de la palanca, y la "evidencia" del postulado no es más que la expresión de un resumen de reiteradas experiencias. Podría argüirse que, aun cuando la ley de la palanca fué formulada con posterioridad a la observación de lo que ocurría con las balanzas, es concebible que hubiera podido establecerse completamente *a priori*, partiendo del "principio evidente de la simetría". Pero el tal postulado de la simetría ni siquiera es válido en todos los casos. Un razonamiento *a priori* basado en la simetría espacial nos llevaría a la conclusión que una aguja imanada no puede orientarse, ya que "no existe razón suficiente", diríamos, para que la aguja siga una dirección con preferencia a otra. Sólo la experiencia puede probar que el equilibrio de una palanca no magnética no dependa de la orientación.

Por otra parte, el postulado del que Arquímedes dedujo la ley de la Palanca es válido sólo en un sistema estático y no en uno dinámico. Un ejemplo lo aclarará: Sea un péndulo de 1 m de longitud, en cuyo extremo existe la masa de 2 kg. Estáticamente, podemos reemplazar la masa de 2 kg, que dista 1 m del punto de suspensión, por dos masas de 1 kg cada una, situadas, respectivamente, a 0,80 y 1,20 m, o a 0,50 y 1,50 m, etc., del apoyo, pues, en todos los casos, el momento estático es el mismo. Pero lo que no se mantiene constante es el momento de inercia respecto al punto de suspensión, por lo cual, en todos los casos, el tiempo de oscilación será diferente. La masa de 2 kg situada a 1 m del punto de suspensión tarda, aproximadamente, 2 seg en efectuar una oscilación completa, y reemplazada dicha masa por otras dos, de 1 kg cada una, situada una a 2 m del apoyo y la otra en el apoyo mismo, el tiempo de una oscilación completa es de casi 3 seg.

El mismo postulado "evidente" que utiliza Arquimedes para deducir la ley de la palanca se emplea, con otro sentido, para deducir la probabilidad *a priori* en el caso, por ejemplo, del lanzamiento de una moneda. Se dice, en efecto, que al tirar una moneda un gran número de veces no existe ninguna razón para que salga con mayor frecuencia cara o cruz. Se deduce de aquí que la probabilidad de que caiga de uno u otro lado es igual a $\frac{1}{2}$. Siguiendo el razonamiento de Arquímedes, la conclusión tendría que ser otra: la moneda debería caer de canto, de la misma manera que la palanca —por falta de razón suficiente— no se inclina ni a uno ni a otro lado. O bien, si se admite como válido el razonamiento que sirve para establecer la probabilidad, deberíamos admitir que una palanca simétrica tiene una probabilidad igual a $\frac{1}{2}$ de inclinarse hacia uno u otro lado.

El proceso psíquico que encubre el origen empírico de un conocimiento, haciéndolo aparecer como apriorístico, podría ser denominado *"ilusión del a priori"*.

El mismo *Galileo,* el fundador del método experimental que sigue la ciencia actual en sus investigaciones, desarrolla algunos razonamientos que no condicen con el método propugnado por él. De la observación del movimiento pendular, y de la observación de la caída de diversos cuerpos desde diferentes alturas, establece la ley, siguiendo un camino puramente inductivo —de lo particular a lo general—, que todos los cuerpos tardan en caer, desde la misma altura, el mismo tiempo, si se prescinde de la resistencia del aire. Pero como para los aristotélicos la experimentación y sus resultados eran de poco valor, Galileo da de su ley la siguiente "demostración": Si imaginamos dos pesas iguales, de plomo, por ejemplo, es evidente que ambas tardarán en caer desde la misma altura el mismo tiempo. Si suponemos ahora que dejamos caer ambas pesas juntas, adosadas entre sí, constituirán un solo cuerpo de peso doble, el que tendrá que caer, desde la misma altura, en el mismo tiempo en que lo hacía cada trozo por separado, pues "no existe ninguna razón" para que ambos trozos caigan más rápido o más lentamente por el hecho de caer juntos. Nuevamente aquí aparece el principio de razón suficiente. Si los dos trozos

juntos cayeran más rápido, ya se encontraría alguna "razón" para explicar el fenómeno. Ni siquiera es evidente, *a priori*, que un mismo cuerpo, cayendo sucesivamente desde la misma altura, emplee siempre en su caída el mismo tiempo. En el aire, una moneda cae más rápido al caer de canto que al caer de plano, y el hecho experimental de que el peso de un cuerpo no dependa de su posición —que una regla sea atraída por la Tierra con igual fuerza estando colocada horizontal que verticalmente—, es algo más bien asombroso, y que de ningún modo puede ser establecido *a priori.*

Contenido implícito de las leyes

Una ley enuncia cierta relación de dependencia entre determinadas magnitudes y, al mismo tiempo, fija relaciones de independencia con otras magnitudes o factores. Así, por ejemplo, la expresión

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

que da el tiempo de oscilación de un péndulo simple, para amplitudes pequeñas, nos dice que dicho tiempo T depende de la longitud l del péndulo y de la aceleración g de la gravedad en el lugar de observación.

El número de "leyes" de estructura gramatical negativa que podrían ser enunciadas, partiendo de la expresión anterior, es infinito. Podríamos, en efecto, decir: "El tiempo de oscilación de un péndulo *no* depende de la orientación del plano de oscilación, *ni* del color de la masa pendular, *ni* del grado de iluminación, *ni* del día de la semana en que se efectúe la experiencia", etc. Ninguna de estas leyes de carácter negativo se formula explícitamente, pues su contenido se considera trivial. En el caso del péndulo, sólo se menciona explícitamente la independencia del tiempo de oscilación con respecto a la masa pendular y a la amplitud de las oscilaciones. Sin embargo, es el conjunto de

esas "leyes triviales" lo que da a una ley de carácter positivo su fecundidad. Que el color de los cuerpos no interviene en las leyes de la mecánica, es algo que se puede obtener sólo de la experiencia, pues no creo que un salvaje o un niño estén en condiciones de adivinar que dos péndulos que difieren sólo en el color tardan el mismo tiempo en oscilar.

En la radiación térmica, el color tiene fundamental importancia: si se tienen dos recipientes idénticos, de metal, que contengan agua en ebullición, el uno brillante y el otro pintado de negro, se enfría más rápidamente este último. Los pueblos que creen en el poder de ciertos amuletos, y nuestros contemporáneos que confían en cábalas y milagros, no tendrían por qué asombrarse si se les dijera que el tiempo de oscilación de un péndulo depende, por ejemplo, de la posición social del observador.

¿Son tres o cuatro los principios de la dinámica?

Un ejemplo de importancia, referente al contenido implícito de un enunciado, lo constituye el principio de masa de la dinámica newtoniana. Newton enunció para la dinámica tres principios: el de *inercia*, el de *acción* y *reacción* y el de *masa*. El principio de la independencia de los movimientos fué considerado por Newton como contenido en el principio de masa. Otros autores han considerado, en cambio, que el principio de la independencia de los movimientos o de superposición de las fuerzas constituía un cuarto principio, independiente de los anteriores, o sea, que no podía ser deducido de ellos.

El principio de masa afirma que la aceleración que adquiere un cuerpo bajo la acción de una fuerza es directamente proporcional a la fuerza, teniendo su misma dirección y sentido. El factor de proporcionalidad depende *únicamente* del cuerpo, de lo que se llama *masa* del mismo.

Para que este enunciado sea válido, es necesario que la aceleración que adquiere un cuerpo bajo la acción de una fuerza depende *sólo* de ella, sobrentendiéndose entonces

que dicha aceleración no depende, por ejemplo, de la dirección (la masa de un cuerpo en la dirección este-oeste es igual a la masa del mismo cuerpo en la dirección norte-sur, etc.), ni del lugar de observación, ni del estado de movimiento en que se encuentra el cuerpo, ni de la acción de otras fuerzas que se ejerzan sobre él, etc. Esta *no dependencia* del efecto de una fuerza de la acción de otras fuerzas, o del estado de movimiento del cuerpo, constituye, precisamente, el llamado *principio de independencia.*

¿Está entonces contenido el principio de independencia o superposición en el principio de masa? Lo está, naturalmente, y en la misma medida en que se dice, implícitamente, al afirmar que una mesa es de madera, que ella no es ni de hierro ni de plomo.

En el lenguaje corriente, cuando se afirma que algo depende "fundamentalmente" o "sobre todo" de tal o cual cosa, no se dice de qué *no depende.* Así, por ejemplo, si afirmamos que el crecimiento de una planta depende fundamentalmente del riego, no excluímos los abonos, ni la iluminación, etc. Si preguntáramos si la aceleración que adquiere un cuerpo bajo la acción de una fuerza depende o no del grado de iluminación del lugar en que se encuentra el cuerpo, responderíamos de inmediato que no, en virtud, precisamente, del principio de masa, que al afirmar que la aceleración *sólo* depende de la fuerza, afirma también, implícitamente, que no depende de nada más.

El proceso inductivo

Algunas leyes físicas constituyen la expresión directa de resultados empíricos, habiéndose llegado a su formulación luego de pacientes y minuciosos experimentos u observaciones. Tales, por ejemplo, las leyes de Kepler, o las del péndulo y caída de los cuerpos, establecidas por Galileo.

Los principios de la dinámica y la ley de gravitación de Newton no se encuentran en ese caso. De dichos principios y de aquella ley pueden deducirse desde las trayec-

torias de los astros hasta el movimiento de un trompo. Las leyes de Kepler (debido a las perturbaciones) y las leyes de la caída (debido a la variación de g con la altura) aparecen ahora tan sólo como leyes aproximadas, y dentro del mismo marco caben las órbitas cometarias y las complicadas trayectorias de nuestros aviones.

Desde luego, el proceso que ha permitido establecer aquellos principios, de contenido tan amplio, no es idéntico al proceso que permitió enunciar, por ejemplo, la ley de Boyle y Mariotte. En este último caso, de la observación directa de un número finito de casos, en que el producto de la presión por el volumen de determinado gas, mantenido a temperatura constante, se mantiene invariable, se procede por generalización, por inducción, al establecimiento de la ley, luego de experimentar con gases diversos. La ley así descubierta, resulta finalmente ser tan sólo una ley aproximada.

En cambio, los principios de la dinámica deben ser considerados como exactos. Ya esto plantea un arduo problema: Si aquellos principios han sido establecidos por inducción, sobre la base de observaciones y experimentos, ¿cómo pueden ser exactos, siendo estos últimos sólo aproximados?

Del rodar de una esfera a lo largo de un plano inclinado, variando la inclinación de éste puede establecerse, por medición directa, que la aceleración de la esfera es *aproximadamente* proporcional a la componente del peso, en el sentido de la longitud del plano. Además de esta fuerza, actúan el rozamiento y la resistencia del aire. Estas fuerzas no pueden ser medidas, de modo que es imposible la comprobación directa de la proporcionalidad entre la fuerza y la aceleración. Al *postular* esta proporcionalidad, estamos definiendo la fuerza, ya que recién entonces podremos, de la aceleración con que se mueve la esfera, calcular el valor de las fuerzas que sobre ella actúan.

Los principios de la dinámica: inercia, masa y acción y reacción, son, pues, extraídos de la experiencia, pero elevados a la categoría de tales por definiciones implícitas: lo que debemos entender por fuerza y masa, dinámicamente, queda definido por los mismos.

Con los postulados de la geometría de Euclides ocurre algo análogo. Ellos han sido extraídos de la experiencia por un complejo proceso de inducción, observando el comportamiento de cordeles tirantes y reglas rígidas. Se define, implícitamente, así lo que debemos entender por rectas, puntos y planos. La suma de los ángulos de un triángulo de esta geometría vale dos rectos, y la suma de los ángulos de un "triángulo" formado por cordeles tirantes o por varillas rígidas vale también dos rectos. Si los postulados que sirven de base al edificio geométrico no hubieran sido extraídos de la experiencia, esta aplicabilidad de la geometría al mundo físico sería incomprensible.

Una vez establecidos por Newton los principios de la dinámica, el hallazgo de la ley de gravitación no podía demorarse. Si no hubiera sido Newton, otro físico la hubiera encontrado, y prueba de ello es que el mismo Newton insinuó que podían participar de esta gloria sus ilustres contemporáneos Hooke y Huygens.

Si se calcula la aceleración que tiene en todo momento un planeta que recorre una elipse obedeciendo a la ley de las áreas, se encuentra, en efecto, que dicha aceleración está dirigida constantemente hacia el foco donde se halla el Sol, y que su valor varía en razón inversa del cuadrado del radio vector.

De aquí y de la *definición* de fuerza dada por los principios de la dinámica se obtiene la ley de gravitación, que sólo la experiencia podrá decidir si es exacta o tan sólo aproximada.

Inducción y deducción

Si abrimos un tratado de mecánica y otro de geometría, no encontramos entre ellos ninguna diferencia formal. En ambos se procede en forma deductiva: en mecánica, partiendo de los principios; en geometría, de los postulados. Durante mucho tiempo se pretendió que uno de los caracteres de los postulados geométricos tenía que ser la evidencia.

Descartes, en su *Discurso del método,* afirma que es

necesariamente verdadero aquello que puede concebir en forma clara y distinta, aquello que se le presenta como evidente. Hoy, después de creadas las geometrías no euclidianas, de establecida la teoría de la relatividad y las mecánicas cuantistas, nos encontramos muy alejados de aquel racionalismo ingenuo.

A los postulados matemáticos les exigimos tan sólo que satisfagan condiciones de no contradicción e independencia, y a los principios de las teorías físicas, que nos permitan prever.

Bajo la influencia del racionalismo, luego de establecidos los principios de la dinámica, y hasta el siglo pasado, era frecuente la creencia de que dichos principios eran por sí mismos evidentes, constituyendo, "por lo tanto", verdades necesarias. La "evidencia" no era más que una consecuencia del hábito originado en la constante aplicación de los mismos, y las raíces psicológicas de esa creencia no difieren de las que hacen que esperemos como *necesario* que se rompa un vaso de vidrio, o que se abolle otro de metal, que se dejan caer desde cierta altura.

Para los aristotélicos se presentaba como evidente que la velocidad debía ser proporcional a la fuerza; el hábito del manejo de las ecuaciones de la mecánica newtoniana hace aparecer como evidente que sea la aceleración proporcional a la fuerza, y no la velocidad.

La constancia de la masa, presupuesta en la mecánica newtoniana, no tiene tampoco nada de evidente ni de necesario. Por el contrario, es más bien motivo de asombro el hecho de que la resistencia que un cuerpo opone al cambio de velocidad no dependa de la velocidad ni de la dirección.

En resumen, la ciencia busca hacerse deductiva, para lo cual debe apoyarse en ciertos principios, condicionados por la experiencia, pero sin importarle —poco ni mucho— que dichos principios se presenten ante nuestro espíritu como evidentes. Todas las leyes de equilibrio de la estática pueden ser deducidas del principio de los trabajos virtuales, cuya evidencia no debe ser tanta, desde que tantos fueron los fracasados inventores del movimiento continuo.

De los dos principios que sirven de base a la teoría del calor, el primero, el de conservación de la energía, no es en el fondo más que una definición de lo que debemos entender por energía interna de un sistema aislado, y el segundo, que señala el incesante aumento de la entropía en todos los procesos naturales, no tiene absolutamente nada de evidente, en el sentido que los racionalistas dan a esta palabra.

El postulado de la constancia de la velocidad de la luz para sistemas que se trasladan, unos respecto a otros, con movimiento uniforme y rectilíneo, constancia que hace que dicha velocidad sea independiente de la velocidad de la fuente y de la del observador, y sobre el cual se asienta la teoría de la relatividad, no tiene tampoco nada de evidente.

Por otra parte, ¿dónde está la evidencia de las ecuaciones de Maxwell, o de las de Dirac?

Debemos convencernos que vivimos en un mundo asombroso: una semilla da origen a un árbol, y las manchas del Sol producen desviaciones en la aguja magnética; mientras nuestro cuerpo es atravesado en cada minuto por millares de partículas cósmicas, pretendemos que el comportamiento del Universo se adapte a nuestra manera de pensar, en lugar de esforzar nuestro pensamiento, para que se haga apto para la descripción del mundo en que vivimos.

Copérnico desalojó al hombre de su posición privilegiada en el centro del Universo, pero aun desalojados de ese centro geométrico, los hombres que vivieron bajo la ilusión racionalista de un Descartes o un Leibniz podían todavía considerarse a sí mismos como semidioses, ya que el mundo había sido hecho por una mentalidad que no diferiría esencialmente de la mentalidad humana. El mecanicismo de los siglos XVIII y XIX permitió alentar tales esperanzas; la Física de hoy no autoriza semejante optimismo.

La teoría física

La evidencia o la simplicidad que se buscaba en la formulación de una teoría física ha pasado, como vimos, a un segundo plano. Ya no se cree hoy que lo considerado más simple por la mentalidad humana tenga, por ello, mayor probabilidad de ser verdadero. ¿Y cuál es el criterio de verdad que debe aplicarse a una concepción científica? Para los realistas, el objeto de la investigación científica sería encontrar la "realidad" que ocultan las apariencias. El grado de validez de una teoría física estaría dado por el mayor o menor parecido existente entre la imagen dada por la teoría y la realidad en sí. Como esta confrontación es necesariamente extraempírica, dado que la realidad en sí no cae bajo nuestra percepción, dicho criterio de verdad es puramente metafísico. Como lo hace notar Ph. Franck en su libro *La ley causal y sus límites*, tal criterio de verdad adquiriría sentido sólo admitiendo la existencia de un ser capaz de captar la realidad en sí y confrontar dicha realidad con la imagen que pretendemos dar de la misma. El investigador o el autor de una teoría científica se encontraría entonces, frente a ese ser, en posición parecida a la de un alumno frente a un examinador. Una teoría sería verdadera si merece la aprobación de ese ser extrahumano. Pero el examinador ante cuya consideración presentan los teóricos sus especulaciones, permanece encerrado siempre en un impenetrable mutismo.

Se ha pretendido que no existe tal mutismo, ya que el lenguaje de ese ser extrahumano se manifestaría en la mayor o menor coincidencia entre las previsiones teóricas y la experiencia. Lástima grande que, de acuerdo con esto, han sido "aprobadas" las concepciones más dispares y opuestas acerca de nuestro mundo físico.

Tolomeo, con su sistema geocéntrico y sus epiciclos, estaba en condiciones de prever, con mucha anticipación, la posición de todos los planetas conocidos en su tiempo, y Copérnico, conservando las órbitas circulares, perfectas, de los griegos, pero llevando al Sol al centro de su sistema,

puede prever, igualmente, sus posiciones pasadas y futuras.

Kepler, al descubrir sus leyes, se deja llevar por el entusiasmo y afirma que Dios tuvo que esperar más de cinco mil años antes de que apareciera un hombre capaz de interpretar su obra. Pero poco tiempo dura *la realidad* de las órbitas elípticas. Con Newton, la "realidad" es ahora una fuerza atractiva, que obra en razón inversa del cuadrado de la distancia, que retiene a la Luna en su órbita y levanta el agua de los mares, y que permite a Leverrier descubrir un nuevo planeta. Durante más de doscientos años, ésta fué la realidad, expresada tanto por el movimiento de los astros como por el de los cuerpos en la superficie de la Tierra.

Llegamos así al año 1914, en que Einstein formula su teoría de la relatividad generalizada. En los resultados cuantitativos, casi coincide con la teoría newtoniana, pero la "realidad" no es ya ninguna fuerza atractiva. La *realidad* sería ahora un espacio-tiempo curvado, dentro del cual se mueven los planetas, siguiendo la trayectoria más cómoda: geodésicas de la variedad espacio-temporal. La geometría de Euclides, aplicada al espacio físico, sólo vale como una primera aproximación. Debe ser sustituída por la geometría de Riemann, en la que la suma de los ángulos de un triángulo es siempre mayor que dos rectos, y en la cual, desde un punto exterior a una recta, no puede trazarse ninguna paralela a la misma. Observamos, a través de esta reseña, que los resultados de las teorías que se van sucediendo coinciden, cada vez con mayor aproximación, con los datos de la experiencia. Las elipses de Kepler dan mejor cuenta de las observaciones que las órbitas circulares copernicanas, y la aproximación es mayor todavía en la mecánica de Newton. En ésta quedaba aún sin explicación un pequeño desplazamiento angular, de 42″ por siglo, que experimenta el perihelio de Mercurio, corrimiento del que da cuenta exacta la teoría de la gravitación, de Einstein.

Podemos, pues, decir que los resultados teóricos se acercan cada vez más y más a los resultados de las obser-

vaciones, siendo otra de las características del progreso de las teorías científicas la mayor amplitud del dominio que abarcan. La teoría de Newton no se limita al movimiento de los planetas: caben en ella las órbitas cometarias, los sistemas estelares múltiples, la caída de los cuerpos en la superficie de la Tierra, etc., y la teoría de Einstein, aparte de dar cuenta de todos estos hechos, pudo prever la curvatura de los rayos de luz en un campo gravitacional, y el corrimiento hacia el rojo de las líneas espectrales provenientes de la luz emitida por ciertas estrellas.

Pero en lo que no se observa ninguna línea de progreso continuo es, justamente, en lo que podríamos llamar la imagen del mundo que nos brindan las teorías científicas. Si la teoría de Einstein hubiera consistido en el agregado de algún término a la fórmula de Newton, o en una pequeña variación del exponente 2 que figura en la misma, tendríamos siempre la misma imagen. Ambas teorías difieren infinitamente poco en los resultados, siendo el marco conceptual de ambas, en cambio, enteramente distinto.

De aquí que se considere que la parte imaginativa de las teorías físicas sea algo accesorio de las mismas. Una teoría sería, fundamentalmente, un edificio lógico, levantado sobre ciertos postulados y convenciones, apto para prever los hechos que ocurren en cierto dominio. Las imágenes que la acompañan hacen las veces de andadores del pensamiento, que deben ser abandonados en el momento en que aquél se siente lo suficientemente poderoso como para poder andar solo.

La oposición entre realistas y empiristas, frente al significado de las teorías físicas, se manifiesta bien diciendo que para los primeros las teorías serían *descubiertas*, en tanto que para los segundos aquéllas serían *inventadas*. El que sean inventadas no quiere decir que sean arbitrarias, pues tampoco es arbitrario el fonógrafo de Édison, Pero así como el fonógrafo puede adoptar mil formas diferentes, grabándose el sonido en cilindros, discos o *films*, pudiendo la púa ser de acero o estar constituída por un rayo de luz, así también, teorías formalmente distintas

pueden dar cuenta de los mismos hechos. Por esta razón, Duhem afirma que la teoría física tiene por objeto una *clasificación natural* de los hechos, coincidiendo substancialmente con Mach, para quien el objeto de aquélla sería poder describir determinado sector de la Naturaleza con la mayor economía posible de pensamiento.

II

LA EXPERIMENTACIÓN EN LA ENSEÑANZA

La Física y las ciencias naturales. — La experimentación didáctica. — Los modos de la experimentación. — Las determinaciones experimentales y los errores de observación. — Los cuestionarios. — Material experimental.

La Física y las ciencias naturales

Si se interroga a un bachiller acerca de si la Física es una ciencia natural, como lo son, por ejemplo, la Botánica y la Zoología, se sorprenderá ante la pregunta. Los vegetales y los animales que ha visto desfilar a lo largo del curso escolar por su mesa de trabajo, en el laboratorio, mientras estudiaba aquellas asignaturas, son los mismos que encuentra a cada paso, en todas partes. En cambio, los experimentos de Física que ha realizado o visto realizar sólo se parecen a ciertos hechos artificiales de la técnica. En la mente del alumno, la ley de la palanca, por ejemplo, no se presenta como una ley natural, pues la palanca que utiliza para su comprobación es una barra creada artificialmente, con más o menos esfuerzo. Con la esquemática varilla graduada que trabajó en el laboratorio, no tropezará jamás en la vida. En ella encontrará teléfonos, dínamos, microscopios, etc., que le recordarán que tienen algo que ver con lo que estudió bajo el rótulo de Física. La Física y la técnica se confunden en su mente, y si fuera sincero, diría de la Física que es una ciencia artificial.

Los hechos, tal como se presentan en la Naturaleza, son demasiado complicados para que podamos aprehenderlos. De la observación de la caída de las hojas en una tarde de otoño, ningún genio hubiera podido deducir las leyes de la caída. Por eso el primer paso en la investigación científica consiste en la creación del *hecho puro*, del *hecho científico*, en contraposición con el *hecho bruto*. La impresión de artificiosidad que nace de esta circunstancia es inevitable, pero esa impresión se irá borrando a medida que se avanza en el conocimiento de los fenómenos.

Debido a esta cicunstancia, algunos autores, y entre ellos Rousseau, como lo preconiza en su *Emilio*, prefieren, al comienzo, la experiencia a la experimentación, entendiendo por aquélla los resultados que pueden obtenerse de la simple observación de los hechos que acaecen sin artificiosidad y sin intervención de nuestra voluntad. Debemos reconocer, sin embargo, que de esa simple observación muy poco es lo que puede obtenerse, como se comprende si se reflexiona acerca del proceso del desarrollo científico. La Astronomía se convirtió en ciencia cuando los hombres comenzaron a construir aparatos para medir ángulos, y de la observación del arco iris nadie pudo deducir que la luz blanca era una mezcla de varios colores, lo que logró Newton experimentando, casi diríamos jugando, con un prisma de vidrio.

La experimentación didáctica

Es, pues, incuestionable que la experimentación debe constituir la base de la enseñanza de la Física.

Esta experimentación, ya sea llavada a cabo por el alumno mismo, o por grupos de alumnos, o por el profesor, tiene características especiales, que la hacen distinta de la experimentación que con el mismo objeto realizó en su hora el investigador. No es posible pretender se realice en cada caso el largo proceso inductivo que condujo al sabio a la formulación de una ley, y que muchas veces le ocupó la vida entera. Por eso los experimentos realizados con fines didácticos tienen siempre el carácter de una ve-

rificación, de una comprobación. Si se prescindiera de toda comprobación experimental, lo que se enseñaría no sería ciencia, sino dogma. Era dogma y no ciencia lo que se enseñaba antes de Galileo, al enseñar física peripatética. Los creyentes en esos dogmas, contemporáneos del sabio italiano, se negaban a mirar lo que ocurría al pie de la torre inclinada, porque ello estaba en contradicción con lo afirmado en los textos sagrados de Aristóteles; se negaban también a mirar a través del anteojo, ya que éste, por magia diabólica, mostraba que en el cielo inmutable e incorrupto existían muchas más de las 1023 estrellas reconocidas por el Estagirita.

En la enseñanza no basta con instruir; lo fundamental es educar. Y educar, en este caso, es hacer que la personalidad del alumno no se sienta absorbida por la del maestro; que el motivo de la aceptación de las afirmaciones no sea la autoridad de éste ni la de los textos escritos; que en cada caso adquiera conciencia de que por sí mismo hubiera podido llegar a tales o cuales resultados; que se sienta actor y autor frente a los hechos, percibiendo con claridad cuál ha sido el camino seguido por sus predecesores; que conserve la independencia de su mente, y hasta una honrada rebeldía intelectual, que hagan que sólo se someta a los hechos y a su propio juicio. Que aprenda a utilizar sus manos y su mente; que sepa del fracaso aleccionador, y que sienta en sí mismo la alegría que proporciona la aprehensión del fruto tras un prolongado esfuerzo.

Los modos de la experimentación

Dijimos ya que la experimentación didáctica es siempre, por su naturaleza, una verificación. Pero existen diversas maneras de llevar a cabo ésta. Designaremos estos métodos con los nombres de *redescubrimiento, semiinductivo, comprobación simple* y *previsión.*

a) REDESCUBRIMIENTO. — El alumno no conoce de antemano la ley, que debe descubrir por sí mismo. Con los elementos de medida adecuados, consigna en una planilla

los datos de sus observaciones, y de esos datos, efectuando gráficos y tanteos, llegará, con más o menos esfuerzo, a la ley buscada. Con este procedimiento, el alumno aprende el método seguido en las investigaciones científicas, se acostumbra a superar los inevitables errores de observación, y a distinguirlos de los llamados errores groseros. Realiza un esfuerzo provechoso, compensado luego por la alegría de un buen resultado. Para que este método sea realmente educativo, es necesario se dé al alumno el mínimo de indicaciones posible, por lo cual, dado el tiempo que insume, sólo es factible llevarlo a cabo a lo largo del curso en contadas oportunidades.

En mi experiencia personal he observado que los jóvenes descubren sin mayor esfuerzo las leyes en que aparecen proporciones directas o inversas simples, no así cuando las relaciones que vinculan las variables son más complicadas. En el caso del péndulo, sin mayor esfuerzo llegan al "descubrimiento" de la ley de la independencia del tiempo de oscilación con la masa pendular y con la amplitud (algunos hasta llegan a observar que cuando la amplitud es grande, el tiempo de oscilación es "un poquito" mayor), pero no les es tan fácil llegar a la ley de las longitudes. Como aquí hay proporcionalidad entre el cuadrado del tiempo de oscilación y la longitud, conviene indicarles que agreguen en su planilla una columna en que consignen el cuadrado de aquellos tiempos, y entonces sí descubrirán la proporcionalidad, advirtiendo que el cociente entre la longitud y el cuadrado del tiempo (o el valor recíproco) se mantiene constante.

He aquí, en síntesis, el informe de uno de mis alumnos, que realizó en su casa experimentos con péndulos:

"Comencé por fijar con una chinche un hilo de coser en el dintel de una puerta. En el extremo libre del hilo coloqué un ganchito de alambre, con el cual sujeté sucesivamente un ovillo de lana, un anillo de oro y una bolsita con bolitas de vidrio.

"Utilicé para la medida del tiempo un reloj común, provisto de segundero central. Largaba el péndulo cuando el segundero estaba en cero, y me fijaba nuevamente en

la posición de la aguja cuando se habían cumplido 10 oscilaciones completas.

"Los resultados fueron los siguientes:

Masa pendular	*Tiempo de 10 oscilaciones*
Ovillo de lana	30 seg
Anillo	29 seg
Bolsita	30 seg

"Puse dentro de la bolsita sucesivamente, arroz y lentejas, y observé que el tiempo de oscilación era siempre el mismo.

"En estos experimentos, siempre soltaba el péndulo después de haberlo separado unos 20 cm de la posición media. Efectué otras medidas, soltando el péndulo con apartamientos iniciales de 40 y 60 cm, y el tiempo no aumentaba por ello.

"La longitud del hilo hasta el ganchito era de 203 cm, y hasta el centro de la bolsita, de unos 206 cm.

"Acorté el péndulo y efectué, utilizando la bolsita con bolitas, las medidas que consigno en el cuadro siguiente, en que medí el tiempo de 20 oscilaciones, para que el error fuera menor:

Longitud del péndulo	*Tiempo de 20 oscilaciones*
206 cm	58 seg
175 cm	53 seg
150 cm	49 seg
100 cm	40 seg
75 cm	35 seg

"Se observa que el tiempo de oscilación disminuye a medida que la longitud se hace menor, pero no existe pro-

porcionalidad, pues si la longitud se reduce a la mitad, el tiempo no llega a reducirse tanto".

Hasta aquí el informe del alumno, que, como se ve, trabajó con verdadero espíritu de investigador. Para haber llegado por sí sólo a la ley de las longitudes, hubiera debido trabajar más. Si por azar hubiera experimentado con longitudes tales que una fuera cuatro veces mayor que la otra, entonces probablemente advirtiera que los tiempos estaban en ese caso en la relación de 1 a 2.

Pero, honradamente, no podemos esperar que una ley de esta naturaleza sea descubierta por el alumno sin ninguna ayuda. Recordemos que Kepler trabajó casi diez años para descubrir su tercera ley, según la cual los cuadrados de los tiempos de revolución de los planetas son proporcionales a los cubos de los ejes mayores de las elipses que describen.

Todo consistía aquí en efectuar una tabla y verificar que, para todos los planetas, el cociente $\frac{T^2}{a^3}$ tenía el mismo valor. Pero ¡cuántos tanteos debió realizar el ilustre astrónomo antes de alcanzar este resultado!

En el caso precedente, la ley queda verificada hallando el cociente $\frac{l}{T^2}$ que, por lo ilustrativo que resulta para la consideración de los errores de observación, transcribimos a renglón seguido:

l	T	$\frac{l}{T^2}$	$g = \frac{4\pi^2 l}{T^2}$
206 cm	58 sg	0,06124 $\frac{\text{cm}}{\text{seg}^2}$	967,0 $\frac{\text{cm}}{\text{seg}^2}$
175 „	53 „	0,06230 „	983,8 „
150 „	49 „	0,06262 „	988,8 „
100 „	40 „	0,06249 „	986,7 „
75 „	35 „	0,06122 „	966,8 „

En la última columna hemos mencionado los valores de la aceleración de la gravedad, que se obtienen con las

medidas del alumno, utilizando la fórmula correspondiente.

Frente a un cuadro de valores como el precedente, los alumnos se avienen, al comienzo de muy mala gana, a admitir que la ley se ha verificado. Acostumbrados a sus cálculos aritméticos, en los que no desprecian ni siquiera los centésimos, aunque calculen con millones, están lejos de considerar que los valores de la tercera columna, y mucho menos los de la cuarta, expresan una constancia efectiva, pues sus diferencias son atribuibles a los inevitables errores de observación. De esto nos ocuparemos más adelante, pero digamos desde ya que, admitiendo que no se ha cometido error apreciable en la medida de la longitud, las diferencias que se observan en la tercera y cuarta columnas corresponden, en todos los casos, a un error en la medida total del tiempo, que no excede del medio segundo. Dado los medios empleados, se trata de medidas extraordinariamente buenas.

La precedente manera de experimentar, en que el alumno llega por sí mismo al redescubrimiento de la ley, puede ser utilizada con provecho en el establecimiento de las leyes de equilibrio de las máquinas simples, fuerzas paralelas, principio de Arquímedes, ley de Boyle y Mariotte, leyes de la reflexión de la luz, espejos en ángulo, ley de Ohm, leyes de la electrólisis, etc.

Conviene subrayar que este procedimiento, ventajoso en muchos aspectos, tiene el inconveniente de que el alumno sabe que está realizando una ficción, y sin una preparación ambiental especial, puede ser contraproducente.

Si se da a un alumno una balanza hidrostática, un vaso de derrame y un cuerpo atado con un hilo, y se le dice:

1) Pese el cuerpo suspendido en el aire;
2) Pese el cuerpo estando totalmente sumergido en el agua;
3) Halle la diferencia entre ambas pesadas, diferencia que se denomina *empuje*;
4) Llene totalmente con agua, hasta el tubo lateral de salida, el vaso de derrame;
5) Pese vacío el vaso pequeño;

6) Coloque el vaso pequeño debajo del tubo de salida del otro vaso y proceda a introducir cuidadosamente el cuerpo;
7) Pese el vasito pequeño con el agua recogida;
8) Halle, por diferencia, entre las pesadas 7 y 5, el peso del agua desalojada por la introducción del cuerpo en el vaso de derrame;
9) ¿Qué observa entre el valor del empuje dado por 3 y el peso del agua desolajada hallado en 8?

El alumno que creyera, después de haber efectuado un trabajo de esta clase y de haber seguido al pie de la letra el cuestionario precedente, que ha redescubierto el principio de Arquímedes, demostraría ser profundamente inocente.

El caso es diferente si se dan a los alumnos tres o cuatro cuerpos distintos: de aluminio, hierro, bronce, etc., y frascos con dos o tres líquidos diferentes: agua, alcohol, agua salada... y se les dice que tendrán que investigar de qué depende la pérdida aparente de peso que experimenta un cuerpo al estar sumergido en un líquido. Tendrán libertad para efectuar las medidas con los cuerpos total o parcialmente sumergidos, y habrá que sugerirles, naturalmente, que el empuje tiene algo que ver con el peso del líquido desalojado en cada caso, para lo cual se les ha provisto del vaso de derrame, que ellos tendrán que ingeniarse en utilizar.

Desde luego que tampoco en este caso el "redescubrimiento" será auténtico, pues el planteamiento del asunto ha sido sugerido por el profesor, y los elementos dados para resolver la cuestión tampoco son obra del alumno. Pero éste tendrá que resolver muchas dificultades, y en el curso de su "investigación" encontrará que el empuje aumenta a medida que sumerge más y más el cuerpo; hallará que para el mismo cuerpo totalmente sumergido, el empuje es mayor en el agua salada y menor en el alcohol, y si, finalmente, al observar su cuaderno de anotaciones, logra descubrir que *en todos los casos* el empuje es igual al peso del líquido desalojado, podrá repetir, lleno de satisfacción, el clásico grito: "¡Eureka!".

b) SEMIINDUCTIVO. — Designamos así al procedimiento experimental en el que la ley no se da a conocer de antemano a los alumnos —como en el método del redescubrimiento—, pero en el cual los experimentos son conducidos de tal manera, que el alumno llega por sí mismo, formulándole preguntas adecuadas, al enunciado de la ley.

Si se trata de establecer, por ejemplo, la ley de la palanca, se harán experimentos sucesivos, de modo que ambos brazos se encuentren entre sí en relación sencilla: de 1 a 1; de 1 a 2; de 2 a 3, etc., y se establece el equilibrio por acoplamiento de pesas iguales, de tal modo que se advierta visualmente, y casi en seguida, que la relación entre los pesos colocados a uno y otro lado, es igual a la de los brazos opuestos.

Si se trata de establecer por este procedimiento la ley de las longitudes del péndulo, basta para ello tomar dos péndulos cuyas longitudes estén entre sí en relación de 1 a 4. Se observará entonces, lanzándolos juntos, que mientras el péndulo corto efectúa dos oscilaciones, el largo realiza una sola. Si las longitudes estuvieran en la relación de 1 a 9, ó de 4 a 9, los tiempos estarían entre sí en relación de 1 a 3, ó de 2 a 3, respectivamente, etc.

Al comprobar, por este procedimiento, la ley de los espacios en el movimiento uniformemente acelerado, utilizando el plano inclinado de Galileo regularemos el metrónomo, de tal modo que el cuerpo que ha partido de la división cero en el instante cero, al tercer golpe del péndulo pase por la novena división. Una vez hecho esto, al efectuar un nuevo experimento se observará que al marcar el metrónomo los tiempos 1, 2, 3, 4, etc., el cuerpo pasa, respectivamente, por las divisiones 1, 4, 9, 16, etc.

Este método se presta particularmente para los experimentos de cátedra realizados por el mismo profesor, teniendo la ventaja de insumir poco tiempo durante la clase misma, si se ha tenido la pecaución de preparar de antemano el material experimental.

La desventaja del método consiste en que se produce en él un verdadero escamoteo de los errores de observación. Los resultados que se obtienen de esta manera son

siempre *demasiado exactos*. En el ejemplo que pusimos más arriba, de la palanca, si la relación entre los brazos de la misma es de 2 a 3, logramos efectivamente el equilibrio colocando de un lado tres pesas de 100 gramos cada una, por ejemplo, y del otro dos pesas iguales a las anteriores. Pero el equilibrio también se logra, en los dispositivos utilizados corrientemente, con dos o tres gramos de más o de menos en cualquiera de las dos partes.

En el caso del péndulo, tampoco lograremos exactamente que los tiempos de oscilación estén en la relación de 1 a 2 cuando las longitudes, *de acuerdo a nuestras medidas*, están en relación de 1 a 4. Si en lugar de detener los péndulos, una vez que el corto efectuó dos oscilaciones y el largo una, los dejamos que sigan oscilando, tendríamos que haber tenido mucha suerte para poder observar una nueva coincidencia al cabo de veinte oscilaciones de uno y diez del otro.

La posibilidad de obtener por este procedimiento resutlados exactos estriba, justamente, en la inevitabilidad de los errores de observación. Se efectúan las verificaciones para ciertas medidas, que en determinada unidad pueden ser expresadas *aproximadamente* por números enteros, y se desprecia la parte decimal. Si el tiempo de oscilación del péndulo largo con respecto al corto es de 2,05 ó de 1,95, se efectúa la medida con el error necesario para poder expresar ese tiempo por el número 2. En esto consiste, fundamentalmente, la verificación "exacta" que se logra por este procedimiento.

c) COMPROBACIÓN SIMPLE. — En este método se miden directamente las magnitudes que intervienen en la ley cuya comprobación se busca, sin elegir de antemano valores particulares para dichas magnitudes. Si se trata de verificar por este procedimiento la ley de la palanca, y se dispone de una regla suspendida de su punto medio, se procede a colgar en cualquier parte de la misma, de uno y otro lado, sendos platillos, estableciendo el equilibrio mediante municiones, lo que harán, naturalmente, los propios alumnos, así como las medidas de los brazos y las pesadas correspondientes.

Supongamos que un grupo de alumnos haya obtenido el siguiente resultado:

F_1	l_1	F_2	l_2
345 gr	35,5 cm	282 gr	43,2 cm

Si los alumnos no han sido instruídos previamente en lo que concierne a los errores de observación, y efectúan las multiplicaciones sin utilizar la regla de cálculo ni la tabla de logaritmos, obtendrán:

$$F_1\, l_1 = 12243{,}5 \text{ gr} \times \text{cm}; \quad F_2\, l_2 = 12182{,}4 \text{ gr} \times \text{cm},$$

lo que tal vez los induzca a pensar que han operado mal o que han cometido, al efectuar las medidas, algún grave error. Pero el propio alumno admitirá bien pronto que en las pesadas pudo haber cometido un error de medio gramo, ya que la pesa más pequeña de que disponía era de 1 gramo. En la medida de los brazos pudo haber cometido también, en más o en menos, un error de 1 mm, por lo cual convendría que expresara sus medidas en la forma siguiente:

$$\begin{array}{ll} F_1 = 345 \text{ gr} \pm 0{,}5 \text{ gr}; & l_1 = 35{,}5 \text{ cm} \pm 0{,}1 \text{ cm} \\ F_2 = 282 \text{ gr} \pm 0{,}5 \text{ gr}; & l_2 = 43{,}2 \text{ cm} \pm 0{,}1 \text{ cm}. \end{array}$$

Se convencerá entonces, por sí mismo, que el producto $F_1\, l_1$ podrá estar comprendido entre los valores siguientes:

$$F_1\, l_1 = \begin{cases} 344{,}5 \text{ gr} \times 35{,}4 \text{ cm} = 12195{,}30 \text{ gr} \times \text{cm} \\ 345{,}5 \text{ gr} \times 35{,}6 \text{ cm} = 12299{,}80 \text{ gr} \times \text{cm}, \end{cases}$$

y análogamente:

$$F_2\, l_2 = \begin{cases} 281{,}5 \text{ gr} \times 43{,}1 \text{ cm} = 12132{,}65 \text{ gr} \times \text{cm} \\ 282{,}5 \text{ gr} \times 43{,}3 \text{ cm} = 12232{,}25 \text{ gr} \times \text{cm}, \end{cases}$$

en que el primer valor de $F_1 l_1$ resulta ser ahora *menor* que el segundo producto: $F_2 l_2$.

En un caso como el presente, debe hacerse notar que no tiene sentido escribir el producto con seis cifras, cuando de ellas, escasamente se pueden garantizar tres.

En el caso precedente, escribiendo los resultados con sólo cuatro cifras significativas (una más de las que figuran en los datos resultados de las medidas), se hubiera obtenido:

$$F_1 l_1 = 12240 \text{ gr} \times \text{cm} = 122{,}4 \text{ gr} \times \text{m}$$
$$F_2 l_2 = 12180 \text{ gr} \times \text{cm} = 121{,}8 \text{ gr} \times \text{m}$$

advirtiéndose en seguida que la igualdad de ambos productos se verifica con un error de sólo 6 en 1200, ó sea de ½ %.

El método de comprobación simple tiene la ventaja de que, por el hecho de ser elegidos los datos al azar, bastan una o dos comprobaciones, a lo sumo, para llevar al alumno al convencimiento de que la ley en cuestión se verifica realmente. Este método es recomendable especialmente para aquellas leyes que han sido deducidas teóricamente, a partir de otras ya establecidas, sobre todo si se le complementa con el método que hemos denominado de previsión, y que estudiamos a continuación.

d) PREVISIÓN. — Este método es el más espectacular, y utilizado con arte, produce en los alumnos intensa emoción. Muestra, además, en forma explícita, que el poder de la ciencia radica en su facultad de previsión.

Si se trata, por ejemplo, de una palanca en equilibrio, de la medida de F_1, l_1 y l_2 deducimos el valor de F_2. Supongamos que el cálculo arroja que F_2 debe ser igual a 185 gramos. Si hemos efectuado las medidas cuidadosamente, podemos colocar de antemano, en uno de los platillos de la balanza, pesas por valor de 185 gramos, y asegurar que colocando en el otro platillo la carga que actuaba sobre la palanca, la balanza estará en equilibrio. Aun cuando el error fuera de 1 gramo en más o en menos, no

por ello pierde su efecto un experimento llevado a cabo de esta manea. Claro está que el efecto psicológico será tanto mayor cuanto más exacto sea el resultado obtenido. Si lo que se busca es producir aquel efecto —el profesor debe saber ser también actor—, como él depende del error absoluto y no del relativo, conviene elegir, para verificar la previsión, la magnitud menor. Si presumimos, por ejemplo, que nuestra previsión estará dentro del ½ %, ello implicará, en el ejemplo precedente, un error de 1 gramo en una carga de 200 g, y un error de 5 g en una carga de 1000 g. Parecerá más exacto, sin embargo, si el error es de sólo 1 g.

También se puede calcular el valor de una de las cargas, y observar que, colocando en el lugar previsto de la palanca la carga calculada, se produce el equilibrio. En todos los casos de equilibrio, este procedimiento es muy adecuado, convirtiéndose el rozamiento en un aliado del experimentador. Si se trata de un plano inclinado, de 30 cm de alto y 57 cm de longitud, una resistencia de 570 gramos se equilibrará con una potencia de 300 gramos, y tendríamos que haber cometido algún error grosero en las medidas para que, una vez colocadas las pesas en los lugares respectivos, el equilibrio no se produjera, puesto que debido al rozamiento, los 570 gramos se equilibrarían, en el caso precedente, y con los dispositivos habitualmente en uso, por una carga que podría variar entre 280 y 320 gramos, aproximadamente.

Los errores gruesos que los alumnos suelen cometer en estos casos, consisten en que, por distracción, omiten tener en cuenta el peso del carro o del platillo, o en que estando en el presente caso el plano constituído por una tabla gruesa, miden la altura a partir de un punto de la parte inferior de la tabla, y la longitud a partir de otro punto del borde superior, sin llevar la medida hasta el plano horizontal que sirvió de origen a la primera medida. En términos más breves: no cierran el triángulo.

Puede prescindirse, en todos los experimentos de equilibrio, del peso de los platillos, reglas y carros que intervengan en los dispositivos, si se tiene la precaución de equilibrar en *cada caso,* con municiones u otra tara cual-

quiera, el sistema descargado. Así, por ejemplo, en el caso del plano inclinado, para una longitud y una altura determinada, se equilibrará el peso del carro sin carga con munciones colocadas en el platillo de la potencia, y entonces sí podrá procederse como si el carro y el platillo no pesaran nada. Pero si se efectúa un segundo experimento variando la relación entre la altura y la longitud, habrá que equilibrar nuevamente el dispositivo, quitando o agregando municiones.

De la misma manera se experimenta con el dispositivo empleado habitualmente para trabajar con fuerzas paralelas, pues de lo contrario habría que tener en cuenta el peso de la regla, con lo cual el asunto se complica sin ningún provecho.

En el caso de un sistema de poleas móviles, casi diríamos que es indispensable, didácticamente, equilibrar previamente el sistema descargado, pues de no hacerlo así, llamando p al peso de cada polea y Q a la resistencia, si se suponen tres poleas asociadas en serie, la potencia P habría que calcularla por medio de la fórmula:

$$P = \frac{Q}{8} + \frac{p}{8} + \frac{p}{4} + \frac{p}{2} = \frac{Q}{8} + \frac{7}{8}\, p.$$

En la vida práctica, el peso de las poleas resulta siempre despreciable frente a la carga que se quiere levantar, pero en el laboratorio puede no suceder eso. Si cada polea pesa 80 gramos, la corrección a introducir sería de 70 gramos, y una resistencia de 400 gramos se equilibrará, no con 50 gramos, sino con 120.

Claro está que si tenemos la precaución de equilibrar previamente el sistema, sin carga, podremos asegurar que 50 gramos colocados en un platillo equilibrarán a 400 colocados en el otro. Como es natural, estas precauciones deben tenerse en cuenta en todos los casos, cualquiera sea el método que se siga en la experimentación.

Para finalizar con el procedimiento que estamos estudiando en este apartado, digamos que no hay capítulo de la Física en que no se lo pueda aplicar con utilidad. Con

él podrán los alumnos, con sólo un reloj, calcular la longitud de un péndulo, prever de antemano en qué posición deberán colocar una pantalla para recoger en ella la imagen nítida del filamento de una lámpara dada por un espejo, un lente o un sistema de lentes; decir de antemano cuánto indicará un amperímetro si se efectúa tal o cual conexión, etc.

Se trata, en todos los casos, de la resolución de un problema sobre cuya solución es la Naturaleza misma la que hace de juez inapelable.

Las determinaciones experimentales y los errores de observación

En lo que precede nos hemos ocupado fundamentalmente de la manera de establecer o comprobar las leyes que rigen los fenómenos físicos. Vimos entonces la enorme importancia que tiene que el alumno se forme una idea clara acerca del monto y la inevitabilidad de los errores de observación. El mejor procedimiento para alcanzar este resultado es hacer que desde el comienzo el alumno efectúe por sí mismo determinaciones sencillas de áreas, volúmenes y densidades.

Si se le propone que determine el área de una hoja triangular de metal, o, simplemente, de un triángulo cualquiera que ha dibujado previamente, encontrará, adoptando sucesivamente por base del triángulo cada uno de los lados, que los tres resultados obtenidos no son exactamente iguales. Él mismo podrá apreciar si la exactitud de sus medidas alcanza al milímetro, al medio milímetro o al cuarto de milímetro, y se dará cuenta que si la altura es de 100 mm, un error de $\frac{1}{2}$ mm en la medida de la base conduce a un error de 25 mm^2 en el área. No se trata, aquí, de que el alumno diga: "el área es tanto", sino de que afirme: el área debe estar comprendida entre tales y tales valores. Se le enseñará entonces a anotar sus resultados con sólo una cifra significativa más de las que puede asegurar, escribiendo ceros en los lugares restantes. Si

una de las bases del triángulo del ejemplo mide 102,5 mm, y la altura correspondiente 87,5 mm, pronto descubrirá el propio alumno que no tiene sentido expresar el área así:

$$A = 4484{,}375 \text{ mm}^2,$$

siendo más que suficiente la expresión:

$$A = 4480 \text{ mm}^2.$$

El reemplazar las cifras no significativas por ceros proviene de una convención no formulada explícitamente, pero que se ha difundido al generalizarse el uso de las tablas de logaritmos.

Tanto es así que es frecuente observar en las memorias de algunos clásicos científicos la expresión de un resultado con 6, 7 ó más cifras significativas, cuando por la precisión empleada hubiera sido suficiente consignar sólo 2 ó 3. Así, por ejemplo, en la célebre memoria sobre el calor, de Lavoisier y Laplace, del año 1780, después de expresar que la precisión del método empleado por ellos para determinar calores específicos es de 1 a 40, y algunas veces hasta de 1 a 60 (aproximadamente un 2 % de error), dan una tabla de los calores específicos así hallados, con seis cifras significativas. El calor específico del "hierro batido" consignado por ellos es:

$$C = 0{,}109985$$

valor que hoy se escribiría:

$$C = 0{,}110.$$

Cuando los alumnos efectúen sus determinaciones, conviene habituarlos desde el principio a que tengan en cuenta el error relativo de cada una de las medidas que efectúan. Así, por ejemplo, si deben determinar el volumen de un alambre cilíndrico de unos 5 m de longitud y unos 2 mm de diámetro, y se obtiene para la medida de éste, con un tornillo micrométrico:

$$d = 1{,}97 \text{ mm},$$

apreciándose que el error cometido puede ser de 2 ó 3 centésimos de milímetro, o sea del 1 %, sería absurdo medir la longitud hasta el milímetro, y consignar para ella un resultado tal como este:

$$l = 4973 \text{ mm.}$$

En este caso, bastará, al medir la longitud, con que no se cometa un error superior a los 5 cm.

Si se trata de una medida calorimétrica en la que se usa un termómetro dividido de grado en grado, y en el que se aprecian "a ojo" los décimos de grado, si la elevación de temperatura es de 8 ó 10 grados, el error no podrá ser menor del 2 ó 3 %, por lo cual es inútil preocuparse por la exactitud de las pesadas, en las cuales no importará cometer un error de 4 ó 5 gramos en una pesada de 500 gramos.

Al verificar la ley de Boyle y Mariotte con el dispositivo corriente, del tubo en U, debemos extremar las precauciones para medir el nivel del mercurio en la rama corta, pues en general importa más 1 mm de error cometido en la lectura del nivel del mercurio en aquella rama, que un error de 1 cm cometido en la lectura del otro nivel.

Esto debe tenerse muy en cuenta cuando se desea efectuar una verificación rápida de la ley por el método que hemos llamado de previsión. Supongamos, por ejemplo, que después de echar mercurio por la rama larga el nivel del mercurio en la corta, medido por la regla graduada del aparato, es de 4 cm, y en la larga, de 6 cm. Si la rama corta alcanza hasta los 24 cm, tendremos encerrado un volumen de aire medido por 20 cm (altura de un cilindro de sección constante) y a la presión de 78 cm de mercurio, si suponemos que en ese momento la presión atmosférica es de 76 cm. Cuando en la rama corta el nivel llegue a los 14 cm, el volumen se habrá reducido a la mitad ($24 - 14 = 10$), y la presión tendrá que ser el doble ($78 \times 2 = 156$), o sea de 156 cm de mercurio. Como $156 - 76 = 80$, el nivel en la rama larga tendrá que ser igual a 94 cm ($80 + 14 = 94$), de tal modo que la previsión que podemos efectuar, basándonos en el conocimiento de la ley, es que, cuando el nivel del mercurio alcance en la rama corta la división 14, llegará en la larga a la división 94. Podremos entonces proceder de dos modos diferentes: ir echando mercurio poco a poco, fijándonos en

el nivel que alcanza en la rama corta, y dejar de echar cuando nos parezca que ha llegado a la división 14. Procediendo así, nuestra previsión se cumplirá bastante mal, pudiendo diferir el nivel observado del previsto en varios centímetros. Si, inversamente, echamos el mercurio hasta que en la rama larga se alcance la división 94, observaremos que el nivel en la corta difiere del previsto en forma inapreciable. En el cuadrito que sigue consignamos los niveles que debe alcanzar el mercurio en ambas ramas en las proximidades del punto considerado:

Rama corta	Rama larga
13,8	90,8
14,0	94,0
14,2	97,4

Se ve que a una variación de sólo 2 mm en la rama corta corresponde una variación de más de 3 cm en la larga, por lo cual el error fundamental que se comete en estas determinaciones se refiere al volumen y no a la presión.

Si se trata de determinar constantes conocidas, por ejemplo la aceleración de la gravedad por medio del péndulo, debe evitarse que los alumnos deformen los resultados de sus medidas para llegar al resultado "exacto". Si quedan desconformes obteniendo para g 960 cm/seg^2, en lugar de 980 cm/seg^2, lo que implica un error de un 2 %, mejor será que analicen la causa de ese error, que puede provenir de un error en la medida del tiempo, de sólo un 1 %, ya que el tiempo figura en la fórmula al cuadrado. Verán entonces que el error relativo disminuye si, en lugar de medir el tiempo de 20 ó 30 oscilaciones, miden el tiempo transcurrido durante 100 ó 200.

Los cuestionarios

Para facilitar los trabajos efectuados por los alumnos, individualmente o por grupos, es frecuente entregarles una hoja escrita, con las instrucciones que se consideran

necesarias. A estas instrucciones se les da, por extensión, el nombre de *cuestionarios*. Cuando éstos se limitan a indicar lo fundamental, dejando libertad al alumno para que encare a su manera el asunto, el cuestionario es útil, pero en este caso puede ser sustituído por una breve explicación oral del profesor. Esto último no es posible cuando cada grupo de alumnos trabaja sobre temas diferentes, por carecerse en el laboratorio de equipos repetidos de instrumental para todo el alumnado. Siendo así, cada trabajo debe ir acompañado de un cuestionario que, a nuestra manera de ver, debe comenzar por indicar claramente el objeto de los experimentos que se van a efectuar. Aun en el caso de que se pretenda que el alumno llegue por sí mismo, aplicando un método puramente inductivo, a determinada ley o a determinado resultado, debe tener de antemano alguna idea acerca de lo que va a hacer, pues ningún investigador emprende un trabajo sin tener previamente una idea clara de lo que busca.

Un cuestionario que indique paso a paso lo que el alumno debe hacer, convirtiéndolo en un semiautómata, hace que el trabajo realizado pierda gran parte de su valor educativo. Un ejemplo de cuestionario "tipo brete" lo hemos dado en la página 25, al ocuparnos de los métodos de experimentación. Utilizando esta clase de cuestionarios, es verdad que se logra en las clases prácticas un orden casi perfecto, pues los alumnos tienen poco o nada que preguntar, pudiendo calcularse el tiempo de tal modo que, al final de la clase, todos los alumnos hayan terminado con todas las cuestiones propuestas. El inconveniente está en que, a pesar de haber trabajado mucho y bien, han pensado poco.

En resumen, nos inclinamos por las explicaciones orales del profesor o de sus auxiliares, y en caso de utilizar cuestionarios, preferimos aquellos que siendo explícitos y claros al señalar el objeto de la experimentación, no lo sean tanto en cuanto al procedimiento que se ha de seguir en la misma.

Material experimental

Existen en nuestro país algunos colegios privilegiados que poseen un laboratorio de Física con un rico instrumental y un taller anexo con personal experto, capaz de efectuar las reparaciones necesarias y de construir también nuevos dispositivos.

Entre ellos, y en primer lugar, se cuenta el Laboratorio de Física del Colegio Nacional de la Universidad de La Plata. El laboratorio cuenta con dos aulas, cada una de ellas con nueve mesas, dispuestas en forma de anfiteatro, en tres filas de a tres. En cada mesa se ubican cómodamente cuatro alumnos, mirando todos ellos hacia el frente del aula, lo que hace que conserven la misma ubicación en las clases teóricas y prácticas.

Cada mesa está provista de un doble mechero de gas y de un tomacorriente, que puede ser alimentado indistintamente con la batería de acumuladores instalada en el subsuelo (pudiendo variar el voltaje de 2 en 2, hasta 30 voltios), o con la corriente continua o alternada de la red de alumbrado, teniendo además un travesaño de altura variable, apropiado para la suspensión de péndulos, resortes, etc.

En cada experimento que efectúan los alumnos, se procura tener en condiciones nueve dispositivos, para que, por lo menos, haya uno en cada mesa. Así, por ejemplo, en lo que se refiere a electroestática, cada grupo de cuatro alumnos dispone de un péndulo eléctrico, barras de lacre, vidrio y ebonita, un electroscopio de hojas de oro, un electróforo de Volta, etc., todo lo cual se introduce en una caja de madera con divisiones, que se coloca debajo de cada mesa, provista en su interior de una lamparilla eléctrica, para el secado previo del material, tan indispensable en nuestro medio, dada la humedad del clima.

Se debe contar con suficiente material como para que los alumnos puedan efectuar por sí mismos experimentos relativos a todos los tópicos tratados a lo largo del curso escolar.

Pero la mayoría de nuestros colegios no se encuentran en ese caso, y se tropieza con grandes dificultades en la realización de los trabajos prácticos. Entre los métodos que se han ensayado para superarlas mencionaremos, en primer término, el de la experimentación cíclica.

De acuerdo con este método, el grupo de alumnos que hoy trabaja, digamos, en la comprobación del principio de Arquimedes, se ocupará en la clase siguiente del péndulo, en la subsiguiente de fuerzas paralelas, o de calorimetría, etc.

La falta de paralelismo entre las clases teóricas y las prácticas, y el salto mental que debe efectuar el alumno al ir realizando sus trabajos sin ningún orden son un grave inconveniente. Además, si los trabajos se efectúan al comenzar el curso, les falta a los alumnos la indispensable preparación y hasta el vocabulario para interpretar y expresar los resultados de sus experimentos. Si, por el contrario, se reserva para las clases finales la ejecución de los trabajos, el estímulo que supone el enfrentarse con algo nuevo ha desaparecido.

La realización cíclica es aceptable únicamente en los cursos universitarios. En la enseñanza media sólo se obtienen buenos resultados con ese método, reduciendo cada ciclo de trabajos a trabajos afines. Así, por ejemplo, tratándose de estática, un ciclo podría estar constituído por fuerzas concurrentes, fuerzas paralelas y palanca, para lo cual, dado el número habitual de alumnos que están a cargo de un profesor, deberá disponerse como mínimo de tres dispositivos iguales para cada tópico. De este modo, en tres clases sucesivas todos los alumnos del curso habrán realizado los tres trabajos.

Otra alternativa que da muy buenos resultados es hacer que los experimentos de cátedra sean realizados por grupos sucesivos, de dos o tres alumnos. En algunos casos puede intervenir en la ejecución de las medidas la casi totalidad del alumnado. Si se trata de representar gráficamente la presión de un gas en función de su volumen, cada punto de la curva, o sea cada par de medidas, puede ser efectuado por alumnos distintos, lográndose de ese

modo que toda la clase permanezca atenta y activa, ya que mientras unos efectúan las mediciones, los otros completan sus planillas, efectuando los cálculos correspondientes. La comprobación de la ley resulta así hecha por toda la clase.

En forma análoga puede procederse al realizar cualquier otro experimento, siendo también recomendable, en muchos casos, que no se limiten los alumnos a efectuar las medidas, sino que también preparen el dispositivo que se va a emplear. Es preferible perder algo de tiempo y hacer, por ejemplo, que ellos mismos efectúen las conexiones eléctricas de un circuito, guiándose por un esquema diseñado en el encerado; que con sus propias manos instalen el prisma y busquen la posición de desviación mínima; que regulen el metrónomo en los experimentos que lo requieran, y cuando no haya metrónomo, que acorten o alarguen un péndulo que hará las veces de tal, máxime si se encarga a uno de ellos que dé un "top" al cumplirse cada oscilación.

Si el laboratorio es muy pobre, se encargará a los alumnos que confeccionen en sus casas los dispositivos más necesarios. Es extraordinaria la habilidad, el ingenio y el entusiasmo con que muchos de ellos realizan esos trabajos. Algunos son extremadamente minuciosos, y no quedan conformes hasta que el aparato parezca que ha salido de las manos de un artesano consumado, cuidando todos los detalles estéticos; otros ponen su interés sólo en la parte funcional, y aunque el dispositivo resulta rústico y a veces grotesco, se pueden efectuar con él medidas lo suficientemente precisas.

Aparte de esto, para la realización de muchos e interesantes experimentos no se necesita disponer de aparatos especiales. Un fotómetro puede ser realizado con sólo colocar una tiza verticalmente sobre la mesa y recoger las sombras que las fuentes luminosas proyectan sobre una hoja de cuaderno; con un lente convergente cualquiera, no hace falta banco óptico alguno para comprobar con precisión la fórmula de los focos conjugados: basta una lámpara y una pantalla, cuyo soporte móvil es el propio

experimentador; con un prisma ya se tiene un espectroscopio, con sólo colocarlo delante del ojo y observar a su través una rendija practicada en una tarjeta, iluminada por una lámpara de filamento o por el sol.

Si se observa de ese modo un tubo Geissler, se percibirá un hermoso espectro de líneas. Resulta más interesante observar la polarización de la luz utilizando el vidrio de una puerta como polarizador y el vidrio de un cubrerretrato como analizador, que empleando aparatos especiales.

Para experimentos de magnetismo y electricidad, gran parte de lo necesario puede obtenerse por poco precio en los llamados "cementerios de automóviles", y con actividad y entusiasmo puede lograrse en poco tiempo convertir al más pobre de los laboratorios en un centro de actividad que podrá cumplir discretamente con su misión.

Claro está que será siempre difícil improvisar una máquina neumática o pretender efectuar el experimento de Torricelli sin mercurio. En estos casos, debe recurrirse a los "experimentos de tiza y encerado", que en mayor o menor grado se han de utilizar siempre, pues nunca el material experimental didáctico será tan rico como para que cada alumno disponga para sí, por ejemplo, de un ciclotrón.

No se trata, pues, de que el alumno realice por sí mismo o vea realizar todos los experimentos que se mencionen. La vida es demasiado breve para que podamos permitirnos el lujo de ser desconfiados hasta el punto de dudar de la redondez de la Tierra si no efectuamos, nosotros mismos, un viaje de circunnavegación. Tampoco tenemos derecho a poner en duda que la velocidad de la luz es de 300 000 km/seg por el hecho de que no la hayamos medido personalmente. De lo que se trata es de que el alumno se interiorice del método que sigue la ciencia en sus determinaciones, y para ello, lo necesario es que él mismo efectúe algunas de ellas. La selección de éstas dependerá del material de que se disponga, así como también la manera de efectuarlas —por grupos o individualmente—, pero en el fondo, en todas partes puede seguirse el mismo método,

con una circunstancia favorable para los alumnos de los colegios cuyos laboratorios estén menos provistos, ya que, guiados convenientemente, podrán tener la enorme satisfacción de experimentar con instrumentos construídos por ellos mismos, que serán además útiles para sus compañeros.

III

LA TRAMA CONCEPTUAL

El vocabulario científico. — Definiciones enunciativas e indicativas. — Espacio. — Tiempo. — Reloj patrón. — Magnitudes sensoriogenéticas. — Temperatura. — Definiciones indicativas de magnitudes no sensoriogenéticas. — Magnitudes derivadas.

El vocabulario científico

Los hechos particulares pertenecientes al dominio de una ciencia presentan entre sí ciertas analogías y ciertas diferencias por las cuales pueden ser clasificados. Esta clasificación se lleva a cabo por medio de conceptos que se expresan por palabras, grupos de palabras o símbolos. De este modo se crea el lenguaje científico, que, como el corriente, se encuentra en constante evolución. El aprendizaje de una ciencia consiste, fundamentalmente, en el aprendizaje de su propio lenguaje y, por consiguiente, en la comprensión y el sentido de su vocabulario específico. Este vocabulario ha sido tomado en gran parte del vocabulario corriente, luego de haber precisado y limitado el sentido de cada palabra.

Todo el mundo conoce la acepción que, en la vida diaria, se da a las palabras "impulso", "trabajo", "acción", pero no todo el mundo sabe lo que en mecánica debe entenderse por tales términos. La sola comprensión del sentido preciso de una palabra del lenguaje científico implica un conocimiento cuya importancia no es nada despreciable. Cuando enseñamos qué es lo que debe entenderse por

la palabra *fusión*, estamos clasificando en el mismo grupo hechos, tan diversos como son la obtención del plomo o del estaño "derretido", con la transformación común —pero no por eso menos asombrosa— del hielo en agua. De este modo, hechos extraños y distantes entre sí aparecen ligados en nuestro espíritu por la red sutil de un concepto, que se expresa, en este caso, por un solo vocablo.

El proceso mental que permite crear el vocabulario científico es el mismo que se emplea en la formación del vocabulario corriente. Con la palabra "animal", un niño designa indistintamente a un perro, a un gato, o a una araña, lo que supone un complicado proceso de abstracción, consistente en prescindir de todas aquellas cualidades particulares de los objetos que designa con el mismo nombre. En el concepto que se traduce por la palabra animal, no aparece el tamaño, ni el color, ni la forma de éste u aquél; pero éste y aquél, y aquel otro, caben igualmente, por decirlo así, en el mismo casillero de nuestro espíritu. No existe ninguna diferencia esencial en el proceso que sigue la mente de un niño al afirmar: "este perro es grande y peludo" y el proceso que permite al técnico decir: "este acero tiene un módulo de Young de 20 000 $\frac{\text{kgr}}{\text{mm}^2}$ y funde a 1400°C". Se trata, en ambos casos, de una clasificación hecha utilizando conceptos más o menos vagos o más o menos precisos.

La adjetivación científica es más rica que la adjetivación vulgar, pues en aquélla aparecen los números, resultados de las medidas, que permiten hacer que la cantidad de casilleros destinados a la clasificación sea ilimitada. Las palabras bajo, alto y mediano se convierten en una escala continua de valores con el concepto de estatura, así como los vocablos frío, tibio y caliente pierden su vaguedad después de haber aprendido a asociar un número a cada estado térmico. Por esta razón, aprender a medir es también, un poco, aprender a hablar. Cuando de niños aprendimos a contar, enriquecimos con ello nuestro vocabulario, ya que, en última instancia, cada número natural no es más que el nombre con que designamos a los conjuntos de objetos que tienen la propiedad de ser coordi-

nables entre sí, prescindiendo o haciendo abstracción de cualquier otra cualidad.

Es particularmente importante que el profesor tenga conciencia plena, en cada momento, acerca del vocabulario que poseen sus alumnos. La falta de comprensión por parte de ellos es, en muchos casos, debida a lo precario de su vocabulario, tanto del científico como del corriente.

Para que el vocabulario del alumno se vaya enriqueciendo paulatinamente, no basta con darle, de cada término, su definición, ni basta tampoco con que sepa repetir al pie de la letra la definición dada. Es necesario, además, que después de haber captado su sentido, lo incorpore a su vocabulario familiar, pudiéndolo aplicar con entera propiedad.

Para esto, lo mismo que en el aprendizaje de una lengua extraña, tendrá que habituar, por ejercicios repetidos, su oído, su garganta y su mente al nuevo término.

Definiciones enunciativas e indicativas

Definir un concepto es dar su significado. Si el concepto se expresa por una palabra, daremos el sentido de ésta utilizando otras palabras. Se tiene, de este modo, lo que puede llamarse una definición verbal o enunciativa. Pero para que la definición sea completa, es necesario que podamos definir, a su vez, cada una de las palabras que han intervenido en la primera definición. Continuando con este proceso, parecería que es absolutamente imposible dar una definición completa de ningún concepto, pues llegamos a un punto en que las palabras que empleamos no pueden ser definidas en forma verbal. Se llega así a lo que los lógicos llaman *indefinibles* o *conceptos primitivos*.

Si la ciencia opera con conceptos, y éstos, en última instancia, resultan ser combinaciones de otros conceptos de los cuales no sabemos decir qué son, parece desprenderse de aquí que todo el imponente edificio científico se apoya en el movedizo suelo de la metafísica, en forma análoga a un témpano que flota en el océano.

Pero esta impresión, por lo menos en lo que a las definiciones atañe, es injustificada. Que ciertos conceptos no puedan ser definidos verbalmente, no quiere decir que no puedan ser definidos de alguna otra manera. Para comprender de qué otro modo que no sea el puramente verbal pueden ser definidos ciertos conceptos, basta con analizar la manera con que muchos de ellos han sido aprehendidos por nosotros al aprender a hablar. El niño no llega al concepto que expresa con la palabra "perro" a partir de una definición del tipo: "perro es un animal cuadrúpedo, mamífero, etc.", sino que llega a él a través de *indicaciones* tales como: "esto es un perro, aquello es un perro, y aquello otro, es también un perro...". Y los perros están realmente allí, con sus características particulares diferentes, pero con algo común a todos ellos, que nos permitirá decir mañana, al percibir en nuestro campo visual cierta figura: "eso es un perro".

Si alguien nos pregunta a qué llamamos *verde,* por cierto que no diremos que "verde es la sensación visual que corresponde a una radiación electromagnética de una longitud de onda de 6000 unidades Angström", sino que señalaremos objetos diversos, que nos parezcan de ese color. Del mismo modo, por indicaciones que se traducen en actos, manifestaremos lo que entendemos por agudeza o gravedad de un sonido respecto a otro, siendo en este caso, como en el de los colores, absolutamente imposible llegar al concepto a través de definiciones exclusivamente verbales. Estas definiciones indicativas no tienen, desde luego, nada de metafísicas, pues nacen, precisamente, del señalamiento de determinados caracteres empíricos de los objetos. Los conceptos de espacio y tiempo empleados en Física, al igual que otros que analizaremos a continuación, sólo son definibles indicativamente, como veremos en seguida.

Espacio

Al definir lo que entendemos por movimiento uniforme, decimos que en él el móvil recorre distancias iguales, en intervalos de tiempo también iguales. ¿Qué debemos

entender por distancias iguales entre sí, y qué por intervalos de tiempo iguales entre sí? Para responder a preguntas de esta clase, no debemos tratar de apretujar nuestro espíritu, procurando entrar en una especie de trance metafísico, que, al decir de Bergson, nos permitiría dar el salto capaz de captar la esencia misma de lo que son "en sí" el espacio y el tiempo. No; nada de eso.

Para decir qué es lo que entendemos por distancias iguales entre sí, fijemos nuestra atención en las operaciones que efectivamente tendríamos que realizar para verificar si entre dos marcas, *A* y *B*, existe igual distancia que entre otras dos *A'* y *B'*. Debemos disponer, para ello, de un cuerpo rígido, que en la práctica toma la forma de una regla o un compás, y al hacer las operaciones corrientes, para efectuar la verificación, lo que se postula en forma implícita es la rigidez del cuerpo utilizado en la operación. Si los puntos *A* y *B* pueden hacerse coincidir (simultáneamente) con las marcas α y β del cuerpo rígido, y en una segunda operación son los puntos *A'* y *B'* los que coinciden (también simultáneamente) con aquellas marcas, las dos distancias *A B* y *A' B'* son iguales entre sí, *por definición* *.

Se trata, como se ve, de una definición operativa, indicativa, que no sólo nos enseña lo que debemos entender por distancias iguales, sino que también, a partir de ella, podremos efectuar mediciones reales.

No debe extrañar que en una definición "geométrica" como es ésta, hagamos intervenir los cuerpos rígidos de la Física. *H. Poincaré* hace notar que si no existieran cuerpos sólidos, no habría geometría, y *Einstein* llama a la geometría de Euclides la rama más antigua de la Física.

En Física, "un punto" es una señal cuyas dimensiones son despreciables con respecto a las demás dimensiones que intervienen en el problema. En muchos asuntos de Astronomía, la Tierra toda puede ser considerada como

---

* La palabra "simultáneamente" es indispensable en esa definición operativa: los conceptos de espacio y tiempo resultan así indisolublemente unidos. Véase, al respecto, el último capítulo.

un punto. Cuando decimos "dimensiones despreciables con respecto a...", ello tiene un significado bien preciso, cual es que las "dimensiones del punto" sean inferiores a los probables errores de observación. Análogamente, un estrecho haz luminoso representa en Física "una recta", a condición de que el haz no sea demasiado estrecho, pues entonces aparecen fenómenos de difracción. Las dimensiones transversales de esta recta física deben ser grandes en comparación con la longitud de onda, y pequeñas con respecto a la longitud considerada del rayo. En este sentido, una "recta de rayos X" se aproximaría más a una recta euclidiana que una "recta de luz roja". En muchos casos, también un hilo tirante o el canto de una regla que se puede contrastar con un rayo de luz representan una recta física, o, si se prefiere, un "segmento de recta física".

Cuando todos los "puntos físicos" de una "recta física" aplicada sobre una superficie coinciden "físicamente" con todos los "puntos físicos" de la misma, cualquiera sea la orientación de la recta, la superficie en cuestión constituirá un "plano físico". La cara de un cristal, examinada con luz común se comporta como un plano euclidiano, pero examinada con rayos X deja de ser continua, y todo el cristal se convierte en una malla de "puntos", centros de difracción.

Si efectuamos medidas en que intervienen los puntos, las rectas y los planos de la Física, se observa que, aproximadamente, dichas medidas obedecen a leyes que coinciden con las que pueden deducirse, en forma de teoremas, de la geometría de Euclides. Lo de "aproximadamente", quiere decir que las diferencias pueden ser atribuídas a errores de observación.

¿Prueban nuestras medidas que el "espacio" obedece entonces a la geometría de Euclides? Hagamos notar, en primer término, que nuestras medidas no se refieren al "espacio", sino a cuerpos sólidos y a rayos de luz, es decir, a *entes físicos*, y no a entes geométricos. En segundo lugar, el espacio es una pura creación de nuestra mente, poblado de entes ideales. Se pueden inventar tantos espa-

cios geométricos como se quieran, euclidianos o no, y con un número arbitrario de dimensiones.

Cuando se pregunta acerca de qué geometría es válida para el espacio físico, lo que debe entenderse con dicha pregunta es si la métrica resultante de la experimentación con cuerpos rígidos y rayos de luz puede ser deducida de tal o cual geometría. Hasta hace muy poco, dicha métrica parecía ajustarse muy bien con la de la geometría euclidiana, tanto para nuestro mundo de dimensiones medias, asequible a medidas directas, como para el mundo de dimensiones astronómicas. El advenimiento de la teoría de la gravitación, de Einstein, ha mostrado que se interpreta con mayor comodidad y sencillez el resultado de las medidas experimentales con una métrica deducida de una geometría riemanniana.

Para medir una distancia en forma indirecta (tal como se mide por la paralaje las distancias astronómicas), es necesario *postular* la validez de determinada geometría. En la práctica, tanto en Física como en Astronomía, la geometría cuya validez se postula es la euclidiana. Parecería desprenderse de aquí que es imposible decidir experimentalmente si la métrica del espacio físico corresponde o no a la geometría de Euclides, ya que ésta se ha postulado como verdadera, y es de ese postulado que han surgido las medidas obtenidas. Sin embargo, no es así. Si se observaran algún día estrellas muy lejanas con paralajes negativas (paralajes negativas que se obtendrían del hecho de haber postulado que la suma de los tres ángulos de un triángulo debe valer dos rectos), se deduciría de allí que los rayos de luz siguen en su trayecto rectas de una geometría de Riemann, y si, por el contrario, la paralaje de todas las estrellas, inclusive las más lejanas, se mantuviera siempre positiva y mayor que cierta paralaje límite, habría que adoptar para aquellos trayectos las rectas de una geometría de Lobatchevsky.

Naturalmente que, en uno y otro caso, podremos conservar, si así lo deseamos, el "espacio" euclidiano, para lo cual bastará suponer que la luz se propaga, no en línea recta, sino siguiendo curvas, como si atravesara un medio de índice de refracción variable.

Tiempo

¿Qué significado tiene para el físico decir que dos intervalos de tiempo son iguales entre sí? Para *verificar* si el tiempo que transcurre entre dos sucesos, *A* y *B*, es igual al transcurrido entre los sucesos *A′* y *B′* (vaciado de un tanque y caída de un cuerpo desde cierta altura, por ejemplo), utilizamos un *reloj*, del mismo modo que en la verificación de la igualdad de dos distancias empleábamos una regla rígida. Pero en la comprobación de la igualdad de dos intervalos de tiempo, el caso se presenta algo más complicado. Debemos decir aquí *qué es un reloj*. Si dijéramos en este momento que un reloj es un aparato que sirve para medir el tiempo, caeríamos en un burdo círculo, sin salida posible. En el caso de la medida de distancias utilizamos un "cuerpo rígido", y si se nos pregunta ¿qué es un cuerpo rígido?, bastaría con señalarlo; "esta regla de madera, aquella de hierro, la de más allá de platino, etc.", y con todas ellas se obtienen resultados concordantes si se toman las debidas precauciones. Podemos construir, además, un "patrón de distancia", como efectivamente se ha construído, y decir: "eso es un metro".

Si procedemos en forma análoga con los relojes que realmente se utilizan, encontramos:

1) Existen relojes de los más diversos tipos: de arena, de agua, de péndulo, de resortes, eléctricos, electrolíticos; astronómicos, de Sol, de Luna, estelares, etc.

2) Las indicaciones de dos relojes distintos nunca son exactamente coincidentes, siendo las diferencias entre uno y otro bien apreciables.

3) No disponemos de ningún reloj patrón que nos permita decir: "el tiempo es lo que marca ese reloj".

Si fijamos nuestra atención en el fundamento que sirve de base para la construcción de los relojes físicos, encontramos que en todos ellos el presupuesto general que implica una definición implícita de intervalos iguales de tiempo es el siguiente:

"Acontecimientos iguales, en circunstancias iguales, se producen en intervalos también iguales de tiempo".

Si llenamos un recipiente con agua una y otra vez, y lo dejamos vaciar en circunstancias idénticas, el tiempo transcurrido en uno y otro caso *deberá* considerarse igual, de acuerdo con la definición precedente. Del mismo modo, dos oscilaciones exactamente iguales de un mismo péndulo, efectuadas en idénticas circunstancias, deberán ser consideradas también como iguales. Si confrontamos ahora un reloj de agua con otro de péndulo, vemos, sin embargo, que no coinciden exactamente. Lo que ocurre es que no pueden realizarse dos acontecimientos que sean exactamente iguales y que se produzcan exactamente en las mismas circunstancias. Dos oscilaciones sucesivas de un mismo péndulo, por más precauciones que tomemos, no se producen en circunstancias "exactamente iguales". Entre una y otra ha cambiado la posición relativa de la Luna y de los demás astros respecto al péndulo, de tal modo que las circunstancias en que se produce determinado acontecimiento no pueden reproducirse nunca exactamente. Por esta razón, el principio anterior, que constituye uno de los aspectos del principio de inducción, es sólo aplicable en la forma siguiente:

"Acontecimientos aproximadamente iguales, en circunstancias aproximadamente iguales, se producen en intervalos de tiempo aproximadamente iguales". Pero esto es inusitado: tenemos la definición de lo que son intervalos aproximadamente iguales, y no sabemos lo que son intervalos iguales, pues la definición primitiva, por irrealizable, debe ser considerada como carente de sentido.

Pero lo cierto es que los físicos y los astrónomos realizan medidas de tiempo de extraordinaria precisión. Se construyen relojes de péndola, cuya marcha sólo debe ser corregida de tanto en tanto. ¿Corregida cómo? Las correcciones se efectúan teniendo en cuenta el movimiento diurno de las estrellas, por lo cual parecería que el reloj patrón que se ha adoptado es la propia Tierra con su movimiento de rotación. Si ése fuera el reloj patrón, la velocidad angular de la Tierra en su movimiento de rotación sería constante. Constante por definición.

Es efectivamente cierto que las medidas de tiempo se llevan a cabo considerando a la Tierra como reloj patrón, pero no es menos cierto que el tiempo de que hablan los astrónomos, representándolo con la inocente letra *t*, que aparece en las ecuaciones de la mecánica, no está definido por aquel reloj.

Si el tiempo estuviera definido por la rotación de la Tierra, no tendría sentido la afirmación de los astrónomos según la cual, a causa de las mareas, por un efecto de frenamiento, el período de rotación de aquélla debe ir aumentando constantemente. Para comprender a *qué tiempo* se refieren los astrónomos cuando hacen una afirmación de esta clase, supongamos que con el correr de los siglos el período de rotación de la Tierra se hiciera doble del actual. Estando el tiempo definido por el propio movimiento de la Tierra, el día sideral seguiría siendo de 24 horas, pero un físico del futuro, comparando sus observaciones con las actuales, encontraría resultados como los que siguen:

"La revolución sideral de la Luna se efectúa ahora —diría— en algo más de 13 días, mitad del tiempo que empleaba en el siglo XX."

"La longitud del péndulo que bate el segundo es en unos 40 cm superior a la longitud del péndulo que batía el segundo en aquella época, y que era aproximadamente de 1 m.

"El año tiene actualmente unos 180 días de duración, y no 365, y, análogamente, observamos en la actualidad que el período de revolución de los demás planetas, de sus satélites y de muchas estrellas dobles se ha reducido aproximadamente a la mitad."

Observaría también, ese supuesto físico del futuro, que la velocidad de la luz y del sonido se han hecho dobles, y que una corriente de un amperio, circulando durante un segundo por un voltámetro, libera una masa de substancia también doble.

Este físico podría terminar su memoria del modo siguiente: "En el siglo XX, las leyes que los físicos consideraban como válidas eran muy sencillas. Creían, por ejemplo, en el principio de conservación de la energía, y daban

para la expresión de la energía cinética de un cuerpo en movimiento la fórmula: $E = \frac{1}{2} mv^2$. Si sobre el cuerpo no actuaba ninguna fuerza, su velocidad, según ellos debía permanecer constante. Hoy sabemos que, en esas condiciones, la velocidad de un cuerpo aumenta constantemente. Nuestras fórmulas son mucho más complicadas, pero más exactas".

No cuesta trabajo imaginar que algún otro físico, colega y contemporáneo del precedente, le saldría al paso para decirle que las leyes físicas pueden ser conservadas en su simplicidad primitiva, a condición de adoptar *otra definición* del tiempo que no se basara en la rotación de la Tierra. Y esto es lo que se hace, efectivamente, ya que una pequeña aceleración secular, observada en el movimiento de la Luna, se atribuye en realidad a un paulatino retardamiento de la rotación terrestre. Pero, ¿cuál es esa otra definición? Cómo lo hace notar *Poincaré,* a quien se debe la esencia de la argumentación que precede, la definición implícita adoptada por físicos y astrónomos sería la siguiente: *"El tiempo es un parámetro que figura en las ecuaciones de la mecánica, y cuya elección se hace de tal modo que dichas ecuaciones resulten lo más simples posible."*

¿Qué diferencia existe entre un "buen reloj" y un "mal reloj"? La diferencia estriba en que utilizando el primero, las predicciones de la Física y de la Astronomía se cumplen con diferencias inapreciables, y utilizando el segundo, las diferencias observadas son mayores.

La carencia de un *reloj patrón* convierte el asunto del tiempo en algo desagradable, porque decir que el tiempo adoptado es aquel que hace que las leyes de la Física sean "lo más simples posible" no se presenta al espíritu en la forma clara que sería de desear. Las leyes son muchas, y el concepto de mayor o menor simplicidad es demasiado vago. Si se adoptara como definición de tiempo el movimiento diurno del Sol, un reloj patrón estaría constituído por un cuadrante solar, y la ley del movimiento de aquel astro resultaría la más simple de todas. No habría desigualdad de los días solares, ni aparecería, en la definición del "tiempo medio", la complicada ecuación del tiempo de

los astrónomos. Pero, eso sí, nuestros relojes no solares tendrían que ser fabulosamente complicados, al igual que todas las leyes de la Física. La ley del isocronismo no valdría, y la velocidad de la luz experimentaría complicadas variaciones periódicas, de período anual. Por eso la definición implícita del tiempo no puede referirse a la simplicidad de ésta o de aquella ley, sino a la simplicidad del conjunto.

Reloj patrón

Así las cosas, y con ánimo de encontrar ubicación adecuada para algunos hechos de observación que en Física clásica se encontraban, por así decirlo, sueltos, fuera de la malla conceptual utilizada hasta entonces, *Einstein,* en el año 1905, propuso definir el tiempo postulando la validez, en todos los casos, de esta simplísima ley: *"La velocidad de la luz, en el vacío, es constante".*

De este modo, tenemos ya nuestro ansiado reloj patrón. Si con el correr de los años, al efectuar nuevas determinaciones de la velocidad de la luz, utilizando siempre relojes concordantes con el "reloj Tierra", se observara un aumento de aquella velocidad, sabríamos corregir nuestros relojes y sabríamos también calcular el aumento del período de rotación de la Tierra, correcciones y cálculos que efectuaríamos de modo que la velocidad de la luz permaneciera constante. Definir ahora lo que entendemos por un "buen reloj", no ofrece dificultad: es aquel con el cual se obtiene para la velocidad de la luz el mismo valor, cualquiera sea el trayecto sobre el cual midamos dicha velocidad.

Aclaremos todavía que el postulado de la constancia de la velocidad de la luz significa que dicha velocidad no depende del movimiento de la fuente luminosa con respecto al observador, ni del movimiento del observador con respecto a la fuente.

Si nos suponemos embarcados en una especie de avión interestelar, viajando a gran velocidad con respecto al sistema de estrellas fijas, y medimos, dentro de nuestro avión, la velocidad de la luz proveniente de ellas, tendre-

mos que obtener el mismo valor, cualquiera sea la dirección de las ondas luminosas que consideremos. Tanto la luz que entra por la popa como la que entra por la proa de nuestro navío sideral empleará el mismo tiempo en atravesarlo.

Algunas de las consecuencias que pueden obtenerse del aparentemente inocente postulado de la constancia de la velocidad de la luz, las hallará el lector en el capítulo XV. Lo que aquí nos interesa destacar es lo siguiente:

Las medidas de distancias, o sea la exploración métrica del espacio físico, se realizan utilizando cuerpos rígidos.

Las medidas de tiempo se llevan a cabo utilizando relojes.

Los cuerpos rígidos y los relojes son tales que las medidas efectuadas con ellos deben satisfacer el postulado de la constancia de la velocidad de la luz.

En lo que precede hemos definido los conceptos de espacio y tiempo que utiliza la Física. Con ello hemos tendido ya los dos hilos principales de la trama conceptual. Las definiciones dadas han sido de la clase que hemos llamado "indicativas". Cuando una magnitud se define de esta manera, la definición no contesta a la pregunta: "¿Qué es tal cosa?", sino a esta otra: "¿Cómo se mide tal cosa?" En el caso tratado hemos indicado cómo se mide una distancia y cómo se mide un intervalo de tiempo, y hemos visto cuáles son las convenciones y los presupuestos de aquellas operaciones de medida.

Sorprenderá quizá que en un libro dedicado a la enseñanza de la Física, y enfocado primordialmente a la enseñanza de aquella ciencia en el ciclo medio, hayamos dedicado tanta extensión al estudio de dos conceptos ante los cuales los alumnos no encuentran ninguna dificultad, o si la encuentran son lo suficientemente prudentes como para reservárselas. Varios motivos hemos tenido al detenernos en el análisis precedente. Entre ellos, no es el principal el creer que ya es hora de incorporar a la enseñanza media el estudio de la parte fundamental y de las consecuencias más importantes de la teoría, ya clásica, de la relatividad.

Tampoco ha sido nuestro objetivo fundamental el mostrar, a título de ejemplo, con el análisis de aquellos conceptos, que la Física no se asienta en el "frágil y movedizo terreno de la Metafísica", y que están muy lejos los teóricos de hoy de creer, con *Dubois Reymond,* que existen *problemas* que serán eternamente insolubles para el hombre de ciencia, tales como los que se refieren a la *"esencia"* de lo que son *"en sí"* el espacio, el tiempo o la fuerza. Los *"grandes problemas"* como éstos, se han reducido a *"seudoproblemas";* el lugar de las "esencias" es ocupado hoy por convenciones o definiciones adecuadas.

Lo que aquí nos interesa señalar es que un concepto tal como el del tiempo físico, cuyo análisis involucra no pocas dificultades, se adquiere, no obstante, en los primeros años de nuestra vida. Eso se debe a que comenzamos a manejar relojes, externos e internos, desde el momento mismo en que abrimos los ojos. Las sensaciones viscerales que desde el principio nos urgen a solicitar nuestro alimento son las que, conjuntamente con otros complicados procesos fisiológicos, originan el nacimiento de lo que se llama tiempo psíquico. Este tiempo es vago e impreciso, por lo cual muy pronto desconfiamos de las indicaciones dadas por nuestro "reloj mental", y preferimos a él una clepsidra cualquiera. Pero esto no es exclusivo del tiempo: desconfiamos también de la exactitud del "dinamómetro" constituído por nuestros músculos, y optamos por otro de resorte; el tosco termoscopio de nuestro tacto es substituído por un termómetro cualquiera, y la apreciación subjetiva de la intensidad luminosa se objetiva en la fotometría.

Magnitudes sensoriogenéticas

Las reflexiones que anteceden nos llevan a clasificar las magnitudes físicas de acuerdo con su origen, lo que tiene, como veremos, particular importancia desde el punto de vista didáctico. Llamamos sensoriogenéticas a aquellas magnitudes de las cuales el niño, el hombre primitivo o el salvaje tienen ya alguna noción. Estas nociones aparecen con anterioridad a la adquisición de cualquier co-

nocimiento que pudiera denominarse científico, y se originan como resultado inmediato de nuestra experiencia diaria.

En este sentido serían sensoriogenéticas la longitud (grandor), el tiempo, la fuerza (y el peso) y la temperatura. A está nómina podrían agregarse, todavía, las intensidades luminosas y las sonoras, y la velocidad. En cambio, no son sensoriogenéticas la masa, ni la carga eléctrica, ni las intensidades de los campos eléctricos y magnéticos, ni ninguna de las magnitudes derivadas, tales como la presión, el trabajo mecánico, etc.

Si los experimentos sobre magnetismo y electroestática llaman tanto la atención, eso se debe, en gran parte, a que nó tenemos ningún sentido que nos permita sospechar siquiera la existencia, en determinado lugar, de un campo magnético o eléctrico. Si nuestros músculos fueran fuertemente ferromagnéticos, la orientación de la brújula no produciría en nosotros ni más ni menos asombro que la caída de los cuerpos.

En tal supuesto, la ciencia se habría desarrollado en forma totalmente diferente, y es muy probable que, en ese caso, Einstein no tropezara con tantas dificultades para hallar las ecuaciones del campo unitario, que tan afanosamente busca, para introducir en el mismo marco teórico la gravitación y el electromagnetismo. Volviendo a lo que fundamentalmente nos interesa, observemos que desde el punto de vista didáctico las magnitudes que hemos llamado sensoriogenéticas ofrecen, en general, la particularidad de ser las que, conceptualmente, en el período de iniciación, son captadas con menor dificultad, dejando la impresión de que se posee de ellas una idea nítida y definida. Como desquite de la facilidad con que se han aprehendido esos conceptos, en una segunda etapa son precisamente aquellas magnitudes las que exigen un mayor esfuerzo de análisis para clarificar su verdadero significado.

A esa segunda etapa de que hablamos tendrá que llegar algún día el que quiera ser físico teórico, o el que pretenda estudiar el sentido y alcance del conocimiento científico, pero se puede ser un excelente ingeniero, y aun un gran

físico experimental, conservando la ilusión primigenia acerca de la sencillez de aquellos conceptos básicos. Por estas razones, en la enseñanza media debe procurarse obtener el mejor aprovechamiento de aquellas nociones preformadas, procurando no empañar prematuramente las ideas que a nuestros educandos se les presentan simples y transparentes. Comenzar la parte de cinemática haciendo notar desde el comienzo todas las dificultades que se presentan, si se quiere aclarar debidamente lo que se entiende por "intervalos iguales de tiempo", sería absurdo y contraproducente, máxime en esta época en que, cada media hora, la radiotelefonía nos marca el tiempo con la precisión de un décimo de segundo.

La clasificación que estamos haciendo de las magnitudes físicas, de acuerdo con su origen, o con su significación antropomórfica, nos permite encarar el problema, tantas veces debatido, acerca de si es preferible comenzar el estudio de la mecánica por la estática o por la dinámica.

Si se comienza por la dinámica, habrá que definir la fuerza en la forma preconizada por *Kirchhoff*: fuerza es el producto de la masa por la aceleración. Pero de estas tres magnitudes, vinculadas por el principio de Newton, sabemos definir con propiedad —como lo hace notar Poincaré— sólo una de ellas: la aceleración. ¿Por qué entonces, se pregunta el mismo Poincaré, no definir la masa por el cociente entre la fuerza y la aceleración?

El asunto merece, sin duda, ser discutido con detenimiento, pero aquí, lo que nos interesa fundamentalmente no es hallar el camino más lógico para fundamentar la mecánica, sino el más viable. La elección, didácticamente, no puede ofrecer duda alguna. Es la masa la que debe ser definida por el cociente entre la fuerza y la aceleración, puesto que de la masa no tenemos originariamente ninguna idea, en tanto que de la fuerza, por lo menos nos parece tener una idea muy clara. Naturalmente que la fuerza debe ser definida en forma indicativa, mostrando el modo de medirla: por el estiramiento de un resorte o de un hilo. La fuerza es de aquellas magnitudes de las cuales no debe preguntarse "¿qué es?", sino "¿cómo se mide?". Podría pensarse que también se tiene originariamente al-

guna idea de la masa en virtud de la resistencia que ofrecen los cuerpos al cambio de velocidad; pero lo que se aprecia muscularmente en tales casos es esa resistencia, es decir, una fuerza.

Por algo en el sistema técnico de unidades, anterior al C. G. S., figura la fuerza y no la masa entre las magnitudes fundamentales. El grave inconveniente de este sistema es que los dinamómetros son muy poco exactos, en tanto que las balanzas de pesas son muy precisas, y con éstas, lo que se determina en forma directa es justamente la masa.

Por eso el sistema más conveniente es, sin duda, el C. G. S., y de acuerdo con él aparece la fuerza como magnitud derivada. Pero en el caso de definir la fuerza a partir de la masa y de la aceleración, habrá que comenzar por dar de la masa, por lo menos, una definición indicativa. En esta definición tendrá que aparecer la balanza de pesas, cuyo equilibrio se logra por las *fuerzas* del peso del cuerpo y de las pesas, y si la relación entre aquellas fuerzas es igual a la de las masas (en balanza de brazos iguales), eso se debe a la proporcionalidad entre el peso y la masa. En resumen, el camino me parece muy poco conveniente. Aparte de lo apuntado, la estática, por tratarse en ella cuestiones de equilibrio, es esencialmente mucho más asequible que la dinámica, a la que ha precedido en muchos siglos.

Temperatura

Ésta es otra de las magnitudes que hemos llamado sensoriogenéticas. Respecto de ella se cumple a las mil maravillas lo apuntado más arriba, pues se presenta al espíritu, en el primer ciclo, libre de toda mancha, como uno de los conceptos más claros y transparentes. Pero a medida que avanzamos en nuestro conocimiento, ocurre con aquel concepto algo análogo a lo que acontece con los juicios que con demasiada precipitación nos formamos de algunas personas. El concepto se va enturbiando paulatinamente, llegando un momento en que, con imperiosa necesidad, nos preguntamos: pero, ¿qué es la temperatura?

Y sólo después de un concienzudo análisis retorna la primitiva confianza y resplandece, con entera claridad, el concepto, ya purificado por nuestro porfiado rumiar. Este proceso cíclico que estamos describiendo, se advierte con toda nitidez en el desarrollo histórico, para repetirse luego en cada uno de nosotros, a condición de poner en ello el interés y la porfía característica de los hombres de ciencia. La misión del profesor, en este caso, es facilitar la tarea del alumno, guiándole por el sendero montañoso más corto que conduce a la cumbre, y que da, a pesar de ello, muchas vueltas antes de alcanzarla.

Los mojones fundamentales del camino a seguir en este caso los hallará el lector en el Capítulo VIII.

Definiciones indicativas de magnitudes no sensoriogenéticas

El profesor *Pohl* propone que la enseñanza de la corriente eléctrica se comience por el uso de voltímetros y amperímetros, antes de dar las definiciones correspondientes de diferencia de potencial y de intensidad de corriente eléctrica. Observa que los alumnos miden el tiempo utilizando para ello un reloj, cuyo mecanismo no conocen, por lo cual nada impediría que utilizaran del mismo modo un voltímetro, y que adquirieran la noción de diferencia de potencial a raíz de la familiaridad que fueran adquiriendo con aquel instrumento. En apoyo a esta tesis, que significa comenzar por definir en forma indicativa una magnitud como la diferencia de potencial, puede señalarse la clara idea que adquieren de la misma muchas personas por el simple manejo de esos instrumentos. Se encuentran, efectivamente, operarios que, sin una preparación teórica previa, llegan a adquirir una noción bien precisa de los "voltios" y de los "amperios", noción que por cierto no tienen muchos alumnos que saben repetir que "existe la diferencia de potencial de un voltio cuando por el transporte de un culombio se emplea el trabajo de un julio".

Lo que precede es, efectivamente, en gran parte exacto, y no dudamos que el eximio profesor Pohl obtenga, siguiendo este procedimiento, óptimos resultados, como los obtendría también, dadas sus condiciones, mediante cualquier otro método.

Pero cabe hacer a la sugerencia del profesor Pohl una importante observación:

Si tengo un fotómetro construído con una célula fotoeléctrica, puedo explicarle a cualquier persona, aunque sea un niño o un analfabeto, qué es lo que puedo medir con tal aparato, sin entrar para nada en la descripción del mismo. Si resulta que la lámpara A es diez veces más intensa que la B, de acuerdo con las indicaciones del instrumento, el alumno *verá* que efectivamente la lámpara A es *más intensa* que la B, y para ello utilizará el "fotómetro" constituído por su propia retina. La intensidad luminosa (mejor, la intensidad de iluminación) es una magnitud sensoriogenética, y por esa razón, basta con dar de ella una definición indicativa. Supongamos, ahora, que tengo un instrumento que me permita medir la intensidad del campo magnético en un lugar cualquiera del espacio. Este aparato podría consistir en una pequeña bobina rotatoria y en un instrumento que indicara la fuerza electromotriz inducida. Provistos de tal aparato, le decimos a nuestro alumno, que es también un niño o un analfabeto, que con él medimos la intensidad del campo magnético en diferentes lugares del espacio. Nuestro alumno observará que en diferentes lugares, el instrumento señala indicaciones distintas, y aun en un mismo lugar varían sus indicaciones desde cero hasta un máximo, de acuerdo con la orientación que demos al aparato. Si el eje de la bobina rotatoria coincide con la dirección de las líneas de fuerza del campo, el instrumento marcará cero, y llegará al máximo cuando el ángulo formado entre aquellas líneas y el eje sea igual a 90°. Todo esto se le aparecerá a nuestro alumno como un misterio, en tanto que cuando operaba con el fotómetro, comprendía muy bien que las indicaciones del mismo dependían de la orientación de la placa sensible con respecto a los rayos que salían de la fuente luminosa. El fotómetro mide la intensidad del flujo luminoso que

incide sobre la placa en determinada dirección, y siempre puede nuestro alumno colocar, en el lugar de aquélla, su propia pupila. En la medida de la intensidad del campo magnético no tiene, en cambio, ningún recurso parecido. Imaginemos una habitación iluminada únicamente con rayos ultravioletas, y por lo tanto, completamente obscura. En esa habitación, el fotómetro indicará, en diferentes lugares, distintos valores del flujo, y sus indicaciones dependerán también del ángulo que forman entre sí los rayos de luz con la superficie sensible, y siguiendo cuantitativamente, la misma ley que era dable establecer en el caso del aparato que medía la intensidad del campo magnético. Se desprende de aquí que una definición puramente indicativa de una magnitud no sensoriogenética, no puede ser nunca enteramente satisfactoria. En el ejemplo que precede, el flujo de luz ultravioleta y la intensidad del campo magnético aparecen como formalmente iguales. El alumno que provisto de un voltímetro observa que conectando el instrumento con los bornes de un acumulador indica 2 voltios, y con los de una pila 1 voltio, se encuentra ante esas indicaciones en situación enteramente diferente del que observa, utilizando un reloj, que transcurre en un proceso un tiempo de 2 horas y en otro un tiempo de 1 hora. En este último caso, aunque no sepa cómo está hecho el reloj, sabe que es un instrumento con el que mide algo de lo cual tiene perfecta noción, en tanto que en el otro caso no sabe en verdad qué es lo que mide.

Sólo provisoriamente puede aceptarse que de una magnitud no sensoriogenética se dé una definición indicativa.

En el caso de la diferencia de potencial y de la intensidad de la corriente, el alumno que comienza por familiarizarse con los instrumentos que miden esas magnitudes adquirirá una noción de las mismas sólo cuando sepa que "el producto de los amperios por los voltios y por los segundos" da el trabajo de la corriente expresado en julios. Si sabe que cada julio equivale a 0,24 calorías, o a poca cosa más de un décimo de kilográmetro, y tiene de estas unidades una noción precisa, la ecuación del trabajo:

$$E = V I t, \qquad [1]$$

dará a las magnitudes V (diferencia de potencial) e I (intensidad) cierto sentido. Pero como todavía tiene una sola ecuación, y aparecen en ella dos magnitudes que no conoce, V e I, le hace falta otra ecuación que las vincule, para saber de verdad qué es V y qué es I.

Téngase presente que estamos considerando el caso en que se comienza a estudiar electricidad por la corriente eléctrica y no por electroestática, de tal modo que el alumno no tiene ninguna noción de lo que es la carga eléctrica. Por esta razón, nada adelantaríamos con definir a la intensidad por "el cociente entre la cantidad de electricidad que pasa y el tiempo". Pero nos hace falta otra ecuación. Ella puede obtenerse utilizando fenómenos de electrólisis: en este caso, el alumno sabrá que la intensidad es de 1 amperio cuando en 1 segundo se liberan, por el paso de aquella corriente, 1,118 miligramos de plata, es decir, que además de la ecuación [1], para definir I se utiliza una expresión tal como:

$$m = C I t, \qquad [2]$$

en que m es la masa de una substancia liberada en la electrólisis, y C, una constante que depende únicamente de la naturaleza de dicha substancia. El valor de C, para los voltámetros de plata, es:

$$C = 0{,}001118 \frac{\text{gramo}}{\text{amperio} \times \text{segundo}}$$

y este valor se fijaría así por convención, para definir con él, indirectamente, la unidad de intensidad. Sólo en posesión de las ecuaciones [1] y [2] llega el alumno a saber lo que son V e I.

En lugar de [2] puede utilizarse la ley de Ohm, y definir el ohmio como la resistencia que ofrece el ohmio patrón, o, simplemente, se definirán "los ohmios" por los valores indicados en la caja de resistencias. En ellas, los alambres se han tomado de tal longitud y de tal sección, que si un carrete es de 1 ohmio, circulará por él 1 amperio

cuando la diferencia de potencial entre sus extremos sea de 1 voltio.

En resumen: las definiciones indicativas de magnitudes no sensoriogenéticas tendrán que ser siempre provisorias. El significado de las mismas se fija posteriormente, estableciendo relaciones que vinculan esas magnitudes con otras ya conocidas. Esas relaciones equivalen a definiciones implícitas de las magnitudes consideradas.

Cuando se va a dar la noción de una magnitud nueva, tal como la de diferencia de potencial, puede comenzarse por utilizar directamente un voltímetro, *pero a condición de dar simultáneamente alguna idea acerca de lo que mide el aparato.* En el caso precedente, la comparación de dicha diferencia de potencial con una diferencia de nivel es de lo más indicada, pues nada más natural que apoyarse en lo que se conoce para iniciar la excursión por lo desconocido.

Magnitudes derivadas

En este apartado deseamos hacer notar el mal hábito existente en la definición de algunas magnitudes físicas derivadas, que se originan por el cociente de otras. Es coscumbre dar la definición identificando, en la expresión verbal, el concepto que se va a definir por el valor numérico de la magnitud dividendo, cuando la magnitud divisor es igual a la unidad. En esta forma se nos ha enseñado, por ejemplo, que "la velocidad es el espacio recorrido en la unidad de tiempo", y durante largos años, el que esto escribe enseñó a sus alumnos exactamente de la misma manera, creyendo que sus definiciones eran correctísimas, e insuperables desde el punto de vista didáctico. Naturalmente que sabía, como lo sabe todo profesor, que la velocidad es la derivada del espacio recorrido con respecto al tiempo, y me cuidaba muy bien de que mis alumnos expresaran siempre en sus problemas, explícitamente, las dimensiones de la velocidad en metros sobre segundo o en kilómetros sobre hora, etc.; y a pesar de todo, es tanta nuestra inercia mental, que seguía repitiendo año tras año:

"¡Velocidad ES el espacio recorrido en la unidad de tiempo!" Y claro está que esto es incorrecto, porque el espacio recorrido en la unidad de tiempo es siempre un espacio y nunca una velocidad. En el caso de la velocidad, que la definición sea correcta o no, tiene importancia relativa, porque el alumno sabe perfectamente de antemano de qué se trata. Pero supongamos que se quiera definir por este procedimiento una magnitud de la cual el alumno no tiene ninguna idea preformada; sea ésta, por ejemplo, la de masa. Aquí, felizmente, se acostumbra dar la definición correcta: "Masa de un cuerpo es el cociente de la fuerza que sobre él actúa y la aceleración que le comunica", y por eso todo el mundo advierte lo absurdo que sería una definición del tipo: "Masa de un cuerpo es la fuerza que hay que aplicarle para que adquiera una aceleración igual a la unidad". Frente a una definición de esta clase, lo que queda es que "masa ES la fuerza...", con lo cual se identifican en la mente del educando dos conceptos enteramente diferentes.

Y sin embargo, a muchos de mis colegas más distinguidos continúa pareciéndoles correctísimas definiciones tales como las que siguen: Densidad es la masa de la unidad de volumen $\left(d = \frac{m}{v}\right)$;

Intensidad de una corriente es la cantidad de electricidad que pasa en la unidad de tiempo $\left(I = \frac{Q}{t}\right)$;

Diferencia de potencial entre dos puntos de un campo eléctrico es el trabajo que se realiza para transportar entre los mismos la unidad de carga eléctrica $\left(V—V' = \frac{T}{e}\right)$;

Capacidad de un conductor es la carga eléctrica que hace que aquél adquiera un potencial igual a la unidad $\left(C = \frac{e}{V}\right)$; etc., etc.

Sólo el hábito hace que estas definiciones incorrectas y antididácticas perduren, pasando de unos a otros tratados, que prestigian, en muchos casos, las firmas de eminentes autores.

Prueba de ello es que a nadie se le ocurre decir, por ejemplo, que la resistencia de un conductor es igual a la diferencia de potencial que debe existir entre sus extremos para que circule por él una intensidad de corriente igual a la unidad $\left(R = \dfrac{V - V'}{I}\right)$; y a nadie se le ocurre dar esta definición, sencillamente porque desde el comienzo (vaya a saberse por qué), a la resistencia se la definió correctamente por el *cociente* entre la diferencia de potencial y la intensidad. Creer que al alumno le resulta más fácil captar el concepto dando la definición por la unidad (llamémosla así), es un prejuicio que se desvanece en seguida no bien se comienza a definir a aquellas magnitudes por el cociente, en la forma correcta y directa que debe hacerse. Después de definir una magnitud por cociente, basta tomar algunos ejemplos concretos para que los alumnos capten su significado.

Aun en la enseñanza primaria es más conveniente decirle a los alumnos que para hallar la velocidad se debe dividir el espacio recorrido por el tiempo empleado, que decirles que la velocidad es el espacio recorrido en la unidad de tiempo.

Justamente cuando se les enseña a los alumnos a dividir, para que aprendan el significado de esa operación, se utilizan siempre ejemplos con "números concretos", de significado diferente en el dividendo y en el divisor. Dividen, así, "bolitas" entre "niños"; "pesos" entre "personas", y si obtienen en un problema que a cada niño le tocan 3 bolitas, convendría acostumbrarlos a expresar el resultado en la forma:

$$\frac{30 \text{ bolitas}}{10 \text{ niños}} = 3 \, \frac{\text{bolitas}}{\text{niños}}.$$

De este modo, si se les dice que para hallar la presión deben dividir la fuerza actuante sobre la superficie en que aquélla se aplica, expresarían siempre una presión en kgr sobre cm^2, y así no confundirían nunca el concepto de presión con el de fuerza. En la época en que el que esto es-

cribe enseñaba dando las definiciones por la unidad, advertía que los alumnos no encontraban dificultad, en los ejemplos, cuando la magnitud divisor estaba expresada por un número entero, no así cuando el divisor era menor que la unidad. Si se trata de una fuerza de 10 kg aplicada sobre una superficie de 0,1 cm^2, y preguntamos qué fuerza se ejerce sobre cada centímetro cuadrado, el alumno piensa que para contestar a la pregunta habría que saber las fuerzas que se ejercen en los alrededores de ese décimo de centímetro cuadrado, hasta completar, por lo menos, la unidad de superficie. Además, a la pregunta formulada: ¿qué *fuerza* se ejerce sobre 1 cm^2?, debe contestarse, en el caso del ejemplo precedente, que se ejerce una *fuerza* de 100 kg, y si el alumno dice que la presión es de 100 kg, la culpa ha sido nuestra, por haberle dicho que se llama presión *a la fuerza* que se ejerce sobre cada centímetro cuadrado. Si hubiésemos dado la definición correcta y le preguntáramos cuánto vale la presión, es indudable que su respuesta hubiera sido:

$$p = 100 \frac{\text{kgr}}{\text{cm}^2},$$

sin incurrir en ninguna confusión.

Quizá muchos colegas piensen que concedemos excesiva importancia a una cuestión que, al fin y al cabo, sólo trata de la interpretación que se ha de dar a una simple expresión verbal. Pero es que estas expresiones verbales originan en muchos casos confusiones muy grandes. Pondré, al respecto, un ejemplo concreto. Al calcular el momento de la fuerza aplicada en el centro de gravedad de un péndulo, con respecto al punto de suspensión, se obtiene:

$$M = m\, g\, d \text{ sen } \alpha,$$

siendo m la masa pendular, g la aceleración de la gravedad, d la distancia entre el punto de suspensión y el centro de gravedad, y α el ángulo que mide el apartamiento de la posición de equilibrio. Para oscilaciones pequeñas, en que se pueda sustituir *sen* α por α, se obtiene:

$$M = m\, g\, d\, \alpha,$$

que es la expresión del momento que corresponde a ángulos infinitamente pequeños. Se trata, ahora, de introducir la llamada cupla directriz, y se dice: *"La cupla directriz es el valor del momento para un ángulo α igual a la unidad"*, luego, haciendo $\alpha = 1$, y llamando D a la cupla directriz, obtenemos:

$$D = m\, g\, d.$$

Nos encontramos aquí con que la fórmula anterior a ésta era válida sólo para ángulos pequeños, a pesar de lo cual sustituímos en ella α por la unidad, o sea por un radián, que vale más de 57°, y, cosa curiosa, obtenemos en esta forma el momento que, aplicando la fórmula exacta, corresponde a un ángulo de 90°. Estas reflexiones que acabo de hacer ocasionaron al autor de este libro, en su época de estudiante, sus buenos dolores de cabeza.

Todas mis tribulaciones de entonces hubieran desaparecido si se me hubiera dicho: "Se llama cupla directriz al cociente entre el momento M y el ángulo α".

Se ha dicho ya, muchas veces, que el lenguaje propio de la Física es el lenguaje matemático. Adaptar el lenguaje corriente a este lenguaje, en la medida de lo posible, es lo menos que debemos hacer, para evitar confusiones y facilitar la tarea de las generaciones venideras *.

---

* Debo manifestar que el primero en llamar mi atención sobre la incorrección de las "definiciones por unidad", fué mi ex alumno, hoy profesor de Física del Instituto del Profesorado en Catamarca, señor Werner Schiller.

IV

SIGNIFICADO DE LA TEORÍA FÍSICA

Imagen física del mundo. — Sentido y significado de las teorías. — Las teorías en la enseñanza.

Imagen física del mundo

En un libro dedicado a la enseñanza de la Física no puede faltar, en la época actual, un capítulo que trate acerca de la significación de la teoría física. Ella nos brinda una "cosmovisión", que difiere fundamentalmente de la que pudiera formarse por la observación superficial de los hechos de la vida diaria. La sólida mesa sobre la que escribo *"es"* para la Física un enjambre de partículas electrizadas en movimiento, y la fuerza que siento contra mi brazo, al apoyarlo sobre la mesa, es también la resultante de fuerzas eléctricas que actúan a distancia. El tintero que tengo delante, sólo en apariencia toca la mesa, pues debo considerar que se sostiene por efecto de las fuerzas que actúan entre las movedizas partículas situadas a uno y otro lado de la superficie de separación. Estas fuerzas equilibran el peso del cuerpo, que, de acuerdo a la teoría, no debo considerar ya como una fuerza de atracción, sino más bien como una fuerza de inercia, proveniente de la tendencia que tiene el cuerpo a seguir una geodésica de una variedad no euclidiana de cuatro dimensiones, una de las cuales es el tiempo. Hasta nuestro espacio familiar y euclidiano, que aprendimos a conocer en la escuela, cede su paso a otro curvado, que concebimos sin poder imagi-

nar, y asociándose al viejo tiempo constituye con él un todo nuevo, una "variedad cronotópica", sede de todos los "sucesos" del universo.

El átomo de los griegos se convierte ahora en complicadísimos conglomerados de protones, neutrones y electrones que, saltando de aquí para allá, producen luz y rayos X, en tanto que en el núcleo atómico, de dimensiones inconcebiblemente pequeñas, reside la energía que alimenta constantmente la hoguera de las estrellas, y que servirá para mover nuestras máquinas en un futuro quizá no muy distante.

Sentido y significado de las teorías

Pero, ¿cuál es el sentido íntimo, el contenido intrínseco de la teoría física? ¿Qué relación existe entre una concepción teórica y la Realidad, así, con mayúscula, o con la *realidad en sí*, de los filósofos? ¿Qué opinan los propios físicos teóricos al respecto? ¿Existe también entre ellos, como entre los filósofos, posiciones dispares, que van desde el realismo hasta el empirismo más extremo?

Tratar de estas cuestiones detenidamente nos llevaría demasiado lejos, por lo cual prefiero dar del asunto sólo una visión panorámica. El punto de vista de un panorama de esta clase, no puede estar más que en el futuro, por lo cual haré la ficción de que el que habla, en lo que sigue, es un físico de las generaciones venideras, que examina, con muchos siglos de ventaja, la labor de las generaciones actuales.

Si el desarrollo de la ciencia continúa como hasta ahora, y si el sentido y contenido de la misma es realmente el asignado por *Mach* y *Poincaré*, el supuesto físico del futuro se expresaría, probablemente, en los siguientes términos al dirigirse a sus contemporáneos:

"Hoy disfrutamos de una técnica poderosa y gozamos de los beneficios de una psicología, de una ética y de una sociología científica en pleno desarrollo. Ha bastado para ello encauzar el esfuerzo de unas pocas decenas de generaciones por el camino iniciado por Galileo, hace sólo unos

cientos de años. En los comienzos titubeantes de nuestra era científica, jamás pudo nadie sospechar el alto nivel a que se llegaría en tan corto tiempo. Efectivamente, es difícil establecer el nexo entre los experimentos iniciales de Galileo y los llevados a cabo sobre psicología diferencial de peces, base de toda nuestra nomenclatura psíquica, así como tampoco es fácil darse cuenta de que la elementalísima matemática utilizada por Galileo para expresar sus leyes, no difiera esencialmente de las matrices enedimensionales, que utilizan los químicos de hoy, para obtener desde el material de nuestros zapatos hasta las píldoras de alegría.

"En los primeros cien años que siguieron a la condena de Galileo, se avanzó casi exclusivamente en el dominio de la mecánica. La mecánica de entonces era apta únicamente para el mundo de dimensiones medias, es decir, que no era aplicable ni a los dominios extremadamente pequeños ni a los extremadamente grandes. Sin embargo, por obra de Newton pudo aplicarse también aquella mecánica a la descripción del movimiento planetario, a condición de suponer la existencia de una fuerza misteriosa que, a título de hipótesis, se suponía emanaba de los cuerpos.

"Nuestros filósofos de los siglos XXI y XXII se ocuparon afanosamente del problema que se llamó entonces de la pluralidad de las explicaciones, y sólo a partir de ese momento dióse por aclarada la parte convencional de toda teoría científica. Pero, prosigamos cronológicamente.

"La noción de fuerza es, como ustedes saben, antropomórfica, y se deriva del esfuerzo que realizamos para levantar un peso o vencer otra resistencia cualquiera. La humanidad no pudo de golpe hacer desaparecer sus antiguos dioses sin substituirlos por algo que se les asemejara. De ahí la fuerza newtoniana. Pero, de todos modos, por extraño que nos parezca hoy que intervenga la noción de fuerza en una descripción científica, debemos reconocer que aquélla lo era y en alto grado, desde el momento que permitía prever. No sólo fué aceptada la atracción newtoniana como real —*real* en un sentido que hoy nos cuesta comprender—, sino que trató de extenderse ese modelo a otros campos: magnetismo y electricidad.

"En aquellos tiempos, cuando un sabio creaba una teoría creía que descubría algo; no se tenía conciencia todavía de que aquélla era un invento, tanto o más como puede serlo una poesía. Se buscaba la explicación, se inquiría el porqué. Cuando los primeros filósofos de la era científica hicieron ver el papel descriptivo de la ciencia, ese papel se consideró como algo insignificante, y producía en los espíritus empapados todavía en las viejas ideas algo así como una decepción.

"Este estado de ánimo se agudizó en el siglo XX de la era cristiana. Entonces se planteaban problemas tan absurdos como el del tamaño de los fotones. La formación de la imagen de una estrella por un objetivo de 5 m de diámetro mostraba claramente que el fotón debía tener, por lo menos, ese diámetro, y como aquél era capaz también de arrancar un electrón del seno del átomo, resultaba que, simultáneamente, debía ser muy grande y muy pequeño.

"Se explica, sin embargo, la perplejidad de los físicos de esa época, puesto que ellos eran los herederos espirituales de los físicos de los siglos XVIII y XIX, que todo lo querían explicar, salvo excepciones, basándose en modelos mecánicos extraídos del mundo de dimensiones medias. Estos físicos habían creado ciertos entes que gozaban de caracteres absolutos. (Esta palabra nos resulta hoy muy difícil de interpretar; quizá pueda hacérsela corresponder, en algunos casos, con el término *invariante*). Esos entes absolutos eran el espacio, el tiempo, la causalidad, etc.

"Del espacio, por ejemplo, tenían una idea muy rara. Sin darse cuenta que la geometría de Euclides no es más que la descripción métrica de lo que ocurre en el mundo de dimensiones medias, para cuerpos dotados de pequeña velocidad, daban a las relaciones de aquella geometría un valor que consideraban aplicable a todo el mundo y en todos los casos. Creían, por ejemplo, que la distancia entre dos puntos era invariante, y se asombraron grandemente cuando apareció la teoría de Einstein.

"El tiempo era también para ellos un invariante y no un parámetro, como lo es para nosotros, parámetro que indica un reloj.

"La confusión en los términos era, en esa época, enorme. Con la misma palabra *tiempo*, pongo por caso, se designaba el parámetro de los físicos y la impresión interna de que algo pasa y fluye como el agua de un arroyuelo. Y así discutían, filósofos y físicos, sin entenderse.

"La construcción de Minkowsky, que une el espacio con el tiempo, tan apta y sencilla para la descripción cinemática en ausencia de campo gravitatorio, era interpretada por muchos como algo real, como algo que estaba fuera del espíritu que la concibe. No se resignaban a dejar sin sustituto el viejo espacio euclidiano, que era para ellos como un enorme recipiente que contenía los cuerpos. Ahora tenía que ser el espacio de Minkowsky el recipiente. Allí estaban los sucesos, y como el *intervalo* resultaba un invariante, se le daba categoría de absoluto y de real.

"Yo sé que muchos de ustedes no entenderán estas extrañas concepciones; tal vez el ejemplo siguiente pueda aclarar algo: Cuando en el siglo II antes de Galileo, Colón descubrió la América, nadie dudó, sin duda, que América existía antes de que fuera descubierta. Pues bien, algunos físicos, en su afán teológico, creían que también la construcción de Minkowsky existía ya de tiempo atrás, y que Minkowsky la descubrió.

"Todos ustedes saben que el movimiento de los planetas, de las estrellas múltiples, o el simple movimiento de los cuerpos en el campo gravitacional terrestre, puede describirse adoptando una geometría riemanniana conveniente. El cálculo de las trayectorias se reduce, en ese caso, a un simple problema de cálculo de variaciones, que hoy, con las simplificaciones que se han logrado, es capaz de resolver cualquier estudiante de los primeros años de Matemáticas. Pues bien, había entonces físicos distinguidos que creían que el espacio-tiempo, o variedad cronotópica, como también se la llamaba, existía realmente. En otras palabras: creían que Einstein había *descubierto* la naturaleza no euclidiana del espacio, como Colón había descubierto antes un continente.

"Hoy sabemos que podemos describir los acontecimientos del mundo físico de muchas maneras, compatibles en-

tre sí, y a nadie se le ocurre preguntar cuál de ellas es la *verdadera*, la *real*, la *existente en sí*, la *absoluta*.

"Hoy tenemos conciencia de que son posibles muchas descripciones del mundo físico, de la misma manera como es posible ordenar de diversos modos los libros de una biblioteca, o el fichero de la misma.

"Hoy sabemos, y en eso estriba nuestro orgullo, que la ciencia es una creación del hombre, un invento del hombre.

"Si los físicos de antes pudieran oír este párrafo, se sentirían del todo decepcionados. Ellos, en su mayoría, trabajaban para descubrir; querían saber cómo *era* el mundo en sí, independientemente del observador.

"Tal vez se comprenda esto si imaginamos un observador extrahumano, un dios, colocado en todos los ángulos posibles del Universo, dotado de sentidos perfectos, contemplando el mismo mundo que nosotros percibimos.

"El físico de entonces quería saber cuál era la imagen que de ese mundo se formaría ese dios.

"Sé que ustedes no me entienden claramente. Es sumamente difícil penetrar en el espíritu de esa época, que podría compararse con la adolescencia. Nuestra educación también es un factor que dificulta la comprensión de la cultura de los primeros siglos de nuestra era, o sea de los albores del conocimiento científico.

"Sabemos, porque se nos ha dicho desde pequeños, que la ciencia es humana: una creación del hombre para el hombre.

"A principios del siglo XX, los físicos habían inventado un esquema bastante ingenioso, aunque muy ingenuo, para *explicar*, como ellos decían, la materia. Los átomos *eran* pequeños sistemas planetarios, donde el Sol era un núcleo con carga positiva, a cuyo alrededor giraban corpúsculos diminutos, cargados negativamente, y que llamaban electrones.

"Pocos años más tarde encontraron los físicos que esos supuestos corpúsculos producían fenómenos de difracción e interferencia.

"*Eran* por lo tanto ondas, ondas que llamaron de materia. Quedaron asombrados frente a este hecho, pues los

electrones *eran*, al mismo tiempo, muy grandes y muy pequeños.

"Encontraron —bien pronto, felizmente— que era absurdo hablar de las órbitas de los electrones, pues se dieron cuenta que no se debe hablar de lo que ni en principio siquiera puede percibirse. Para nosotros resulta tan absurdo hablar de la trayectoria *real* descripta por un electrón, como del *color real* del mismo. El color depende de la luz que refleja, y para poder hacer perceptible la trayectoria, aquél debe también ser iluminado, con lo cual la trayectoria es perturbada.

"Hablar de la trayectoria que describe un electrón cuando no se le ilumina, equivale a hablar o discutir sobre cuál de dos cuadros *es* más hermoso, estando ambos en un sitio totalmente a obscuras.

"Se inventaron entonces los espacios de configuración, con los cuales se tenía un esquema bastante apto para describir los fenómenos atómicos, pero ellos resultaban aũn desagradables para muchos físicos, pues para tratar el comportamiento de *n* partículas, hacía falta un espacio de 3 *n* dimensiones. El desagrado provenía de que en el espacio de tres dimensiones "no cabían" los átomos, y el espacio se consideraba como existente en sí, no como un invento, no como algo creado por nuestra mente para ordenar nuestras percepciones.

"Hoy sabemos, gracias a los experimentos realizados en los siglos XXII y XXIII que es posible, mediante ingeniosos artificios, educar a ciertos animales de tal modo que ellos, por haber vivido siempre en ambientes artificiales, creados ex profeso, ordenen sus percepciones de tal modo que su "intuición del espacio" pueda hacerse corresponder a cualquier geometría no euclidiana. Si nuestra intuición espacial es tridimensional y euclidiana, ello se debe, como todos ustedes saben, a que en ese sencillo esquema se adaptan bien las percepciones métricas de nuestro ambiente familiar, o sea del mundo de dimensiones medias. Pero el suponer que esa creación nuestra tiene existencia fuera de nosotros, es casi tan absurdo como suponer que el azúcar es dulce en sí.

"Desde muchas generaciones atrás poseemos un lenguaje lógico, cuyas reglas comenzamos a aprender desde la escuela, y sabemos que muchas frases del lenguaje corriente no pueden ser traducidas a ese otro; eso nos da la clave para discernir entre lo que tiene y lo que no tiene sentido.

"Fué en aquella época cuando comenzó la construcción de ese lenguaje lógicomatemático, por lo cual no se disponía del instrumento apropiado para tratar los problemas filosóficos.

"Ese lenguaje lógicomatemático ha representado, en el tratamiento de los problemas filosóficos, el mismo papel que en la mecánica la invención del cálculo infinitesimal. Gracias a aquel lenguaje simbólico, hoy podemos distinguir, por ejemplo, en el problema del conocimiento, los planteamientos falsos del mismo, originados por imprecisión del lenguaje —común— del mismo modo como, sólo después de la creación del citado cálculo infinitesimal, pudieron ser aclaradas las paradojas de Zenón de Elea.

"Sabemos así las diversas acepciones, *en distinta jerarquía*, que tiene la palabra *conocer*, y hoy damos como ejercicios instructivos, a los alumnos de lógica, textos antiguos de los siglos XIX y XX, para que ellos descubran, con el auxilio del nuevo lenguaje, las falacias en que incurrían físicos y filósofos de aquella época.

"En el lenguaje corriente de entonces, una de las acepciones de la palabra *conocer* era *poder prever*; otra, *poder describir*; otra, *poder repesentarse*; etc. El significado "poder prever" se adaptaba a la Física; el "poder representarse", con su infinidad de matices, al mundo psicológico. El empleo del mismo término en diferentes sentidos originaba confusiones enormes, de las cuales tampoco se eximían los físicos.

"Era frecuente entonces pedirle a la descripción científica, además de previsiones, *"algo más"*, aun cuando no se especificara qué era lo que se pretendía con ese "algo más". La razón psicológica de ese angustioso pedido de "algo más" debía ser, sin duda, las ansias de llenar de alguna manera el sitial vacante dejado por los dioses en fuga.

"Pero además de las acepciones que hemos enumerado de la palabra conocer, existían otras cuyo verdadero contenido nos resulta sumamente difícil aprehender, pues las frases en que aquélla intervenía no son traducibles a nuestro lenguaje lógicomatemático. Sin embargo, procuraré dar a ustedes el sentido psicológico (ya que de sentido lógico no es posible hablar) que creo tenía la palabra conocer, y que he procurado desentrañar leyendo viejos textos de los siglos XIX y XX.

"Por aquella época, entre los glosadores de la teoría de la relatividad de Einstein se hablaba como de una *realidad* del espacio-tiempo de Minkowsky, en el cual un punto material está representado por una línea (línea de universo), con lo cual un objeto queda representado por una especie de tubo. Si el objeto está en reposo, el eje del tubo sería paralelo a la línea del tiempo. En esta representación, un hombre sería una especie de gusano muy largo, que se extendería en el tiempo, desde el embrión hasta el ataúd, y al cual habría que hacer corresponder una longitud temporal igual al trayecto que recorrería la luz durante el tiempo total de duración de su vida. Pues bien, en algunos textos de esa época se habla del hombre como de un gusano tetradimensional, cosa que habría sido descubierta por Minkowsky al unir en su esquema las tres coordenadas espaciales, X, Y, Z, con la coordenada t. Lo que percibimos en un instante dado sería una sección del mundo para $t =$ constante, pero *la realidad*, lo que *es* el mundo, sería otra cosa. Un dios situado en todas partes y extendido en el tiempo, desde el remoto pasado nasta el infinito futuro, percibiría, según lo que yo entiendo de lo que dicen aquellos glosadores, a los objetos o a los hombres, como gusanos tetradimensionales.

"*Conocer*, entonces, no sólo sería poder prever lo que en tales y cuales circunstancias podremos percibir; *conocer* significaría algo más: sería saber cómo percibe Dios al mismo mundo objeto de nuestras percepciones.

"Claro está que esto no se decía explícitamente; las frases usuales eran más bien de este tipo: "Aparentemente, las cosas parecen ser así; la teoría, en cambio,

enseña que *son* así". *Conocer,* entonces, era dar el salto *de la apariencia a la realidad.*

"Cuando en el lenguaje corriente nosotros decimos que una tabla *parece* lisa, aunque *realmente* es rugosa, queremos significar solamente que si variamos las circunstancias de nuestra observación, utilizando por ejemplo un microscopio, aquélla, que al principio nos *pareció* lisa, nos *parecerá* luego rugosa. La palabra *realmente* de nuestra frase se refiere, pues, tan sólo, a una apariencia de segunda clase.

"*Otro ejemplo:* Si se obtienen de un cubo diversas fotografías, desde diferentes ángulos, trabajando sobre las mismas pueden encontrarse algunas relaciones que son invariantes con respecto a ellas. Algunas fotografías tienen un contorno cuadrado; otras, hexagonal; unas son más grandes que otras, etc. De esas fotografías puedo deducir que el objeto tenía forma de cubo, y me expresaría entonces en esta forma: La apariencia, desde tal punto de vista y con tal iluminación, es ésta, pero la *realidad* es un cubo.

"Esto significa que ese objeto aparecerá al tacto o a la medida directa como un cubo, y la labor científica desarrollada sobre las fotografías vincularían unas apariencias con otras apariencias, unas percepciones con otras. Preferir las impresiones táctiles a las visuales, y decir que las primeras trasuntan "la realidad", sería absurdo.

"Si suponemos al cubo, objeto fotográfico, inaccesible a la observación directa, podremos, estudiando las fotografías, y luego de *postular* la validez de determinada geometría, por ejemplo la euclidiana, establecer ciertas relaciones entre las longitudes de las líneas del contorno, los ángulos, la posición en que se ha colocado la máquina, etc., y obtendremos relaciones, más o menos complicadas entre esas magnitudes, que resultan ser invariantes. Un invariante sería l, longitud de la arista del cubo, otro $\alpha = \frac{\pi}{2}$, ángulo de dos aristas, etc.

"Para muchos, el objeto de la ciencia era entonces análogo al objeto que se propone el que quiere resolver un acertijo. Así como en el ejemplo anterior, mediante rela-

ciones matemáticas se pasaba de las fotografías al cubo, en la ciencia habría que pasar también de la observación a la búsqueda de invariantes, los cuales corresponderían a la *realidad*.

"Si todo se hubiera reducido a llamar *real* a las apariencias de segunda o tercera clase, la confusión no hubiera sido mayormente grande. La confusión provenía de que con la palabra real quería designarse algo que era opuesto a la apariencia. Si en el ejemplo anterior, el objeto fotografiado era un cristal de cloruro de sodio, y se le iluminaba con rayos Roentgen, toda forma geométrica desaparecía, obteniéndose en su lugar bonitos dibujos de difracción. El cubo debía ser ahora un reticulado espacial de tres dimensiones. Esto se expresaría así: lo que al tacto o a simple vista tiene la apariencia de un cubo, con caras lisas y aristas rectas, *es* en realidad un reticulado, formado por iones Na^+ y Cl^-. Estos iones ocupan los vértices de pequeños cubos elementales, que no tienen nada en su interior. La forma cúbica con que aparece el conjunto es una propiedad que se explicaría por lo relativamente grande que es la longitud de onda de la luz, capaz de ser percibida por nuestros ojos, con lo que, dicha forma cúbica del cristal sería también una *"propiedad secundaria"*, tanto como su sabor.

"¿Y qué eran estos iones de Na y Cl? ¿Cómo creéis que los físicos de los comienzos del siglo XX de la era cristiana se representaban los átomos?

"Aquellos físicos eran profundamente imaginativos: mezclaban la poesía con la ciencia, al punto de ser para nosotros difícil saber dónde terminaba la una y dónde comenzaba la otra. El átomo de Na, por ejemplo, era para ellos un sistema planetario minúsculo, con once planetas. El de Cl un sistema con diecisiete. En la red del cristal, imaginaban que el átomo de Na cedía gentilmente su planeta más alejado al átomo de Cl, con lo cual ambos átomos quedaban convertidos en iones y fuertemente atraídos, con lo que daban consistencia al cristal.

"Estas imágenes venían generalmente mezcladas con fórmulas matemáticas, y no es fácil saber si las fórmulas servían de adorno a la imagen, o si ésta se agregaba para

que la lectura resultara menos árida o más asequible a los lectores no matemáticos.

"Pero, de todos modos, lo que parece seguro es que les resultaba muy difícil pensar sin imágenes visuales.

"Pronto advirtieron, como dije antes, que era absurdo hablar de las órbitas de los electrones en el seno del átomo.

"Empezaron entonces a difundirse esquemas donde se representaba al átomo por sus diferentes niveles de energía, que podían ser medidos directamente. Esto representó un gran adelanto. Si el átomo pasa de un nivel de energía E a otro E', se sabe, como dato directo de la experiencia, que la frecuencia ν de la radiación que emite está dada por la expresión

$$\nu = \frac{E - E'}{h}.$$

"Pues bien, los físicos de entonces eran tan fuertemente imaginativos, que a la fórmula anterior le adjuntaban la siguiente imagen: Uno de los electrones del átomo, por lo general el que imaginaban en la parte más exterior del mismo, originaría la emisión de luz, saltando como un acróbata desde uno a otro nivel.

"A ustedes quizá les parezca que estas imágenes harían la Física de aquella época muy divertida, porque, en resumidas cuentas, se trataría de imágenes inocentes, que no podrían perjudicar mayormente la descripción del fenómeno, desde que se estaba en posesión de la fórmula exacta. Pero no era sin embargo así. Estas imágenes traían consigo infinidad de confusiones . Si se medía el tiempo durante el cual el átomo permanecía con la energía E (tiempo al cual se le llamaba de estacionamiento), se encontraba un valor del orden de 10^{-8} segundos, y parecía que el salto se efectuaba en forma instantánea. En cambio, si se prestaba atención a la radiación que el átomo emitía, se encontraba que ese tiempo de 10^{-8} segundos era el tiempo de extinción, o sea, debía suponerse que el tiempo de estacionamiento era cero, y en cambio,

que el electrón tardaba cierto tiempo en efectuar su salto.

"Empezó a comprenderse entonces que en una descripción científica debían hacerse intervenir solamente aquellas magnitudes que son observables, y que no debía mezclarse en la descripción una imagen como la del salto del electrón entre dos niveles de energía, que es, en principio, inobservable, pues, como ustedes saben, si se pretendiera efectuar dicha observación, aun en condiciones ideales, habría que iluminar al átomo, con lo cual el supuesto electrón saltarín, al recibir el impulso luminoso, quién sabe dónde iría a parar.

"Esas imágenes con que los físicos de antaño adornaban la descripción matemática de los fenómenos observados, conducían a veces a graves contradicciones. El ejemplo clásico nos lo dan las imágenes con que acompañaban la descripción de los fenómenos ópticos. Ya en el siglo II de Galileo encontraron que los fenómenos de difracción e interferencia se podían describir utilizando funciones sinusoidales del tiempo y de las coordenadas espaciales. Estos físicos-poetas imaginaron entonces que todo el espacio estaba lleno de una sustancia especial, a la cual llamaron éter, y creían que la luz no era otra cosa que la manifestación de las vibraciones de aquel medio. Primero creyeron que se trataba de vibraciones mecánicas, y se dieron a la tarea de encontrar las propiedades físicas del éter. Éste resultaba ser mucho más rígido que el acero, a pesar de lo cual no ofrecía resistencia ninguna al movimiento de los planetas. Luego se pensó que la luz no era otra cosa que ondas electromagnéticas. Dejóse entonces de hablar de las propiedades mecánicas del éter. Éste era tan sólo el sostén de los campos eléctricos y magnéticos, que en el caso de una onda varían según una función sinusoidal. Esto significó un adelanto enorme. En la teoría de Maxwell, en efecto, a la cual me estoy refiriendo, la parte imaginativa quedaba reducida a un mínimo, tanto que dicha teoría puede ser identificada con dos fórmulas matemáticas, donde intervienen sólo magnitudes observables.

"Pero he aquí que a principios del siglo XX se descubrió, en los fenómenos de intercambio de energía entre materia y radiación, el impulso y la energía de los fotones.

La energía unitaria de una radiación de frecuencia ν estaba dada por la expresión:

$$E = h\,\nu,$$

donde h es, como saben ustedes, la constante de Planck; y el impulso viene dado por:

$$I = \frac{h\,\nu}{c};$$

siendo c la velocidad de la luz. Para un grupo de fenómenos, era necesario apelar a una imagen corpuscular de la luz, y para otro grupo, a una imagen ondulatoria. Quizá piensen ustedes que esto mismo prueba que los físicos de entonces no tomaban en serio las imágenes que adjuntaban a una teoría, desde el momento que se servían en diferentes casos de imágenes distintas y contradictorias. Pero no es así, sin embargo.

"La dualidad corpuscular-ondulatoria del comportamiento de la luz les preocupaba enormemente. Resulta hasta cierto punto divertido, en la actualidad, escudriñar memorias olvidadas de aquella época, en las que se trataba de resolver la paradoja. Para que ustedes puedan advertir la modalidad poética de los físicos de entonces, mencionaré aquí que algunos propusieron la siguiente solución: De un foco luminoso saldrían realmente corpúsculos portadores de cierta energía y de cierto impulso. Estos corpúsculos eran conducidos, en su movimiento de propagación, por una onda, a la cual se la llamó *onda piloto*. Pero se advirtió en seguida que la conducción de los fotones por parte de esa onda fantasma era de un carácter sumamente raro y misterioso. Consideren ustedes ondas luminosas estacionarias, producidas por dos haces de luz coherente, que se superponen, propagándose en sentido contrario. Se obtienen así franjas de interferencia alternativamente brillantes y oscuras, y la pregunta natural era ésta: ¿Cómo pasan los fotones a través de las zonas oscuras? Parecería ser que los fotones no tenían existencia continua; desaparecían aquí y reaparecían allá.

"La situación, en consecuencia, era ésta: Sabían calcular perfectamente, dado un dispositivo cualquiera, en qué lugares del espacio se producía un refuerzo o un debilitamiento de la luz. Si se trataba de franjas de interferencia, se calculaban éstas de antemano, y si se colocaba en el lugar correspondiente una placa fotográfica, las franjas aparecían en ella en la forma que se había previsto. La impresión de la placa en ciertos lugares, revelaba que en ellos la luz había sido absorbida por *cuantos*, porque de otra manera no se obtienen las leyes correctas del efecto fotoquímico. Luego, los "fotones" llegaban solamente a los lugares brillantes, y estos lugares se calculaban mediante funciones sinusoidales, que correspondían a la imagen de la propagación de la luz por ondas. En éstas, la energía, en lugar de estar concentrada en una pequeña porción del espacio, debía suponerse, por el contrario, repartida en toda la superficie de onda.

"Se pensó entonces que las ondas en cuestión fueran "ondas de probabilidad", es decir, entes puramente matemáticos. El cuadrado de la amplitud de la onda en determinada región, daba solamente la probabilidad de encontrar allí a un fotón.

"En lo que se refiere al átomo, y en particular al núcleo atómico, se realizaron prodigiosos adelantos, sobre todo después de finalizada la Edad Media, que, como ustedes saben, se considera actualmente que termina en el año 1945, en que se puso fin a la última de las guerras que tuvo que soportar la humanidad."

Hasta aquí la visión panorámica prometida, puesta en labios de un supuesto físico del futuro. Nada importaría que aquél no acertara con el juicio que realmente se hará algún día acerca de nuestras concepciones científicas actuales, con tal que quedara en pie su última afirmación.

Las teorías en la enseñanza

Los hechos aislados se conectan entre sí mediante leyes, y leyes pertenecientes a dominios distintos encuentran su vinculación en lo que se llama una teoría.

No importa que la teoría trasunte o no "la realidad"; no importa que se apoye en imágenes que puedan ser consideradas como ingenuas; no importa que las de hoy no serán las de mañana; lo que realmente interesa es justamente esa vinculación. Si para establecerla, como un apoyo mental, necesitamos apelar de una imagen, que sea ella bienvenida. Con su éter mecánico pudo *Fresnel* vincular entre sí las leyes de la reflexión y refracción de la luz, dar cuenta de los fenómenos de interferencia, difracción y polarización hasta en los más mínimos detalles, y si los grandes sabios necesitan para sus ondas de algún sostén, sería absurdo que pretendiéramos, desde el comienzo, que nuestros alumnos prescindieran de él.

Con el modelo atómico de Bohr, y con sus órbitas circulares, "en principio inobservables", se explica en forma maravillosa, al decir de *Sommerfeld*, "la silenciosa música espectral que irradian los diminutos clavicordios atómimos", y aprendemos, sirviéndonos del modelo, a descubrir insospechadas conexiones entre átomos y estrellas. Cuando una teoría ha sido realmente útil en un momento dado, nunca llega a ser enteramente falsa. Las conexiones establecidas por la teoría y verificadas por la experiencia seguirán siempre tan inconmovibles como los hechos mismos.

No discutamos aquí si las teorías se descubren o se inventan. Lo cierto, lo incuestionablemente cierto, es que ellas aparecen para simplificar la descripción de los hechos observables. Imaginemos un momento que tuviéramos que describir todos los fenómenos de electroestática sin hacer uso de la hipótesis de los dos flúidos eléctricos, o que enseñamos magnetismo sin apelar a los imanes elementales.

Basta la más mínima reflexión para convencernos que una pura descripción, sin el auxilio de una teoría, sería imposible. La teoría que en su hora iluminó el camino del investigador facilita igualmente, en general, la tarea del profesor y la del alumno. Al captar éste, por ejemplo, que el calor no es más que una manifestación del movimiento molecular, no sólo verá claro el principio de equivalencia y podrá darse mejor cuenta de los cambios de estado, sino que más tarde también se le aparecerá como natural y

previsible la pérdida de las propiedades magnéticas por el aumento de temperatura. Fenómenos tan diversos como el calentamiento de una plancha por el pasaje de una corriente eléctrica, y el calentamiento de un serrucho al aserrar madera, se presentarán igualmente a su espíritu dentro del mismo marco conceptual. La diversidad fenomenológica tan múltiple se reduce así a unos cuantos haces fáciles de aprehender. El principio de la economía de pensamiento de que habla Mach se cumple ampliamente, y si el objetivo de las teorías físicas fuera solamente ése, como pensaba el ilustre pensador que debía ser, dicho objetivo no es nada despreciable y debe tenérsele muy particularmente en cuenta en la enseñanza.

Pero aparte de todo esto, las teorías tienen un valor epopéyico difícil de mensurar.

Es necesario despertar la emoción y exaltar el entusiasmo que nace de la contemplación de la más prodigiosa de las empresas llevadas a cabo por el espíritu humano. Los jóvenes aman la aventura, los viajes riesgosos, las luchas desproporcionadas... Y no hay aventura más grande que la emprendida por el pensamiento científico. No es cierto que la ciencia sea fría y árida; lo que ocurre es que los poetas de nuestra época están en rémora. Ellos, que supieron cantar las hazañas de los guerreros y conquistadores, permanecen hasta hoy mudos e indiferentes frente al prodigio que tienen delante y que transforma al mundo. Se necesitan poetas que canten el desigual encuentro entre Júpiter, armado de rayos, y el cruzado caballero de la ciencia que desvía todos sus golpes con su puntiaguda espada dirigida a lo alto; poetas que nos digan de la formidable aventura llevada a cabo por Copérnico, al seguir por el espacio insondable las pistas de los astros, y que, con un solo golpe de inaudita audacia, convierte a nuestro mundo, firme y quieto, en un globo más, errante vagabundo de los cielos.

Newton, el hombre tímido y prudente para enfrentar las contingencias de la vida diaria, espera aún, desde su sitial de gloria, la llegada del vate que se habrá de inspirar algún día en su osadía sin límites de legislador del cielo y de la Tierra, y Galileo Galilei, padre, apóstol y

mártir de la ciencia, por cuyo plano inclinado vemos hoy rodar, si nos fijamos bien, átomos y estrellas, espera también al Homero que cantará sus hazañas, cual nuevo Ulises.

¿No hay, acaso, elementos poéticos en la ciencia? ¿Acaso no se sienten aún los latidos del corazón de *Galle* cuando, con una carta de *Leverrier* en una mano, dirige con la otra el anteojo hacia una remota región del cielo, para observar un mundo atrapado en la red de la mecánica de Newton?

¿No lo veis a Hertz, cabalgando por el éter en las ecuaciones de Maxwell, y haciendo temblar el campo de sus hazañas con la misma facilidad con que un niño produce ondas arrojando piedras en la tranquila superficie de un lago?

¿No sospecháis de la emoción de un *Faraday* cuando por el simple movimiento de su brazo, armado de un imán, puede producir corrientes eléctricas a su antojo?

Y así podría seguir multiplicando sin límites los ejemplos, pues en todo descubrimiento científico, grande o pequeño, todos los éxitos y todos los fracasos provienen de aventuras emprendidas con el corazón henchido de esperanza, y cuyo resultado aguardamos en suspenso, embargados por la emoción.

Para despertar en nuestros alumnos el amor por la ciencia no basta con hacer que reciten bien las leyes o las teorías que las vinculan; no es suficiente tampoco con hacerles sentir una admiración pasiva por los grandes sabios, que hasta puede llegar a ser contraproducente o deprimente, lo que debe procurarse es que ellos mismos sientan la emoción y la belleza que emana del conocimiento científico.

V

EL ALUMNO

Tendencias y aptitudes. — La aptitud matemática. — La aptitud matemática y la Física. — El alumno y la Física.

La revolución copernicana producida en estos últimos tiempos en materia pedagógica, ha consistido, fundamentalmente, en el desplazamiento del centro de gravedad del par *maestro-alumno* hacia este último.

Ya no es el alumno el que debe girar sobre una órbita rígida, viéndose obligado a recorrer el estrecho sendero que se le señala, sin decirle siquiera adónde conduce. En el esfuerzo educativo del presente se procura que la energía motora surja del educando mismo, que lo muevan sus propios intereses e inquietudes. No se trata de que asciendan por la empinada cuesta con la espalda doblada y los ojos caídos, sino que emprendan la ascensión con la alegría que pondría en ello un deportista, que sube por el puro gusto de subir.

Tendencias y aptitudes

El método para despertar primero y encauzar después aquella energía no es sencillo. Las diferencias psíquicas individuales complican el problema extraordinariamente. No sabemos de qué depende ni cómo se despierta el interés por un asunto determinado. El sabio que pasa su vida meditando siempre en torno a determinada cuestión, y

que se apasiona por todo aquello que pertenece a su especialidad, preocupándose vivamente y desde el fondo de su alma por los más mínimos detalles de cierto grupo de cuestiones, permanece en cambio frío e indiferente delante de los más extraordinarios fenómenos que no pertenecen a "su sector". Cuando Galileo construye su anteojo, noche tras noche observa y anota cuidadosamente todo aquello que va desfilando por su campo visual.

Descubre así, en poco tiempo, las fases de Venus, los satélites de Júpiter; presiente el anillo de Saturno; mide, por la sombra que proyectan, las alturas de muchas montañas lunares, y descubre también las libraciones de nuestro satélite. Sin descansar, de día medita y analiza los resultados de sus observaciones nocturnas, y le queda todavía tiempo para descubrir las manchas solares y el movimiento de rotación del astro central. En contraste con este interés, esta curiosidad y este apasionamiento, al poco tiempo construye un microscopio, con el cual se limita a observar superficialmente algunas alas de mariposa, algunas patas de insectos, y antes de los ocho días de construído, el aparato era abandonado en un rincón, sin haber efectuado con él ni siquiera una sola observación importante.

Si ambos instrumentos hubieran caído en cambio en manos de un zoólogo, es seguro que el telescopio habría sido el que hubiera ido a parar al desván de los trastos viejos.

La clasificación de los diversos tipos psicológicos, de acuerdo con sus tendencias, aptitudes y características íntimas, es sin duda una tarea sumamente compleja, que no se podrá realizar en una sola dimensión, porque el "número de variables" exigiría una representación multidimensional.

A pesar de ello, y para tener alguna idea acerca de las tendencias que se manifiestan en el hombre frente a los estudios científicos, consideraremos una clasificación lineal de las ciencias, tal como la de Comte: *Matemática; Astronomía; Física; Química; Biología y Sociología.*

No discutamos aquí si este orden corresponde o no a un orden jerárquico, en el sentido de que las principales

leyes de cada ciencia sirven de base a las que le siguen y se apoyan en las de la ciencia precedente. Lo cierto es que esas disciplinas existen y tienen sus cultores. Debemos, pues, aceptar como un hecho la existencia de mentalidades particularmente dispuestas para el estudio de una u otra disciplina. Si pudiésemos medir de alguna manera la atracción que el estudio de cada rama produce en un individuo determinado, representando en las abscisas a las diferentes ciencias, y en las ordenadas las atracciones respectivas, tendríamos un perfil característico de las tendencias que guían su personalidad.

En el caso de una vocación bien manifiesta, se notaría un pronunciado pico en el lugar correspondiente, en tanto que en otros casos, la curva seguiría más o menos paralelamente al eje de las abscisas. Con *tests* especiales podrían obtenerse curvas similares a las descriptas.

Hemos hablado de la "atracción" que el estudio de una disciplina o asunto ejerce sobre determinada persona, como si se tratara de una verdadera atracción física. Ésta puede ser grande o pequeña, estar disimulada por una trama de intereses secundarios o por el reclamo imperioso del ajetreo constante y rutinario de todos los días; pero negar su existencia en el plano psíquico, sería tan absurdo como negar la existencia del amor mismo.

La atracción que en un momento dado puede ejercer sobre cualquier mortal un simple problema de palabras cruzadas, o la complicada trama de una novela policial, no difiere, en esencia, de la atracción que experimenta el estudioso al engolfarse en determinada cuestión.

En la esfera intelectual, el interés que nos mueve a ocuparnos de cierto asunto reconoce los más diversos orígenes. Si dicho interés emana de la atracción propia que el objeto de nuestro estudio produce en nosotros, diremos que se trata de un *interés primario*. Hablaremos en cambio de *interés secundario*, cuando los móviles que nos impulsan son ajenos al objeto mismo.

Como no es fácil discriminar el origen de aquellos móviles, esta clasificación debe ser considerada como puramente esquemática.

En las afanosas búsquedas astronómicas y físicas de Galileo, parecería ser que el motor psíquico sacara su energía de un puro interés primario. Sin embargo, el estudio de su biografía no permite descartar que el móvil central de su actividad fuera el deseo, casi deportivo, de derrotar a los peripatéticos, lo que logró, sin duda, plenamente.

Prescindiendo de estas sutilezas psicológicas, la historia muestra que los sabios se afanan no sólo por aquel puro interés primario, sino que también los mueve el amor a la gloria y a las ansias de sobresalir.

Aparte de lo que precede, es frecuente emprender un estudio movidos por un "interés secundario", y proseguir luego por el camino iniciado, sin otro móvil que el de continuar la marcha. Ahora es la atracción que emana del asunto mismo la que nos hace gravitar en su torno.

Astrólogos que se convierten en astrónomos, y alquimistas en químicos, los hay por centenares, como hay médicos que comienzan sus estudios con el único objeto de lucrar, y terminan, a pesar de todo, por enamorarse realmente de su profesión. Hablando en términos generales, se advierte que los intereses primarios son tanto menos intensos cuanto más indiferenciados se manifiestan.

Las vocaciones bien definidas aparecen por una polarización de aquellos intereses, al concentrarse en una única dirección.

Planteada la cuestión en estos términos, debemos preguntarnos: ¿Qué clase de interés mueve a este o a aquel alumno para estudiar tal o cual cosa? Es fácil advertir que el interés del educando es, en general, de carácter secundario. Lo mueve al estudio una imposición externa, proveniente del padre o del maestro. En un momento dado debe interesarse por la campaña de San Martín, y luego de un pequeño intervalo, tendrá que concentrar su atención en el teorema de Pitágoras. En uno y otro caso, es la libreta de calificaciones o el deseo de captar la voluntad del maestro, o la esperanza de alcanzar una mayor consideración de parte de sus compañeros, etc., lo que le impulsa a realizar el indispensable esfuerzo de concentración. Pero he aquí que, en un momento dado, la esfera

puramente intelectual es bañada por una corriente emotiva, y nuestro alumno se olvida de la libreta de calificaciones, se olvida de las imposiciones del padre o del maestro, se olvida de la consideración que esperaba conquistar, se olvida, en fin, de todo, para seguir al héroe en su marcha a través de los picachos nevados, o para saborear el placer que emana del proceso que realiza su razonamiento, que le permite establecer una verdad general e insospechada, a partir de un simple diseño mal dibujado.

En este desborde de emoción se produce el tránsito del interés secundario al interés primario.

Cuando un alumno comienza a leer de mala gana una novela, por imposición de su profesor de letras, y termina por "devorarla"; cuando después de resolver un problema impuesto, busca variar los datos del mismo tratando de complicarlo o generalizarlo; si luego de aprender penosamente una demostración, la repite por puro gusto una y otra vez, diciéndose para sí: "claro", "¡qué notable!", "¡qué maravilla!"; si después de cerrar su texto o escuchar la lección sigue pensando en el tema, ya sea en el modo cómo vivían los griegos del siglo de Pericles, o en la división celular, queriendo saber una y otra cosa por el simple gusto de saberla, es que se ha producido el tránsito de que hablábamos. Para que se produzca es necesario haber experimentado una *vivencia*, es decir, un conocimiento impregnado de emoción.

Las diferencias psicológicas tan enormes que se observan entre uno y otro individuo provienen, fundamentalmente, de la diversidad de "objetos" que, en unos y en otros, sirven de estímulo para producir el despertar de una vivencia.

En términos mecánicos, podríamos expresar lo que precede diciendo que cada asunto tiene algo así como una rueda dentada capaz de engranar, más o menos fácilmente, con el rodaje psíquico de cada individuo.

El "paso" de las Matemáticas, convendría a ciertas mentalidades, en tanto que otras engranarían mejor con el rodar biológico o histórico.

Hacíamos referencia, líneas más arriba, al perfil psíquico que se puede obtener de determinado individuo en lo que a sus tendencias se refiere.

Si se traza otro perfil del mismo individuo, relativo a sus aptitudes, entre ambas representaciones se nota, en general, un paralelismo bien marcado.

La aptitud matemática

Las diferencias de aptitud entre unos y otros individuos se advierten en todos los sectores de la actividad humana, pero quizás en ninguno de ellos con tanta nitidez y amplitud como en lo referente al aprendizaje de las Matemáticas.

Aquí, lo que para algunos es un juego, para otros constituye un verdadero suplicio. Desde los primeros años se manifiestan notables diferencias entre alumnos que, en los demás aspectos, tienen aptitudes parecidas. Si el ajedrez se enseñara en las escuelas, se comprobarían también diferencias de capacidad tan marcadas como las que se manifiestan en los estudios matemáticos, cuya "dispersión" es sólo comparable a la que es dable observar en las aptitudes artísticas. Creer que la inteligencia puede medirse por la aptitud matemática, es un error del cual felizmente ya se han liberado los pedagogos de hoy. Tal creencia no es más ni menos absurda que la suposición de que esa facultad pudiera apreciarse por la habilidad con que se juega al ajedrez. Grandes estadistas y hombres de letras, y personas dotadas de un fino espíritu crítico y de observación, han sido pésimos alumnos de Matemáticas, lo cual es reconocido por muchos de ellos, que hasta llegan a jactarse de esa falta de aptitud.

Los grandes matemáticos han sido siempre precoces. Se dice de *Gauss* que teniendo sólo cinco años, se le encomendó como deber efectuara la suma de los primeros cien números naturales. En pocos minutos presentó el resultado exacto, e interrogado acerca del procedimiento seguido, manifestó que había multiplicado 101×50, pues

observó la constancia de la suma de los términos extremos de la progresión aritmética, cuya fórmula sumatoria acababa de deducir y aplicar. A los dieciocho años, este mismo Gauss publicaba su célebre memoria sobre el método de los cuadrados mínimos. *Galois*, que dejó en Matemáticas una obra imperecedera, murió en un duelo a los veintiún años, y Pascal, a los dieciséis, escribía su *Ensayo sobre las cónicas*. Los ejemplos de esta clase podrían multiplicarse casi sin límite.

Si se considera un grupo de N individuos, y se representa en el eje de las abscisas una de las características medibles de cada uno de ellos, y en el de las ordenadas las frecuencias, o sea el número de individuos del grupo con tal característica, se obtiene para un "grupo normal", con respecto a la cualidad considerada, la conocida curva en campana de Gauss. Si se preparan problemas matemáticos de creciente dificultad, y se los somete para su resolución a un grupo de cien o mil alumnos del mismo curso, al efectuar la gráfica de frecuencia se obtiene también la curva en campana, pero con forma aplastada, mostrando así la gran "dispersión" del grupo respecto a la aptitud considerada. Si sobre el mismo grupo se construye la curva de frecuencia en lo que se refiere, por ejemplo, a una aptitud física, la campana representada por la curva aparece más alargada.

En 1927, *A. Müller* dió a conocer, en su obra *Wege zür Zahl*, las investigaciones llevadas a cabo en la ciudad de Dresden por un grupo de maestros primarios que trabajaban bajo su dirección. Con el material acumulado en esa forma, el autor creyó poder clasificar a los alumnos, en lo que al aprendizaje de las Matemáticas se refiere, en los cinco tipos siguientes:

Tipo A: teórico;
Tipo B: mecanizador;
Tipo C: aplicador;
Tipo D: imaginativo;
Tipo E: refractario.

Pertenecen al primer tipo aquellos alumnos que desean conocer el "porqué" de las reglas, sintiendo verdadero placer al resolver un complicado problema, sin preocuparse mayormente por la exactitud de su resultado.

En cambio, los del segundo tipo son memorizadores, y muy seguros en el cálculo numérico, gustándoles operar con números de muchas cifras. Los ejercicios largos y complicados los deleitan, no así los problemas en que sea necesario cierto esfuerzo mental para su planteo.

Los del tercer tipo son fundamentalmente intuitivos; les es indispensable siempre, como apoyo mental, una representación objetiva concreta, y consideran absurdo todo problema que tenga datos inverosímiles.

En cambio, los del cuarto tipo son abstractos, en el sentido de que les gusta operar con los números, sin cuidarse de que tengan o no representación concreta. Las curiosidades e historietas aritméticas, así como la resolución de acertijos, constituyen para los de este grupo un verdadero deleite.

Por último, los refractarios son aquellos alumnos que jamás hubieran podido entrar en la Academia de Platón. No se trata de personas anormales, pues muchos de ellos sobresalen en el aprendizaje de otras asignaturas. Éstos son los que más tarde dirán: "las Matemáticas no se han hecho para mí". Si logran aprender algo, es a costa de un gran esfuerzo, que les ocasiona un profundo disgusto interior.

El psicólogo francés *A. Binet* dice al respecto: "Esta ausencia de aptitud para las Matemáticas y para las ciencias en general se observa también en los adultos, aun entre algunos individuos ilustrados, y hasta de inteligencia superior, que reconocen, sin falsa vergüenza, su incapacidad, y hacen de ello hasta un título de gloria".

Para el profesor *Neill*, director de la escuela de Summerhill, de Leiston (Inglaterra), esta incapacidad proviene, en el noventa por ciento de los casos, del hecho de haber pretendido enseñar Matemáticas a los niños mucho antes de que para ellos tuviera esta disciplina significado alguno.

Naturalmente, la clasificación de Müller en cinco tipos psicológicos, en lo que al aprendizaje de las Matemáticas se refiere, no quiere decir que necesariamente un alumno deba pertenecer a uno u otro tipo. El alumno real tiene siempre algo de los diversos tipos de la clasificación, y si se le cataloga de uno u otro modo es atendiendo a ciertas modalidades que parecen ser las más características.

La aptitud matemática y la Física

La heterogeneidad en el aprovechamiento de la enseñanza de la Física proviene, casi exclusivamente, de la diversidad en la aptitud matemática de los alumnos. A causa de ello, la mayor dificultad en la enseñanza de la Física se presenta en el ciclo medio, pues en el ciclo primario, la enseñanza de esa disciplina es y debe ser casi exclusivamente de carácter cualitativo, y, como veremos más adelante, dicha enseñanza se reduce fundamentalmente a dar nombre a ciertos hechos y fenómenos. Un número de alumnos de mayor retentiva, aprenderán más rápidamente que otros; algunos se entusiasmarán con un experimento que a otros dejará más o menos indiferentes, pero todos se encontrarán exactamente en el mismo plano cuando se les dice: "a *esto* se le llama fusión"; "*como ven,* la luz roja es la que menos se desvía"; "los polos norte de dos agujas magnéticas se rechazan, *como acaban de ver*", etc.

En el ciclo superior, las dificultades originadas por la intervención de las Matemáticas, se subsanan en gran parte por la selección que se efectúa en el propio alumnado, el cual, por esta misma razón, es mucho más homogéneo.

En cambio, en el ciclo secundario existen dificultades que son casi insuperables para gran cantidad de alumnos. Analizaré la naturaleza de esta dificultad tomando un ejemplo concreto.

En nuestro medio, la enseñanza de la Física, en el ciclo secundario, se comienza por la mecánica, y al tratar de la cinemática es necesario dar el concepto de aceleración y

estudiar detenidamente el movimiento uniformemente variado. Convengo en que, con gran esfuerzo y habilidad, el profesor puede hacer que si no todos, por lo menos la gran mayoría de los alumnos capten el concepto de aceleración como medida de la rapidez con que varía la velocidad. Convengo también en que, después de apelar a muchos ejemplos numéricos y a referencias constantes a las indicaciones de los velocímetros de los automóviles (que admitiendo que nos indican la velocidad instantánea, nos evita el tener que recurrir a la noción de límite), puedan los alumnos llegar a interpretar perfectamente la fórmula

$$v = v_0 + a\,t,$$

pero cuando se quiere pasar de esta fórmula a la del espacio recorrido, y se representa para ello, en una gráfica, la velocidad en función del tiempo, y se demuestra, efectuando sin decirlo una operación de cálculo integral, que el espacio está dado por el área del trapecio que aparece en la figura, sólo unos pocos habrán seguido el hilo de la demostración.

Es necesario indagar qué es lo que pasa por el espíritu del alumno que, a pesar de haber puesto toda su atención y su voluntad para seguir la demostración, se ha quedado a mitad de camino. Algunos de ellos deben quedar perplejos, ya desde el comienzo, al ver que un movimiento se representa en forma estática, por medio de una figura. Otros encontrarán, seguramente, que todo es demasiado artificial, y, desde luego, no carecen de motivos para opinar así.

Para saber el espacio que recorre en cierto tiempo un cuerpo que cae libremente, hemos tenido que representar dos rectas ortogonales, que, en verdad, nada tienen que hacer con el movimiento; hemos convenido en que determinado segmento de lo que llamamos eje de las ordenadas representa una velocidad, y otro segmento del eje de las abscisas, un tiempo. He aquí que el alumno tiene ante sus ojos dos rayitas: una *representa* una *velocidad* de cinco

metros por segundo, la otra, un *tiempo* de un segundo, o, todavía: una, una velocidad v, y la otra, un tiempo t.

No queremos insinuar aquí que existan alumnos normales incapaces de comprender una representación de esta clase, ya que una cuadrícula en que se indica, p. ej., la temperatura en función del tiempo, es interpretada por cualquiera, si se le ha dado para ello alguna explicación. Lo que deseo hacer resaltar es la cantidad de convenciones y abstracciones, necesarias en el camino de la demostración, hechas en un tiempo que para muchos alumnos resulta insuficiente. Aparte de que, en el caso de la cuadrícula en que se marca la temperatura de un enfermo, la gráfica corresponde a un caso concreto: el enfermo está ahí, el termómetro aquí, y el todo resulta importante y significativo.

En cambio, al representar gráficamente un movimiento variado, ya las preguntas: "movimiento de quién", "movimiento de qué", no tienen respuesta, y si la tienen, es en esta forma abstracta: "Se trata del movimiento de un punto matemático". No es la representación gráfica del movimiento de aquel automóvil o de este tren, no; es la representación gráfica de un movimiento pensado, de un movimiento que llamamos uniformemente variado, que para el profesor tiene un gran significado, pero ninguno para el alumno. Además, se trata de representar un movimiento uniformemente variado *cualquiera*, es decir, que no representemos un movimiento cuya aceleración sea, p. ej., de 4 $\frac{\text{m}}{\text{seg}^2}$, sino una aceleración indefinida: a. La introducción de esta a, que puede tener cualquier valor, pero que no tiene ninguno, es precisamente lo que hace posible la demostración general, calculando el espacio recorrido en un tiempo también *cualquiera:* t, y por lo mismo, indefinido e impreciso. Se me dirá que cuando el profesor de Física efectúa una demostración de esta clase no hace más que apoyarse en lo que ya han "aprendido" en las clases de Álgebra, pero nos permitimos recordar, para que se juzgue acerca de la magnitud del esfuerzo que exi-

gimos a muchachos adolescentes, cuya estructura psicológica es tan compleja y variada, que el Álgebra es una ciencia relativamente reciente, totalmente desconocida por el pueblo griego.

Cuando hayamos logrado que el alumno se desprenda del automóvil o del tren concreto en movimiento, y piense en un punto que se desliza sobre una recta, le imponemos al punto que su velocidad crezca proporcionalmente al tiempo, y representamos todo ello en un sistema de ejes coordenados. Aparece entonces, como representación, una recta, recta que nada tiene que ver con la trayectoria del punto, y el punto mismo que se mueve, objeto de nuestro estudio, no tiene representación en esa gráfica, del mismo modo que el enfermo no aparece en la cuadrícula.

Desde luego que, al llegar aquí, hay ya muchos alumnos que se han extraviado en el tupido bosque de las coordenadas cartesianas y de los signos algebraicos. Los que han salido airosos de esta encrucijada verán que la pendiente de la recta mide la aceleración del movimiento representado; verán, sin necesitar mayores explicaciones, que cuando la recta va "hacia arriba", el movimiento es uniformemente acelerado, y que cuando va "hacia abajo", se representa con ello un movimiento uniformemente retardado. En este último caso, descubrirán por sí mismos que la intersección de la recta, que representa la velocidad con el eje del tiempo, indica el instante en que la velocidad se anula, y tal vez descubran, también, que si se prolonga la recta representativa por debajo del eje del tiempo, ello significa un cambio en el signo de la velocidad, es decir, un cambio en el sentido del movimiento.

Pero estamos todavía en el comienzo: el movimiento acelerado representado en la figura debe ser descompuesto en una sucesión de movimientos uniformes. La recta se convierte ahora en una escalera; aparecen una sucesión de rectángulos, cuyas áreas miden los espacios parciales recorridos, y para tener ahora el espacio total recorrido por el móvil que se mueve con movimiento uniformemente acelerado, es necesario el paso al límite, o sea hacer que

los escalones de nuestra escalera se hagan más y más pequeños, hasta que desaparezcan. Sólo entonces habremos demostrado que el espacio está dado por el área del trapecio que se ve en la figura.

¿Qué pasa, entretanto, por el espíritu de los alumnos que se han extraviado? ¿En qué punto del camino se han perdido? ¿Han rodado quizás escaleras abajo, cuando en el paso al límite suprimimos los escalones de la misma? Pero, ¿es acaso tan difícil hacer entender cómo caen los cuerpos en el vacío?

La manera precedente de explicar el movimiento uniformemente acelerado es adecuada únicamente para aquellos alumnos que muestren predisposición especial por el estudio de las Matemáticas. En cambio, es contraproducente para el resto. No afirmamos de ningún modo que haya alumnos en absoluto incapaces para comprender aquel razonamiento, pero sí que hay muchos que todavía no están maduros para sacar provecho de esa clase de demostraciones. El mismo alumno que hoy sintió pánico frente a esa demostración, pasados uno o dos años puede encontrarla sencilla, si es que no se le envenenó el espíritu obligándole a estudiar de memoria y repetir lo que está fuera de su alcance.

Veremos, más adelante, que esta y otras muchas dificultades podrán ser eliminadas, o por lo menos disminuídas, con un ordenamiento de los programas, en los cuales se tenga en cuenta, más de lo que lo ha sido hasta ahora, al alumno mismo. Pero, aun con los programas actuales y con la heterogeneidad característica del alumnado que se pone a cargo de un profesor, es posible, adoptando un método adecuado, hacer que no aparezcan en nuestros discípulos prematuros e infecundos complejos de inferioridad.

El resultado poco halagüeño de la clase sobre el movimiento uniformemente variado a que nos referíamos se debe a que el profesor da su lección para un tipo mental de alumno, de la misma clase que el tipo mental propio. Los alumnos con predisposición para las Matemáticas y con gran facilidad de abstracción se beneficiarán realmen-

te con esa clase de enseñanza, que resultará en cambio de un valor negativo para el resto. En cada lección hay siempre algo fundamental, que debe ser asimilado por la totalidad de los alumnos. Si el movimiento uniformemente acelerado es importante, es porque los cuerpos caen con esa clase de movimiento, y por ser, además, el movimiento que adquiere un cuerpo sometido a una fuerza constante. Procuremos entonces estudiar primero el movimiento de caída, y no, presuntuosamente, el "movimiento uniformemente variado en general".

Si nos pasamos una clase entera "jugando" con el plano inclinado de Galileo, repitiendo una y otra vez el experimento para diversas inclinaciones del plano, comprobando, en todos los casos, que en un tiempo doble o triple el espacio total recorrido es cuatro o nueve veces mayor, respectivamente, los alumnos acabarán por saber qué es un movimiento uniformemente acelerado, aunque no sepan repetir de memoria que "es aquél en que la aceleración es constante".

En dos reglas puede resumirse el *cómo* de la caída libre de los cuerpos:

1ª) Para hallar el espacio recorrido en cierto tiempo por un cuerpo que cae libremente, se multiplica 4,90 por el cuadrado del número de segundos que ha durado la caída. El resultado queda expresado en metros ($e = 4{,}90 \times t^2$).

2l) Para hallar la velocidad que adquiere un cuerpo al caer libremente al cabo de cierto tiempo, se multiplica 9,80 por el número de segundos que ha durado la caída. El resultado queda expresado en metros sobre segundos. ($v = 9{,}80 \times t$).

Dos reglas análogas se establecerán luego, para calcular el espacio y la velocidad de un movimiento cuya aceleración es "*a*".

A la mayoría de los alumnos les interesa enormemente todo aquello que tenga una aplicación práctica y que se refiera a algo concreto. Todos tienen una noción más o menos precisa de lo que en los automóviles se llama "pique". ¿Por qué no aprovechar esta noción para dar el con-

cepto de aceleración? ¿Por qué no encargarles que midan el "pique" de un automóvil real, utilizando un reloj y las indicaciones del velocímetro, o comenzar por darles un problema concreto, en que un automóvil, al arrancar, emplea, por ejemplo, 5 seg en pasar de la velocidad cero a la de 18 km/hora, y expresar luego la aceleración o "el pique" en metros sobre segundos al cuadrado?

Después de varios problemas de esta clase, es muy posible que ellos mismos quieran saber el espacio o la longitud del trayecto recorrido por el automóvil al arrancar, para lo cual bastará hallar la semisuma de las velocidades inicial y final, *llamarle* a esa semisuma velocidad media, y multiplicarla por el tiempo.

Si hubiera un alumno tan excepcional que advirtiera "la trampa" de la demostración, y que nos dijera, o nos diera a entender, que piensa que para hallar la velocidad media de un movimiento habría que tomar en cuenta todas las velocidades que el móvil adquiere en el intervalo, y no sólo las velocidades extremas; después de calificarlo con la nota más alta, bastaría indicarle que estudiara por su cuenta la demostración correcta. Con seguridad que un alumno de esa clase no encuentra dificultades en la demostración.

Teniendo en cuenta la heterogeneidad del alumnado, es preferible, en muchos casos, dar del mismo asunto dos o tres demostraciones diferentes, cada una de ellas dedicada a un grupo distinto de alumnos.

No se trata de que todos aprendan todas las demostraciones, sino de que cada cual elija la que más se amolda a su manera de ser y a su capacidad. En el caso del ejemplo que estamos considerando, en que se trata de hallar la fórmula del espacio en un movimiento uniformemente acelerado, partiendo de la fórmula de la velocidad:

$$v = v_0 + a\,t,$$

una primera "demostración" sería la que se obtiene diciendo que en ese caso la velocidad media resulta ser igual

("como se podría demostrar") a la semisuma de las velocidades inicial y final, con lo cual:

$$e = \left(\frac{v_0 + v_0 + a\,t}{2}\right) t = v_0\,t + \frac{1}{2}\,a\,t^2.$$

Al teóricoanalítico le convendría, en cambio, una demostración en la cual se dividiera el intervalo t en n partes iguales, de tal modo que las velocidades, al cabo de cada uno de esos intervalos parciales, y los espacios también parciales recorridos, supuestos uniformes los movimientos elementales, serían:

$$v_1 = v_0 + a\,\frac{t}{n}; \qquad e_1 = \left(v_0 + a\,\frac{t}{n}\right)\frac{t}{n};$$

$$v_2 = v_0 + 2\,a\,\frac{t}{n}; \qquad e_2 = \left(v_0 + 2\,a\,\frac{t}{n}\right)\frac{t}{n};$$

$$\vdots \qquad\qquad\qquad \vdots$$

$$v_n = v_0 + n\,a\,\frac{t}{n}. \qquad e_n = \left(v_0 + n\,a\,\frac{t}{n}\right)\frac{t}{n}.$$

El espacio total e resulta:

$$e = e_1 + e_2 + \ldots + e_n = v_0\,t + \frac{a\,t^2}{n^2}\,(1 + 2 + \ldots + n).$$

Por ser:

$$\frac{1 + 2 + \ldots + n}{n^2} = \frac{n\,(n + 1)}{2\,n^2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2\,n},$$

que para $n \to \infty$ es igual a $\frac{1}{2}$. La fórmula queda demostrada, habiéndose calculado esta integral:

$$e = \int_0^t (v_0 + a\,t)\,d\,t.$$

Por último, a otro grupo de alumnos les convendría la demostración geométrica a que ya nos referimos, y en la cual se calcula la misma integral gráficamente.

¿Se tiene derecho de exigir a muchachos de quince años que no han estudiado una palabra de cálculo diferencial, y que pueden no tener especial predisposición para las Matemáticas, demostraciones del tipo de las que preceden? Y, por otra parte, ¿se tiene el derecho de privar a muchachos bien dispuestos y aptos, de aquellas demostraciones que constituyen para muchos una verdadera fiesta del espíritu?

Se me dirá que en las clases no se tiene tiempo ni siquiera para hacer una sola demostración, y que, en consecuencia, mal se puede pensar en hacer tres. Pero quizá sea preferible hacer tres demostraciones, una sola vez cada una, y no una demostración que debería repetirse, si se pretendiera que fuera entendida por todos, no menos de diez veces.

En el caso precedente, claro está que puede suprimirse la demostración dedicada a los "analíticos", pero en cambio consideramos que no debe prescindirse de dar la primera, que constituirá para muchos la tabla salvadora. La "tabla salvadora" no en el sentido meramente utilitario de que, aferrados a ella, podrán pasar con éxito las pruebas a que se los someta, sino en el sentido de que los salvará en el concepto de sí mismos, evitando que crean prematuramente que las puertas de la Física están inevitablemente cerradas para ellos.

El alumno y la Física

En lo que antecede nos hemos ocupado de los diversos tipos de mentalidad matemática en su relación con el aprendizaje de la Física.

Pero, además de esa posible clasificación del alumnado de acuerdo con sus aptitudes y modalidades matemáticas, cabe otra, referente a la clase de reacciones psíquicas y estímulos que el alumno experimenta frente a los hechos de la Física misma. Teniendo en cuenta las tonalidades

predominantes, que es dable observar, el alumnado puede ser clasificado a este respecto en la forma siguiente:

Indiferente; teórico; práctico; y *técnico.*

EL INDIFERENTE. — Los indiferentes son los alumnos más difíciles. Demostraciones o experimentos que entusiasman a sus compañeros, les dejan a ellos impasibles. Que el calor sea un flúido o una manifestación del movimiento molecular les tiene completamente sin cuidado, y se preocuparán sólo por aprender a repetir lo necesario para pasar con éxito las pruebas.

La Física rebota en ellos, sin penetrar; han ingerido todo, sin rumiar nada, y al poco tiempo de haber aprobado su examen no se acordarán siquiera de la ley de la palanca. Sus conocimientos no han estado impregnados de emoción; no han sentido ninguna vivencia, pues en su estudio no lograron nunca pasar de los "intereses secundarios" a los "primarios". No se trata de alumnos torpes ni haraganes; por el contrario, muchos de ellos aprenden quizá con demasiada rapidez y ejecutan todos los deberes que se les encomienda; pero el estudio es en ellos siempre un trabajo, nunca un juego.

Después de esta sombría descripción, digamos que, felizmente, no existen alumnos absolutamente indiferentes. Las clasificaciones son siempre esquemáticas, y al describir el prototipo que corresponde a determinado casillero, efectuamos una idealización, con lo cual salimos de la realidad. Las clasificaciones son útiles, como lo hace notar *Vaz Ferreira,* cuando somos capaces de manejarlas, pero contraproducentes si nos dejamos manejar por ellas. Manejar una clasificación significa que, frente a un individuo real, podamos decir: tales cualidades pertenecen a tal tipo, y tales a tal otro, etc. En cambio, seríamos manejados por ellas si quisiéramos forzar a un individuo real a que entrara en determinado casillero, tratando de no ver las cualidades que no encajan en el mismo. El más indiferente de los alumnos se "engrana" también alguna

vez, aunque para interesarse necesite que se trate un tema como el de la bomba atómica.

Algunas veces se produce el "engranaje" por el más insospechado de los caminos. Un alumno que no llega a interesarse realmente por la teoría ondulatoria de la luz, aunque vea y produzca las franjas de interferencia y los espectaculares fenómenos de difracción, puede impresionarse si se le muestra una lámina en la que aparece Huygens enseñándole su teoría ondulatoria a Luis XIV. La blanca peluca del insigne físico y la arrogancia del Rey Sol pueden producir el efecto psicológico que no logran las rayas oscuras que revelan que luz más luz da oscuridad.

Muy poco sabemos de lo que ocurre en el plano emocional: el profesor de Física que está al borde de sentir desprecio por aquellos alumnos apáticos e indiferentes, no advierte que él mismo permanece impávido ante el prodigio de los extraordinarios fenómenos biológicos que ocurren todos los días, ante sus mismas narices, y en su propio jardín. No todos los hombres han de interesarse por las mismas cosas, y el alumno a quien miramos hoy con desesperación, porque en él "la Física rebota sin penetrar", podrá llegar a ser mañana un eximio cirujano, que salvará la vida de nuestros propios hijos.

EL TEÓRICO. — El teórico es el rumiante intelectual, el alumno del cual decimos: "tiene pasta", pasta de sabio y de investigador; constituye una verdadera delicia para el profesor que lo es de verdad, y un suplicio para el que sólo ocupa la cátedra. Es el alumno que pregunta cosas insospechadas, que a veces parecen disparates, y a veces son muy profundas. Estudia poco y piensa mucho; da vuelta al problema que le proponemos, y sale, a su vez, proponiéndonos otro. No es el más rápido en resolver los problemas, ni es tampoco el más seguro en sus resultados, pero de pronto nos asombra por el método que emplea.

Si se ha "engranado" con cierto asunto, seguirá pensando en él, sin importarle mayormente sus otras obligaciones.

Pregunta si se lo estimula a que lo haga, y si logramos

captar su confianza, podremos descubrir el rico proceso psíquico, lleno de interesantes matices, de una vocación en estado naciente. Relataré, a continuación, "un caso" en parte real y en parte idealizado, con el sólo objeto de abreviar, para que sirva de prototipo:

Se propone en clase el siguiente problema: "Hallar el tiempo que tarda un cuerpo, lanzado verticalmente hacia arriba, en el vacío, con la velocidad nicial v_0, en alcanzar la altura H, y averiguar si ese tiempo es mayor o menor que el que emplea el cuerpo en retornar a su punto de partida". El problema se resuelve analíticamente, sin que surja ninguna dificultad; se ejemplifica numéricamente, y cuando ya todos hemos dejado de pensar en el asunto, nuestro alumno, en una de las clases siguientes, nos sale con la pregunta: "¿Es seguro que la aceleración de la gravedad tenga el mismo valor para los cuerpos que ascienden que para los que caen?"

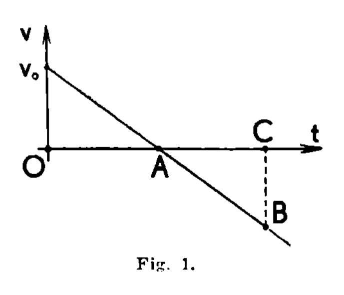


Fig. 1.

Ante una pregunta de esta clase, comenzamos por indagar el origen de la misma, y nuestro alumno nos da la siguiente explicación: Si lanzamos un cuerpo hacia arriba, el movimiento uniformemente retardado del mismo se representa por la recta $v_0\ A$ (fig. 1), siendo $O\ A$ el tiempo que tarda en alcanzar la velocidad cero, o sea la altura máxima. Si la aceleración de caída es la misma, la representación del movimiento acelerado está dada por la recta $A\ B$, que tiene la misma pendiente que $v_0\ A$, o sea: $A\ B$ resulta la prolongación de $v_0\ A$. Si los compañeros de nuestro alumno se asombran de que un movimiento acelerado esté representado por una recta dirigida hacia abajo, aquél les explicará que en la gráfica se han considerado positivas las velocidades dirigidas hacia arriba, y que, en consecuencia, cuando el cuerpo cae, su velocidad debe ser considerada negativa. El espacio recorrido en el ascenso está dado por el área del

triángulo v_0 O A, y cuando el cuerpo alcanza su punto de partida, recorre igual espacio que al subir, por lo cual si A C representa el tiempo de caída, los dos triángulos v_0 O A y A B C deben ser iguales, y O A igual a A C, o sea iguales los tiempos que tarda el cuerpo en subir y en caer. Después de esta brillante demostración, nuestro alumno continúa: Si la aceleración de caída fuera menor que la del ascenso, se obtendría una gráfica como la de la figura 2, y el tiempo de caída A C sería mayor que el del ascenso O A. ¿Cómo se le ocurrió a nuestro alumno pensar que pudiera ocurrir esta especie de refracción? Él quería saber si en todos los casos, aun lanzando el cuerpo hasta enorme altura, ambos tiempos serían iguales. Sabiendo

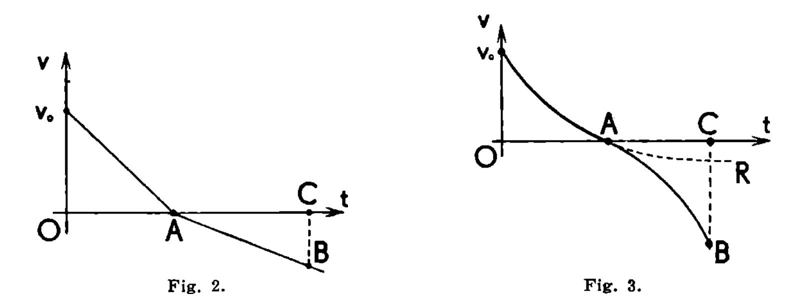


Fig. 2. Fig. 3.

que la aceleración disminuye con la altura, se da a la tarea de representar, en ese caso, la velocidad en función del tiempo.

Comprende que la curva (fig. 3) será del tipo v_0 A, pues la pendiente, en valor absoluto, que mide la aceleración, tiene que ir disminuyendo.

Para el movimiento de caída, a partir de A, la pendiente aumenta, y la representación gráfica es la rama A B y no la A R.

En A existe un punto de inflexión. Nuestro alumno se pregunta: ¿Es seguro que cuando el área del triángulo curvilíneo v_0 O A sea igual al área del triángulo también curvilíneo A B C, el segmento O A será igual al A C?

Y como no cejará hasta convencerse por sí mismo de que así es, efectivamente, en el caso de las fuerzas centra-

les, cuando la velocidad inicial sea inferior a la parabólica, puede desde ya asegurarse que tal alumno no se liberará jamás de la tela que lo ha atrapado.

El temperamento del teórico se manifiesta en sus deseos de concatenar unas cosas con otras, poniendo en algunos casos mayor interés en el proceso de deducción que en las cosas mismas. Así como entre los físicos debe distinguirse entre el físico matemático y el físico teórico, reduciendo la escala encontramos también entre el alumnado representantes de aquellas modalidades. El físico matemático ama la Física, simplemente, porque ella le presenta, en forma constante, problemas en qué ocuparse. Eventualmente, podrá interesarse también en aquellas ramas de la Biología y de la Sociología en que, merced a leyes estadísticas, pueda descubrir alguna ordenación simple de carácter aritmético.

Pero con esto no estudia ni Biología ni Sociología; diríamos, más bien, que el contacto con esas ciencias ha sido sólo superficial, y hecho con el único objeto de manejar su herramienta preferida: el raciocinio matemático. El físico matemático es, antes que nada, matemático, y de su amor por otras ramas de la ciencia podría decirse lo que de don Juan: "no ama a las mujeres que conquista, sino que las conquista para poner a prueba su habilidad de conquistador".

Un físico matemático se ocupará con deleite, por ejemplo, de este problema: Dado un paralelepípedo de conductividad térmica igual a k, hallar la temperatura en cada punto de su interior, sabiendo que sus caras se encuentran a las temperaturas constantes t_1, $t_2 \ldots\ t_6$. El físico teórico, en cambio, preferiría ocuparse del proceso mismo de la conductibilidad, buscando establecer relaciones entre la conductividad térmica y eléctrica, sus variaciones con la temperatura, etc.

El alumno teóricomatemático se manifiesta encantado con la resolución de problemas, aumentando su interés a medida que aumenta la dificultad de aquéllos, pero sin preocuparse en especial por asuntos realmente teóricos. Así, por ejemplo, si se ha determinado el calor específico

del hierro y del plomo, aquél se limitará a tomar nota de los resultados de sus medidas, siendo poco probable que pregunte *por qué* el calor específico de una de las substancias resulta ser unas tres veces mayor que el de la otra. El teórico, en cambio, quiere saber si se conoce alguna relación que vincule el calor específico con la densidad, y se interesará vivamente si se le enseña la ley de Dulong y Petit, de los calores atómicos.

El teórico, aun sin tener las cualidades de "rumiante" indispensables al investigador, y a las que antes hicimos referencia, manifiesta su modalidad por la clase de preguntas que formula. Más que aclaratorias, son indagatorias; sus "¿por qué?" son lanzados en un plano que no siempre es fácil captar. Si el alumno pregunta por qué la aguja magnética se desvía en la forma que indica la regla de Ampère, no hay otro remedio que contestar que *porque sí*, porque así es, pues se trata de una ley primaria, no deducible de otras anteriores. Parece, pues, que la pregunta no tiene sentido, y los compañeros del que la ha formulado adquieren entonces cierto airecillo de superioridad, por no haber sido ellos los que preguntaron esa cuestión. Sin embargo, no debemos olvidar que en cierta etapa del desenvolvimiento de la Física, los teóricos buscaban afanosamente reducir todo a la mecánica. La pregunta del alumno debe entonces ser interpretada en esta forma: ¿Es posible deducir la regla de Ampère a partir de la mecánica o de la electroestática? A esta pregunta debemos responder que no, y hacer resaltar que por primera vez nos encontramos con fuerzas que no actúan según la recta de acción de los cuerpos en presencia. No se trata de una fuerza de atracción ni de repulsión, sino de una fuerza que actúa lateralmente, y es muy probable que este hecho inusitado haya sido la causa de la pregunta formulada.

EL PRÁCTICO. — A esta clase de alumnos les gusta más actuar que pensar. Tienen algunas veces extraordinaria habilidad manual, y construyen, con escasísimos elementos, casi podría decir cualquier cosa: desde una balanza a un motor eléctrico. En los trabajos de laboratorio son mi-

nuciosos y prolijos, gustándoles armar a ellos mismos los dispositivos y realizar totalmente la instalación que se va a usar. Efectúan las medidas con suma exactitud, y se diría que para ellos la finalidad del trabajo está en el trabajo mismo. En los trabajos de laboratorio realizados por grupos, "el práctico" asume inmediatamente la dirección, pues será él el primero en advertir y subsanar cualquier inconveniente de índole práctica que se presente. Prefiere ralizar cien medidas, a efectuar un solo cálculo, de lo cual encarga, en su papel de "director", a sus "ayudantes".

Los alumnos dotados de este temperamento hacen en sus casas de electricistas y cerrajeros, teniendo todos en su haber varios cortocircuitos producidos, y alguno que otro reloj despertador al que le sobraron piezas.

EL TÉCNICO. — Se entusiasma por todo aquello que tiene aplicación, queriendo saber, con preferencia, cómo se construyen y cómo funcionan las máquinas. Si tiene la habilidad del práctico, construirá también su motor eléctrico si se le presenta la oportunidad, pero no se conformará con construirlo a ciegas, siguiendo paso a paso las instrucciones, sino que se interesará por el mecanismo íntimo del mismo.

Estudia Física movido por análogo interés al que pone el físico al estudiar Matemáticas, pues, para él, los conocimientos científicos constituyen un medio más que un fin. Gusta de los ejemplos prácticos, queriendo saber a cuánto alcanza el valor de la presión en los cilindros de un automóvil o de una locomotora, y estudiará ávidamente lo concerniente a la resistencia del aire, para poder explicar la sustentación de los aviones.

Le produce más emoción el comprender cómo funciona un teléfono, que el propio fenómeno de la inducción electromagnética, al cual aprende a valorar recién después de conocer sus aplicaciones. A esta clase de alumnos habría que enseñarles la Física al revés: comenzar por la máquina a vapor y terminar con la palanca, o explicarles el funcionamiento de un motor eléctrico para llegar así a las leyes de la corriente.

El teórico, cuando se trata de las aplicaciones, se conforma, en general, con conocer el principio en que aquéllas se apoyan, bastándole, por ejemplo, con comprender la rotación de la rueda de Barlow para dar por conocido el funcionamiento de un motor eléctrico. En cambio, el alumno con espíritu técnico quiere saber cómo funcionan los motores de verdad, interesándose no sólo por el principio en que se fundan, sino también en los detalles de construcción.

FÍSICOS Y QUÍMICOS. — Cada rama de la actividad humana tiene sus cultivadores, y no es nada fácil saber cómo y por qué unos siguen una senda y otros otra. En la clasificación de Comte, la Física y la Química ocupan lugares vecinos, y en la realidad ocurre también que físicos y químicos se ocupan, con frecuencia, de los mismos asuntos. Pero entre ambos existe una diferencia bien marcada en su manera de reaccionar frente a los fenómenos naturales. El temperamento del químico es tal, que su interés se despierta por las diferencias, tratando de descubrirlas aún en lo que se presenta casi como idéntico. El físico, por el contrario, busca lo idéntico y lo común en lo que para él es sólo diferente en apariencia. El interés del físico comienza a despertar cuando vislumbra que puede descubrir una identidad o, por lo menos, un parecido formal entre dos fenómenos extraños.

Por esta razón, sus leyes preferidas son las que pueden comenzar con la palabra "todos": Todos los cuerpos se atraen; todos son inertes, etc. Que una piedra y un corcho tengan propiedades tan diferentes, parece no interesarle después de haber averiguado que ambos caen con la misma aceleración, y que la "cantidad de materia" de ambos está medida por su coeficiente de inercia, por su masa. El hombre que inventó la palabra *materia* para designar así al substrato hipotéticamente *común* de todos los cuerpos, tenía alma de físico. Éste no se interesa por las variadas y complejas reacciones químicas hasta que Lavoisier descubre su ley de conservación de la masa, que puede considerarse como la primera verificación científica de la

teoría que involucra la creación de aquella palabra. La ley de Lavoisier, como todas las leyes generales de la Química, son leyes físicas, como lo son los principios de la termodinámica, que no excluyen en su formulación que las substancias experimenten o no una "transformación íntima y profunda".

La Química, pues, se ha convertido en una rama de la Física, y son ahora los físicos quienes se encargan de efectuar las "transformaciones más íntimas y profundas", transmutando los elementos y partiendo los átomos. Pero seguirá habiendo siempre químicos y físicos: aquéllos buscarán las ramas, éstos harán los manojos; aquéllos se interesarán por las diferencias, éstos por las analogías.

En el alumnado se advierte también, en forma más o menos definida, esta diferencia temperamental. Si un químico explica el fenómeno de la fusión, acentuará el hecho de que cada substancia pura funde a una temperatura diferente, lo que permite diferenciar y reconocer a cada una de ellas. En cambio, la tónica de la explicación de un físico recaerá en el hecho de que todas las substancias funden de la misma manera, conservándose constante la temperatura en el proceso de fusión. Para el físico, es secundario que el plomo y el hielo tengan diferentes puntos de fusión; lo importante es que ambos fenómenos se rijan por la misma ley.

Los profesores de Física tenemos, generalmente, el defecto de contemplar los fenómenos desde el ángulo que mejor se aviene con esa modalidad, y llegamos demasiado rápido a la formulación de la ley general, no dando tiempo a que los alumnos alcancen a valorar su significado.

Debiéramos explicar Física un poco más "químicamente", comenzando por hacer resaltar las diferencias. Si se trata, por ejemplo, del principio de Arquimedes, comenzar por llamar la atención del diferente comportamiento de casi todos los cuerpos. Observar cómo flota un corcho en el agua y cómo se hunde una munición; cómo el hierro y el plomo se sostienen sobre la superficie del mercurio, y cómo el oro se hunde en él; cómo puede hacerse flotar en el agua un vaso de vidrio o de metal, y cómo se va

hundiendo a medida que se le carga de municiones, etc. Reunir luego todo este manojo de hechos diferentes en un enunciado único y general, y hacer notar entonces la identidad de la ley que rige el sostenimiento de los barcos y la ascensión de los globos. En esta forma habremos conseguido interesar a los "físicos" y "químicos" presentes en nuestra clase, en la cual se logrará que los "teóricos" se entusiasmen con la conocida deducción del principio consistente en aislar mentalmente una porción de líquido, mientras los "prácticos" serán absorbidos por la balanza, y los "teóricomatemáticos" se divertirán resolviendo o planteando problemas, siendo seguro que, arrastrados por el torbellino de actividad, ningún alumno podrá permanecer indiferente.

En este capítulo hemos tratado de clasificar a los alumnos de acuerdo con sus características y modalidades, haciendo resaltar las diferencias psíquicas existentes entre unos y otros. Podríamos decir que se ha encarado el problema desde el punto de vista "químico", debiendo ahora hacer notar el fondo común de todos ellos, el fondo profundamente humano, en el cual resplandece siempre, cuando se lo sabe descubrir, un acendrado amor por la verdad y la justicia.

Es en esos sentimientos en los que debe apoyarse la obra de todo educador, pues al señalar el camino que conduce a la verdad, indica también la senda paralela de la justicia.

VI

LA FÍSICA EN CASA

ESTÁTICA: *Lo que se puede hacer con una goma. — Lo que puede hacerse con tres gomas. — Fuerzas paralelas. — Palanca. — Plano inclinado.* — DINÁMICA: *Caída de los cuerpos: Primera ley; Segunda ley. — Independencia de los movimientos. — Parábola de caída. — Determinación de "g". — Caída por un plano inclinado.* — Energía. — *Medida de la masa. — Masa y peso. — Impulso. — Péndulo balístico. — Fuerza centrífuga. — Momento de inercia. — Movimiento vibratorio. — Composición de un movimiento vibratorio con otro uniformemente acelerado. — Resonancia. — Método estroboscópico.* — Acústica. — EXPERIMENTOS PARADOJALES: *Paradoja de la caída. — Paradoja de la tensión superficial. — Paradojas hidrodinámicas.*

NOTA DEL DIRECTOR DE LA BIBLIOTECA

He señalado en el Prólogo *la orientación experimental y la fundamentación didáctica de esta parte del libro, tan acertadamente intitulada "La Física en casa". Y considero oportuno añadir, para explicar también el cambio de estilo en la exposición, que en los capítulos anteriores el autor se ha dirigido a sus colegas —particularmente a los profesores que se inician— y a los estudiantes del profesorado en Física, en tanto que aquí ha preferido substituir al profesor y entrar en contacto directo con el alumno, colocándose en su plano mental al indicarle cómo debe proceder en cada caso para realizar un extraordinario programa de experiencias fundamentales sin necesidad de "laboratorio", y empleando únicamente objetos de uso corriente en el hogar o de muy fácil adquisición. De este modo, más que sugestiones para el catedrático sobre la forma de asesorar a los alumnos al encomendarles cada trabajo, son instrucciones que el propio estudiante podrá utilizar directamente como guía de su labor. Dichas indicaciones, normas y adverten-*

cias, varían desde la simple insinuación hasta la explicación detallada, cuando la experiencia lo requiere, y pueden servir de pauta para proyectar otros trabajos, siempre adecuados al desarrollo intelectual y a la preparación especial de los alumnos de enseñanza media.

A. D. C.

ESTÁTICA

Lo que se puede hacer con una goma

Disponga una goma de honda, de unos 40 cm de longitud, con dos argollitas de llavero, o dos anillos, o dos hilos, en la forma que indica la figura 4, y con un alfiler o con un alambre atraviésela por su parte inferior. Utilizando una regla milimetrada, usted podrá saber, por el desplazamiento del alfiler, cuánto se alarga la goma al colgar de ella cuerpos diversos.

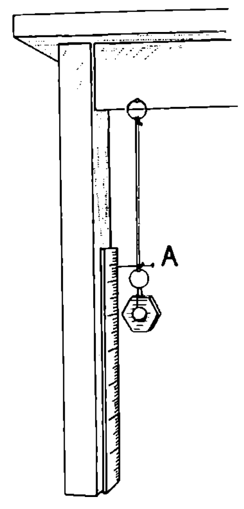


Fig. 4. — Dinamómetro.

Acaba usted de construir un *dinamómetro,* y si quiere cerciorarse de la bondad de su aparato y de sus condiciones de experimentador, cuelgue sucesivamente de él dos cuerpos cualesquiera, y mida con cuidado, hasta el milímetro, cuánto se alarga la goma en uno y otro caso. El cociente entre ambos alargamientos da la relación entre los pesos de los dos cuerpos utilizados, que usted llevará luego hasta el almacén próximo para que los pesen, y verá, no sin emoción, que es efectivamente así.

Sabrá, desde entonces, a cuántos gramos-peso equivale cada milímetro de alargamiento de su dinamómetro.

Usted dirá: ¿Y qué más puedo hacer con este aparato? Entre muchas otras cosas, podrá averiguar si el lechero de su casa echa o no agua a la leche, para lo cual conviene

utilizar una goma delgada, que se alargue mucho con poco peso.

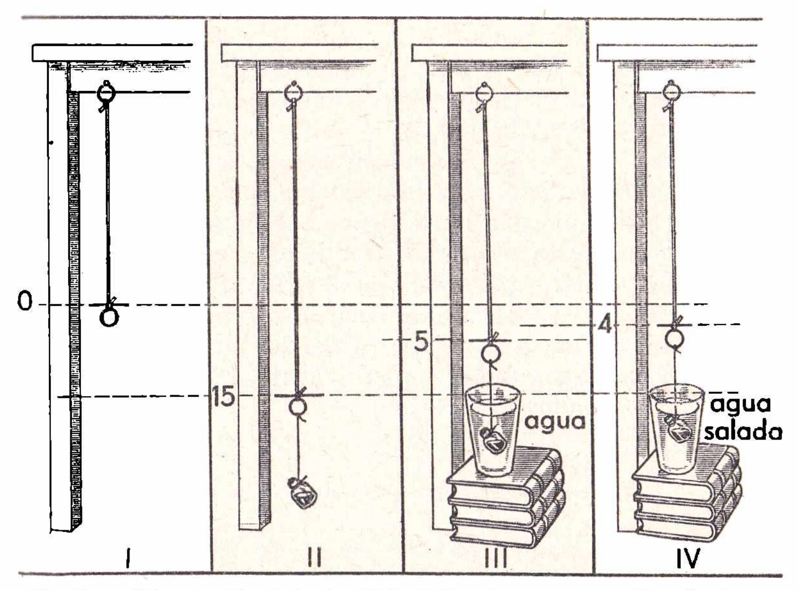


Fig. 5. — Determinación de la densidad relativa al agua con un dinamómetro.

Pero antes de ponerse usted a averiguar las mañas de su lechero, conviene investigue de qué depende la disminución de peso que experimenta un cuerpo al estar sumergido en un líquido, lo que puede hacer en la forma que indica la figura 5. Si el cuerpo que suspende es un frasco con municiones en su interior, o con cualquier otra cosa (fig. 6), usted observará que la disminución de peso que experimenta dicho frasco depende del líquido que utilice: es menor en el aceite o en el vino que en el agua, y dicho empuje hacia arriba es también diferente en leche pura que en leche aguada.



Fig. 6.

Usted se siente ahora preocupado por la honradez de su lechero. Hace ya más de dos mil años, un gran físico y matemático de

Siracusa estaba igualmente caviloso a causa de un orfebre que había hecho para su rey, Hierón, una corona. El rey sospechaba de su orfebre, lo mismo que usted de su lechero, y encargó al sabio investigara qué cantidad de plata había puesto aquél en la corona, pretendiendo hacerla pasar por oro. Cómo resolvió *Arquímedes* —que así se llamaba el sabio— su asunto, y cómo podrá usted resolver el suyo, lo encontrará en cualquier libro de Física, y utilizando su dinamómetro podrá no sólo verificar el principio que lleva el nombre de aquel sabio, sino también hallar la *densidad* de cualquier sustancia sólida o líquida, relativa, por ejemplo, al agua. Si quiere obtener mucha precisión en sus medidas, le recomendamos utilice una goma larga, que podrá suspender del dintel de una puerta, y si se encariña con su aparato, hágale un soporte con cuatro maderas.

Lo que puede hacerse con tres gomas

Tome tres gomas, de unos 20 cm de longitud cada una de ellas, y ate en sus extremos argollas de metal o de hilo. Atraviese cada goma con dos alfileres, procurando que la distancia entre ambas señales sea la misma en las tres. Disponga las gomas sobre una mesa, como indica la figura 7, estirando una u otra, en la forma que más le guste, de tal modo que la parte *O*, común a las tres, quede libre, y los extremos *A*, *B* y *C* los sujetará con chinches. Coloque debajo de las gomas un papel de dibujo, y mida cuidadosamente el alargamiento que experimentó cada goma. Este alargamiento es la diferencia en la lon-

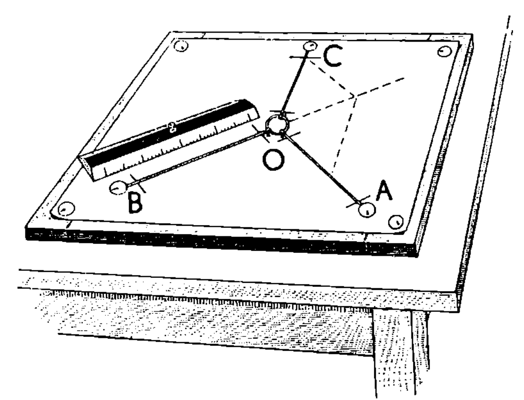


Fig. 7. — Regla del paralelogramo.

gitud existente entre los alfileres, cuando la goma está estirada y cuando no lo está. En el punto *O* se ejercen tres fuerzas, cuyas intensidades son proporcionales a los alargamientos que acaba de medir. Represente esas fuerzas por vectores, y verá que, en todos los casos, uno cualquiera de ellos resulta ser igual y opuesto al vector que se obtiene hallando la diagonal del paralelogramo, que parte de *O*, formado por los otros dos.

Consulte en un texto lo referente a la *regla del paralelogramo de las fuerzas*, que es una de las leyes más importantes de toda la Física. Observe que una fuerza pequeña puede equilibrar a otras dos fuerzas grandes si el ángulo que éstas forman es muy obtuso, y observe también, como caso particular, que si las gomas *O A* y *O B* tienen la misma dirección y las fuerzas que producen el mismo sentido, la tercera goma, *O C*, experimentará un alargamiento igual a la suma del experimentado por aquéllas y la fuerza se ejercerá en sentido opuesto.

Fuerzas paralelas

Disponga sobre la mesa una regla de 30 ó 40 cm, con las tres gomas en la forma que indica la figura 8. Luego de sujetar las gomas, estiradas en forma conveniente, dispóngalas siguiendo direcciones paralelas, y encontrará usted interesantes relaciones. Piense que una cualquiera de las tres fuerzas equilibra a las otras dos, y debe, en consecuencia, ser igual y opuesta a la resultante de aquéllas: *R*, igual y opuesta a la resultante de las fuerzas paralelas y del mismo sentido *F* y *F'*; *F*, igual

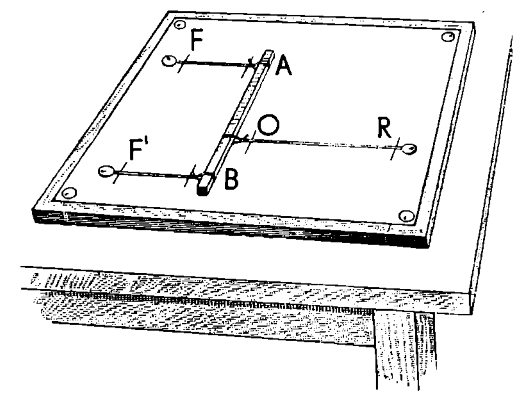


Fig. 8. — Fuerzas paralelas.

y opuesta a la resultante de las fuerzas paralelas y de sentido opuesto *R* y *F'*, etc. En fin, espero que usted tratará de encontrar alguna relación entre los segmentos *O A* y *O B* y las fuerzas *F* y *F'*.

Palanca

Fije sobre un cajón o en el centro de una mesa un clavo, y apoye sobre él una regla en la forma que ilustra la figura 9. Para no estropear la mesa, puede trabajar en el suelo, utilizando como apoyo una arista de la pata. Ate dos gomas a los extremos de la regla y mida, después de lograr el equilibrio, estirando más o menos las gomas, las fuerzas que éstas ejercen y los brazos de la palanca que son los segmentos de perpendicular bajados desde *O* a las direcciones de ambas fuerzas.

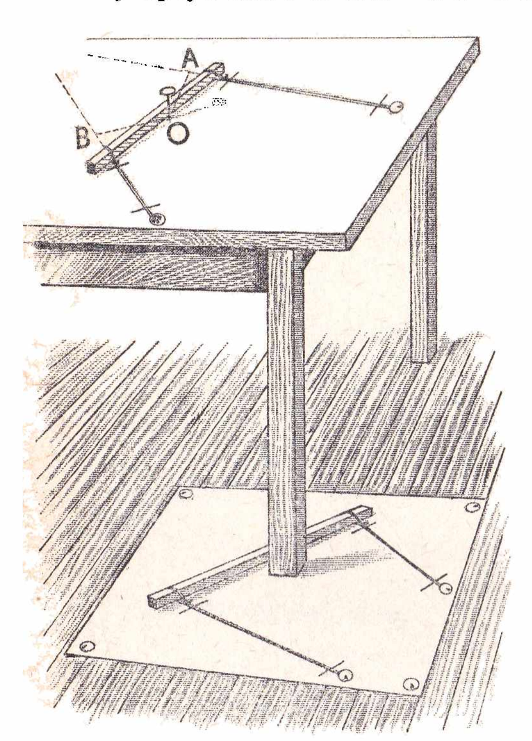


Fig. 9. — Ley de la palanca.

¿Cómo es el cociente entre ambos brazos, con respecto al cociente entre las fuerzas aplicadas a la palanca? ¿Cómo resultan ser, entre sí, los *momentos* de ambas fuerzas, con respecto al punto de apoyo, o sea los productos de las intensidades de las fuerzas por sus respectivos brazos?

Observación: Si las distancias entre los alfileres de las

gomas utilizadas no fuera en todas ellas la misma (cuando no están estiradas), habrá que tomar como medida de cada fuerza el *alargamiento relativo,* o sea el cociente entre el alargamiento de la goma y su longitud primitiva.

Plano inclinado

Una tabla de dibujo o la de amasar, un patín o un carrito cualquiera, con la consabida goma, dispuesto todo como muestra la figura 10, nos permitirán comprobar la ley de equilibrio de esta máquina, midiendo primero, y una vez por todas, el alargamiento R que produce en la goma el carro suspendido libremente en ella, y luego los alargamientos P, que se producen para diferentes inclinaciones del plano, en que habrá que medir la altura h y la longitud correspondiente l.

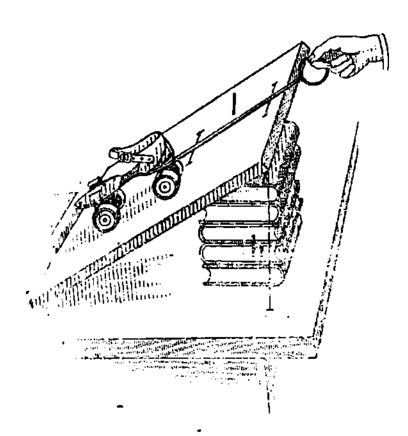


Fig. 10. — Plano inclinado.

Como hará varias medidas, conviene disponga los resultados en esta forma:

R	P	h	l	$\frac{P}{R}$	$\frac{h}{l}$
—	—	—	—	—	
—	—	—	—	—	—

Procure que la goma se disponga siempre paralelamente al plano. Como lo que interesa es conocer la inclinación, se divide la altura $B\,C$ (figura 11) por la longitud $A\,B$, y si se tomara como longitud el segmento $M\,N$, la altura *correspondiente* sería $N\,P$, y se ve de inmediato que

$$\frac{B\,C}{A\,B} = \frac{N\,P}{M\,N}\,.$$

Conviene efectúe un dibujo, representando en forma proporcionada el plano inclinado por un triángulo rectángulo, tomando los valores correspondientes de algunas de las medidas efectuadas. Represente también en ese dibujo las fuerzas *P* y *R*, y halle la resultante. ¿Cómo es la resultante con respecto a la longitud del plano?

¿Cuál es la ley de equilibrio del plano inclinado?

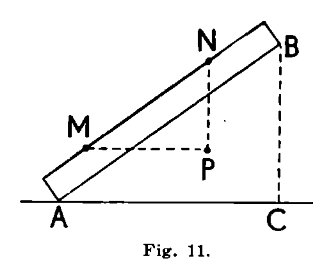


Fig. 11.

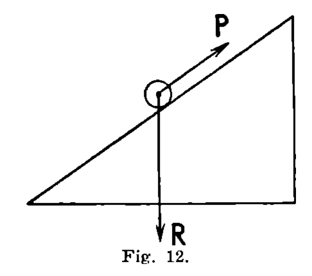


Fig. 12.

¿Podría deducir la ley de equilibrio utilizando la regla del paralelogramo, admitiendo que, al estar el carro en equilibrio, la resultante entre la fuerza del peso (*R*) y la de la goma (*P*) debe ser perpendicular al plano?

DINAMICA

Caída de los cuerpos

PRIMERA LEY. — Suba a la azotea de su casa o párese sobre una mesa y deje caer, simultánea y sucesivamente, cuerpos diversos: una caja de fósforos, una moneda, un corcho, un trozo de papel, una pluma, etc. El papel y la pluma caen más despacio, ¿verdad? Tome ahora un tarrito de lata, como los que se usan para el talco, abierto por su parte superior, y coloque dentro de él una pluma, un trozo de papel, una moneda u otro objeto cualquiera. Deje ahora caer el tarrito con todos los cuerpos que tenga dentro; ¿se escapa alguno de ellos por la parte superior, o todos acompañan al tarrito en su caída? Repita el experimento, habiendo agujereado previamente con un clavo el

fondo del tarrito, permitiendo así que el aire actúe sobre los cuerpos que están dentro. ¿Qué pasa? ¿Cómo caerían todos los cuerpos en el vacío?

SEGUNDA LEY. — Pretender que usted tenga en su casa una larga tabla lisa, para observar cómo rueda sobre ella, cuando la inclina, una esfera pulida, sería demasiado.

Pero usted tiene las gomas que utilizó en sus experimentos de estática, y ya con ello será suficiente. Con dos

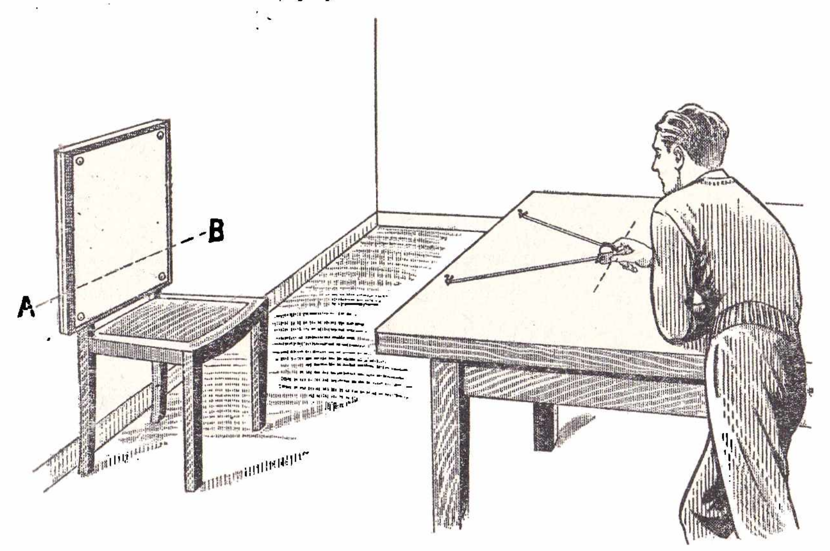


Fig. 13. — Comprobación de las leyes de la caída disparando con una honda.

de sus gomas y un cuerito, fabríquese una honda, que sujetará del borde de una mesa (figura 13), y dispóngase con ella a "tirar al blanco", con una bolita, sobre una pared. Las gomas las apoyará sobre la mesa, para asegurarse que la bolita sea siempre despedida horizontalmente, y debe procurar que en los sucesivos tiros que tendrá que efectuar, la velocidad de partida no varíe.

Para lograr esto, haga una marca sobre la mesa, y en todos los casos estire la honda hasta la misma.

Comience por cerciorarse que sabe tirar bien, para lo cual efectuará varios tiros, sin variar la distancia, entre

la mesa y la pared. Para registrar exactamente los lugaes de los impactos, haga blanco sobre un papel cubierto con otro carbónico; debe ocurrir que todas las marcas tendrán que estar siempre a la misma distancia por debajo de la recta *A B*, situada en la prolongación del plano de la mesa con el del tablero situado verticalmente.

Proceda ahora a disparar contra el tablero, cada vez 5 ó 6 veces, desde distancias variables, midiendo en cada caso la distancia horizontal que media entre aquél y el borde de la mesa.

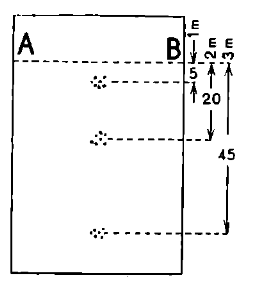


Fig. 14.

Vamos a admitir que la bolita se mueve en sentido horizontal, con movimiento uniforme, de tal modo que demorará en alcanzar el tablero doble o triple tiempo si la distancia entre la mesa y aquél es también doble o triple, pues suponemos que siempre la velocidad de partida es la misma.

Si comienza usted por disparar desde 1 m, y la bolita cae en ese trayecto 5 cm (a partir de la recta *A B*, figura 14), observará que cuando tira desde 2 m, cae *cuatro* veces más, o sea 20 cm, y desde 3 m, *nueve* veces más. Claro que usted no va a obtener números tan exactos, pero disponga sus medidas en un cuadro como el siguiente, y podrá verificar la importante ley descubierta experimentalmente por Galileo, y que se refiere a la clase de movimiento que tienen los cuerpos al caer.

t	e	$\frac{e}{t^2}$
1	5	$\frac{5}{1^2} = 5$
2	20	$\frac{20}{2^2} = 5$
3	45	$\frac{45}{3^2} = 5$

En la primera columna figura el tiempo medido en unidades arbitrarias. Una unidad de tiempo corresponde, por ejemplo, a una separación de 1 m entre la mesa y la pared, y es el tiempo que tarda la bolita en recorrer horizontalmente aquella distancia. En la segunda columna figura lo que cae la bolita en esos tiempos, o sea la separación entre los impactos y la recta *A B*, y en la tercera, los cocientes entre esos espacios y los cuadrados de los tiempos. Esos cocientes tienen un valor constante.

A continuación transcribimos un cuadro, resultado de otras medidas:

t	*e*
1	1 cm
2	3 „
3	7 „
4	13 „
5	20 „
6	29 „
7	40 „

En este caso se tomó la unidad de tiempo igual al tiempo que emplea la bolita en recorrer 50 cm, por lo cual la distancia se hizo variar desde medio metro hasta 3,50 m. A usted le parecerá que el experimento ha resultado muy mal, pues si en una unidad de tiempo cae 1 cm, en dos unidades debería caer 4 cm y no 3. Pero ese error, que parece tan grande, no lo es tanto. Piense usted que si nos hubiéramos equivocado en 2 mm en la primera medida, y hubiésemos tomado 0,8 cm en lugar de 1 cm, resultaría que 0,8 cm $\times$ 4 = 3,2 cm, y ya no nos parecería tan malo. Si comparamos la tercera medida con la sexta, observamos que si en 3 unidades de tiempo recorre 7 cm, en 6 unidades debería recorrir cuatro veces más, o sea 28 cm, y lo que se ha medido es 29 cm. Un error de 1 cm parece demasiado grande, pero podríamos pensar que lo que está bien son los 29 cm recorridos en 6 unidades, debiendo entonces recorrer en 3 unidades la cuarta parte, o sea 7,25 cm, y ahora el error no parece tan grande.

Como es presumible que el error relativo sea menor al medir, por ejemplo, 40 cm que 3 cm, vamos a suponer que la última medida sea la mejor, y a partir de ella, y suponiendo que se cumple la ley, calculemos los espacios que recorrería el móvil al cabo de 1, 2, 3, etc., unidades de tiempo.

En la primera unidad recorrerá 49 veces menos que en las 7 primeras unidades, por ser $7^2 = 49$, por lo cual el *espacio calculado*, l_1, será:

$$l_1 = \frac{40 \text{ cm}}{49} = 0{,}8 \text{ cm}$$

Análogamente, el espacio calculado l_2 lo obtenemos dividiendo 40 cm por el cuadrado de $\frac{7}{2}$, resultando:

$$l_2 = \frac{40 \text{ cm}}{\left(\frac{7}{2}\right)^2} = 3{,}2 \text{ cm}$$

En la misma forma se calculan los espacios l_3, l_4, . . ., etc., obteniéndose el cuadro siguiente:

t	*Observado*	*Calculado*	*l.ob—l.cal.* = *diferencia*
1	1 cm	0,8 cm	+ 0,2 cm
2	3 „	3,2 „	— 0,2 „
3	7 „	7,3 „	— 0,3 „
4	13 „	13,1 „	— 0,1 „
5	20 „	20,4 „	— 0,4 „
6	29 „	29,4 „	— 0,4 „
7	40 „	40,0 „	0 „

Este cálculo se ha hecho considerando que la última medida es la que se ha efectuado sin error, y, verdaderamente, no tenemos ningún motivo para suponer eso. Además, se advierte que, salvo en la primera medida, se habrían cometido en todas las restantes errores negativos,

que alcanzan en las últimas hasta 4 mm. Más razonable es proceder del modo siguiente: Nosotros queremos verificar una ley que dice que los espacios recorridos son proporcionales a los cuadrados de los tiempos, de tal modo que si en el tiempo t recorre el móvil un espacio e, y en el t' un espacio e', deberá cumplirse:

$$\frac{e}{e'} = \frac{t^2}{t'^2}$$

o lo que es lo mismo:

$$\frac{e}{t^2} = \frac{e'}{t'^2}.$$

Significa esta última igualdad que el cociente entre el espacio recorrido y el cuadrado del tiempo empleado debe ser constante. Hagamos, pues, un cuadro en que figuren estos cocientes:

t	e	$\frac{l}{t^2} = C$
1	1	1,000
2	3	0,750
3	7	0,778
4	13	0,813
5	20	0,800
6	29	0,805
7	40	0,816

Se observa que si se prescinde de la primera medida, todos los demás valores se mantienen muy próximos a 0,80. Esto hace presumir, con fundamento, que es en la primera medida donde se ha cometido un error grande, lo que no es de extrañar, si se tiene en cuenta que la marca dejada por el impacto sobre el papel es en todos los casos un "punto" de más de 1 mm de diámetro, y un error de sólo 1 mm, al medir 10 mm, representa ya un error del 10 %. No tomaremos en cuenta, pues, esa primera medi-

da, y hallaremos el promedio de todos los valores restantes. Como la suma es igual a 4,761, y el número de valores es 6, el término medio resulta:

$$\bar{C} = \frac{4{,}761}{6} = 0{,}793.$$

Completemos ahora nuestro cuadro agregando otra columna con las diferencias entre el valor medio de la constante y los valores particulares de la misma. En la última columna se indica el tanto por ciento de error:

C	$\bar{C} - C$	
1,000	—	
0,750	0,043	5 %
0,778	0,015	2 „
0,812	0,019	2 „
0,800	0,007	1 „
0,805	0,012	1 „
0,816	0,023	3 „

¿Podrán ser atribuídas estas diferencias a errores de observación?

¿No podría ser que la ley no fuera del todo exacta?

Para contestar a estas preguntas calculemos los espacios que debería haber caído el móvil, adoptando para la constante el valor medio.

Como, de acuerdo a la ley, debe ser:

$$\frac{e}{t^2} = \text{constante} = \bar{C},$$

los espacios sucesivos los calcularemos así:

$$C_1 = \bar{C} \times 1^2; \quad l_2 = \bar{C} \times 2^2; \quad l_3 = \bar{C} \times 3^2; \ \ldots$$

Obteniendo de este modo el cuadrito siguiente, en el cual tomamos para los espacios calculados sólo hasta el milímetro, redondeando las cifras:

t	l. obs.	l cal. = 0,793 × t^2
1	1 cm	0,8 cm
2	3 „	3,2 „
3	7 „	7,1 „
4	13 „	12,7 „
5	20 „	19,8 „
6	29 „	28,5 „
7	40 „	38,9 „

Frente a este cuadro, tal vez piense usted que la ley está mal, pues considera que no puede haberse equivocado al efectuar la séptima medida en más de 1 cm, o sea en 11 milímetros. Podríamos culpar, desde ya, a la resistencia del aire, pero es muy posible que no sea ella la responsable, máxime por el hecho de ser el valor observado mayor que el calculado. Pero, en la medida de los tiempos, ¿no habremos cometido también algún error? Suponiendo que la bolita hubiera partido siempre con la misma velocidad, ¿estamos seguros, que las distancias sucesivas están en la relación que se indica en la primera columna?

Si en lugar de tomar para el tiempo 7 unidades correspondientes a la última medida, tomáramos 7,1, resultaría para el valor calculado del espacio:

$$l = 0,793 \times 7,1^2 = 39,98 = 40 \text{ cm}$$

y ello significaría que la mesa estaba alejada del tablero 3,55 m, en lugar de 3,50. Seguramente que no cometimos un error tan grande en esta medida, pero habremos cometido inevitablemente algún error en ésta y en las otras. El tiempo figura al cuadrado, y un error de 1 % en la medida del tiempo influye en el resultado en un 2 %, pues 9,9 al cuadrado es igual a 98,01, y 10 al cuadrado es igual a 100.

De todo este análisis resulta que podemos quedar muy satisfechos con el resultado obtenido, y decir que, efectivamente, los espacios recorridos en la caída son proporcionales a los cuadrados de los tiempos empleados.

Independencia de los movimientos

Si usted realizó el experimento que precede, o si lo interpretó, aun sin haberlo realizado, se preguntará cómo es que hablamos de caída en sentido vertical, si es que el móvil en realidad describe una curva. En otras palabras: cuando la bolita, después de abandonar la mesa, desciende 40 cm siguiendo esa trayectoria curva, ¿estamos seguros que en el mismo tiempo descendería también 40 cm si se la dejara caer libremente?

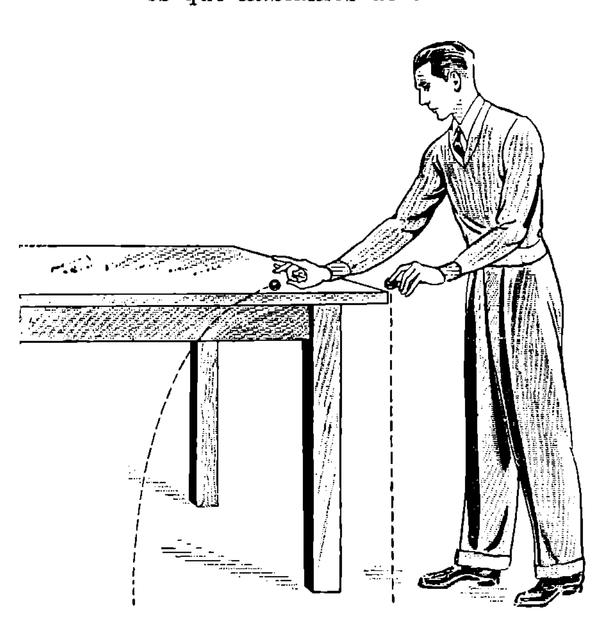


Fig. 15. — Comprobando el principio de la independencia de los movimientos.

Tome usted dos bolitas (figura 15), coloque una de ellas sobre el borde de una mesa, e impúlsela horizontalmente, dándole un capirotazo. Procure realizar esta operación y, al mismo tiempo, dejar caer desde el nivel de la mesa la otra bolita, que sostiene con la otra mano. ¿Cuál de las dos llega primero al suelo, la que sigue un trayecto curvo o la que sigue el trayecto recto? ¿Influye en algo la fuerza con que es lanzada la bolita, desde la mesa, en el tiempo de caída?

Parábola de caída

Tome una tabla de dibujo o, en su defecto, utilice el vidrio de un cuadro, que no tendrá por qué sacar de su marco, e incline la tabla o el vidrio o lo que sea en la forma que indica la figura 16, colocando sobre ella un papel, y encima otro, carbónico. Lance luego una bolita suficientemente pesada sobre la tabla, y quedará impresa sobre el papel la trayectoria seguida *. Antes de levantar el papel y observar esta trayectoria, deje caer la bolita

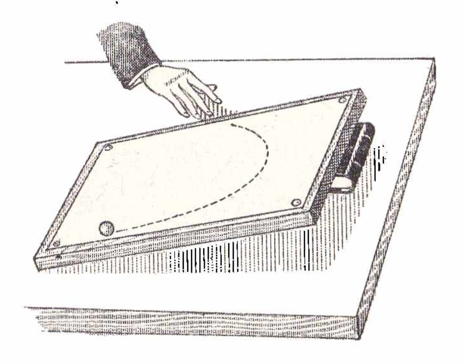


Fig. 16. — Inscripción de un movimiento parabólico.

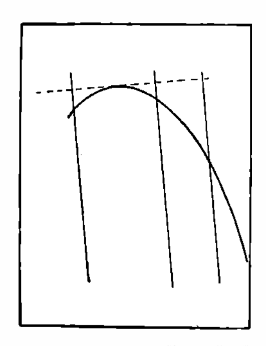


Fig. 17. — Parábola de la caída obtenida sobre una tabla inclinada.

desde la parte superior del plano, cuidando que no le tiemble la mano, para no imprimirle a la misma ningún movimiento lateral. Esta operación conviene la realice dos o tres veces, y sabrá luego si su mano no le tembló y si la tabla o el vidrio son suficientemente planos al observar que estas trayectorias son rectas paralelas entre sí. Obtendrá de este modo, sobre el papel, un dibujo análogo al representado en la figura 17. Las rectas paralelas que se ven en ella representan la dirección de la línea de máxima pendiente del plano. Trace ahora, dibujando con un lápiz bien afilado, una tangente a la curva que sea perpendicu-

* Conviene utilizar una esfera de acero, como las empleadas en los cojinetes de bolillas.

lar a la dirección de la pendiente máxima (fig. 18) representada en esta figura por la recta *r*. En el punto de tangencia comenzó la caída de la esferita, siguiendo la rama *T R*, pero el "punto" no queda aquí bien marcado, y si tomamos a dicho punto un milímetro más a la izquierda, o un milímetro más a la derecha, ello puede originar errores muy grandes. Tomemos como unidad de tiempo el tiempo que emplea la esferita en "caer" un milímetro. En este caso, en dos unidades caerá 4 mm; en tres, 9 mm, etc. Si tomamos a partir de *O*, sobre la recta *r*, un segmento *O A* de 36 mm y trazamos por *A* una paralela a *O T*, dicha paralela corta a la curva en el punto *P*. Trazamos ahora, desde *P*, una perpendicular a la recta *O T*, marcando en el punto de intersección el número 6. Si el punto *T* estuviera bien definido, dividiendo el segmento *T* 6 en seis partes iguales, tendríamos ya nuestra unidad de tiempo. Pero como el punto *T* es impreciso, tomaremos sobre *r* un segmento *O B*, igual a 64 mm, que es el espacio recorrido en ocho de nuestras unidades. Procediendo igual que antes, marcamos sobre *O T* el punto 8, y ahora ya es muy fácil precisar el instante cero en que comenzó la caída, pues basta con ir tomando segmentos 6-4, 4-2, 2-*T* iguales al 6-8 y dividiendo cada uno de ellos en dos partes iguales, y prolongando las divisiones, tenemos ya graduado nuestro reloj gráfico sobre la recta *O T*. Y llegamos ahora a la parte realmente emocionante: Tracemos por las divisiones del eje del tiempo rectas paralelas a la *r*, y procedamos a medir cuidadosamente los

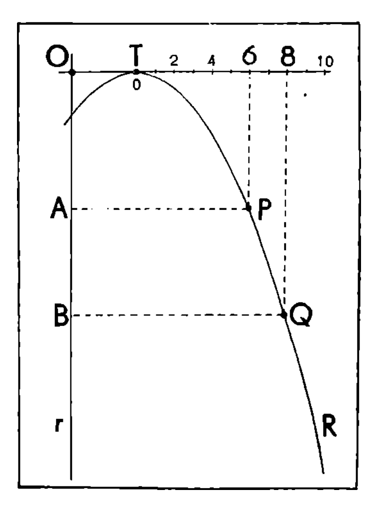


Fig. 18. — Verificación de la ley de caída.

espacios recorridos. Verá usted que la ley se verifica con una exactitud asombrosa: que en 7 unidades de tiempo, la bolita cae 49 mm; en 9 unidades, 81 mm; en 4, 16 mm; etc.

Naturalmente que no es indispensable tomar como unidad de tiempo el tiempo que emplea la bolita en caer su primer milímetro. Si tomáramos como unidad el tiempo que emplea en caer los dos primeros milímetros, en dos unidades recorrería 8 mm, en 3 unidades, 18 mm, etc., y la elección de los puntos P y Q puede efectuarse también de muchas maneras, lo que dependerá del tamaño del papel, de la forma de la curva, etc.

Determinación de "g"

Usted sabe cómo se puede determinar el valor de la aceleración de la gravedad utilizando un péndulo, y si nunca lo ha hecho, conviene que lo haga. Utilice para ello, como reloj, las señales que emite la radio cada media hora con la precisión de 1/10 de seg, y cuente el número de oscilaciones que efectúa su péndulo durante media hora o más. Para poder medir *en forma directa* el valor de dicha aceleración, debe medirse el tiempo que un cuerpo emplea al caer desde determinada altura. Pero para ello se necesita un reloj muy preciso, y con el que usted tiene no se puede ni soñar en efectuar esa determinación. Sin embargo, si usted dispone de un gramófono, podrá darse el gusto utilizando como reloj el disco del mismo, con el cual podrá medir el tiempo hasta casi el milésimo de segundo, y determinar así lo que tarda un cuerpo al recorrer en su caída 20 ó 30 centímetros.

Comience por hacer una marca en el disco, fijando en el mismo un papel, y cuente el número de vueltas que da el mismo en cierto tiempo. Supondremos, para que usted entienda lo que sigue, que su disco efectúa 120 vueltas en 1 minuto, o sea dos vueltas en 1 seg. *

---

* La velocidad angular normal es de 78 vueltas por minuto.

Ponga ahora sobre el disco una hoja de dibujo, cubierta con papel carbónico, y sosteniendo en cada mano una bolita a diferente altura (fig. 19), déjelas caer simultáneamente en dirección a los extremos de un mismo diámetro. Para verificar si esto es así, convendrá que usted repita el experimento una y otra vez, estando el disco en reposo. Apoye los brazos en sendas pilas de libros, y mida con todo cuidado las alturas que median entre el lugar de donde suelta las bolitas y el plano del disco.

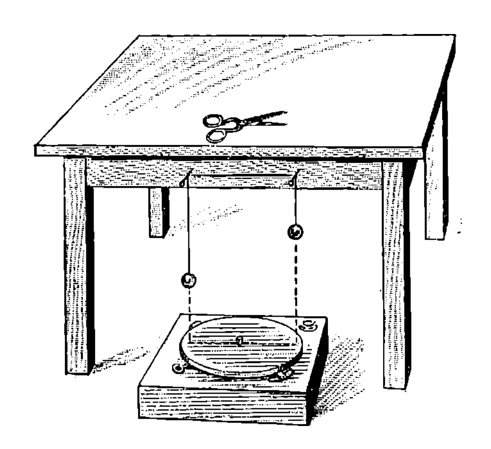


Fig. 19. — Determinando la aceleración de la gravedad utilizando un gramófono.

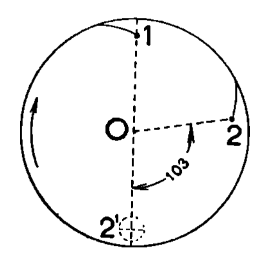


Fig. 20.

En la figura 20 se observa el resultado de un experimento llevado a cabo de esta manera. La marca 1 es la dejada por una bolita que se dejó caer desde 10 cm de altura, y la 2, por otra que se soltó simultáneamente con la primera, desde 40 cm, y que si hubiera llegado al disco al mismo tiempo que aquélla, habría dejado su huella en 2′. El ángulo 2′02 resultó ser, en este experimento, de 103°, que equivale, dada la velocidad del disco, a:

$$\frac{103}{360 \times 2} \text{ seg} = 0{,}143 \text{ seg.}$$

Este tiempo es igual a la diferencia del tiempo de caída entre ambas bolitas, y como se eligieron las alturas, de tal modo que una fuera cuatro veces mayor que la otra, el tiempo que tarda la segunda bolita es *doble* del que

tarda en caer la primera, por lo cual el tiempo de caída de esta última es el calculado más arriba. Por ser

$$e = \frac{1}{2} g\, t^2; \qquad g = \frac{2\, e}{t^2},$$

resulta:

$$g = \frac{2 \times 10 \text{ cm}}{0{,}143^2 \text{ seg}^2} = 978{,}0 \frac{\text{cm}}{\text{seg}^2}.$$

En la figura 21 se ve un dispositivo para efectuar el mismo experimento: *A* y *B* son dos tubitos de metal o cartón, fijos a dos soportes, que usted puede reemplazar por dos pilas de libros. En estos tubitos se colocan las bolitas, que se sostienen por las dos chapitas fijas a una regla, *R*, que se retira en el momento oportuno. Lo que debe medirse bien son las alturas e_1 y e_2. Además, habiendo medido previamente la velocidad angular del disco, se conocerá la diferencia de tiempo que emplean ambas bolitas al caer, y con esto se podrán hallar los tiempos t_1 y t_2 de caída de cada una de ellas, pues es:

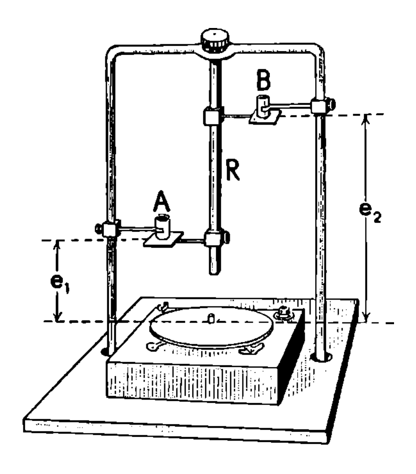


Fig. 21.

$$t_2 - t_1 = \theta \quad \text{y} \quad \frac{t_2}{t_1} = \sqrt{\frac{e_2}{e_1}}.$$

Aun sin tomar muchas precauciones, puede usted determinar g por este procedimiento con un error no mayor del dos o tres por ciento, con lo cual hallará valores comprendidos entre

$$9{,}50 \frac{m}{\text{seg}^2} \quad \text{y} \quad 10{,}10 \frac{m}{\text{seg}^2}$$

ya que el valor real es de $9{,}80 \frac{m}{seg^2}$, pero si se lo propone, puede alcanzar una precisión mucho mayor.

Caída por un plano inclinado

Usted quiere verificar que la aceleración de caída de un cuerpo a lo largo de un plano inclinado es (fig. 22):

$$a = g \operatorname{sen} \alpha,$$

o también:

$$a = g \frac{h}{l},$$

siendo h la altura del plano y l la longitud del mismo. Pero no dispone más que de algunas reglas cortas, y la medida del tiempo de caída es siempre un asunto muy difícil. Sin embargo, puede llevar a cabo la verificación de una manera indirecta, que es sumamente entretenida. Comience por dibujar

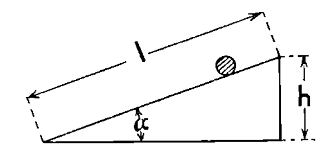


Fig. 22.

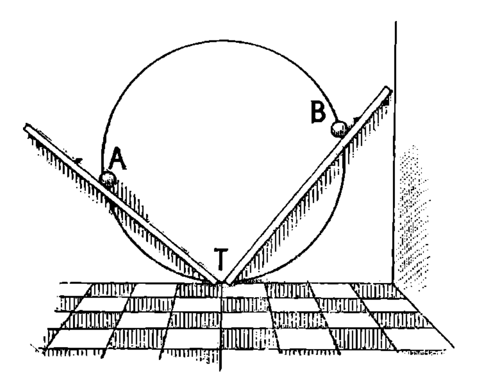


Fig. 23. — Verificación de la dependencia de la aceleración de caída por un plano inclinado con la inclinación de éste.

en una pared, con tiza, una circunferencia tangente al piso (fig. 23), y apoye dos reglas contra la pared, de manera que sus extremos se toquen en el punto de tangencia de la circunferencia. Proceda ahora a dejar caer simultáneamente dos bolitas, a lo largo de las reglas, desde los puntos A y B en que aquéllas cortan a la circunferencia. Observará usted, cualquiera

sea la inclinación de las reglas, que ambas bolitas llegan al mismo tiempo al punto T. El tiempo de caída es el mismo, sobre cualquier cuerda que pase por T.

DEMOSTRACIÓN: El ángulo $H\,A\,T$ es recto, por estar inscripto en una semicircunferencia (fig. 24), y el ángulo $A\,H\,T$ es igual al α que mide la inclinación del plano, por tener sus lados perpendiculares.

Por esta razón, llamando l a la longitud de la cuerda $A\,T$, se tendrá:

$$l = 2\,R \text{ sen } \alpha$$

siendo R el radio de la circunferencia. Si la aceleración es es a, se tendrá

$$l = \frac{1}{2}\,a\,t^2; \qquad t = \sqrt{\frac{2\,l}{a}},$$

o sea:

$$t = \sqrt{\frac{2 \times 2\,R \text{ sen } \alpha}{g \text{ sen } \alpha}} = 2\sqrt{\frac{R}{g}}.$$

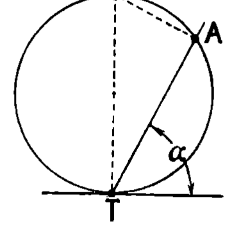


Fig. 24.

Este tiempo no depende del ángulo α, y es el mismo que emplea en caer un cuerpo, libremente, desde H hasta T. Si usted deja entonces caer simultáneamente una esferita desde A y otra desde H, deberán llegar al mismo tiempo a T. Sin embargo, llega antes la que parte de H, por dos razones: una, el rozamiento, y otra, la más importante, que la esferita *rueda* por el plano, y parte de la energía potencial que tiene en A se transforma en energía rotatoria.

ENERGÍA

I) Disponga un péndulo en la forma que indica la figura 25, de tal modo que el hilo choque contra el alambre dispuesto horizontalmente. ¿A qué altura llega el péndulo

de uno y de otro lado? ¿En qué caso se arrolla el hilo en el alambre?

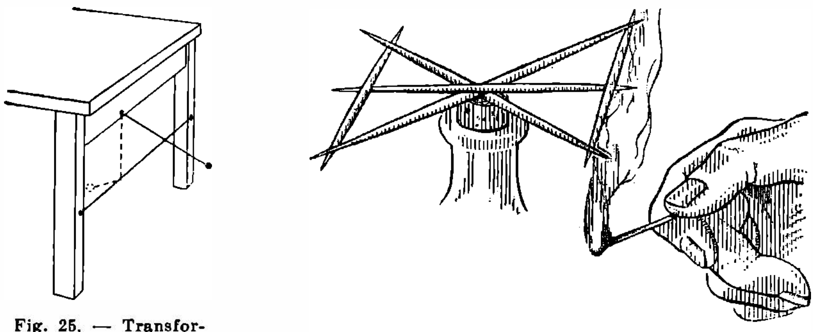


Fig. 25. — Transformación de energía.

Fig. 26. — Energía potencial elástica.

II) Disponga cinco palillos, que pueden ser de dientes, en la forma que indica la figura 26, y queme luego con un fósforo una de las puntas. ¿No estarán las partículas cons-

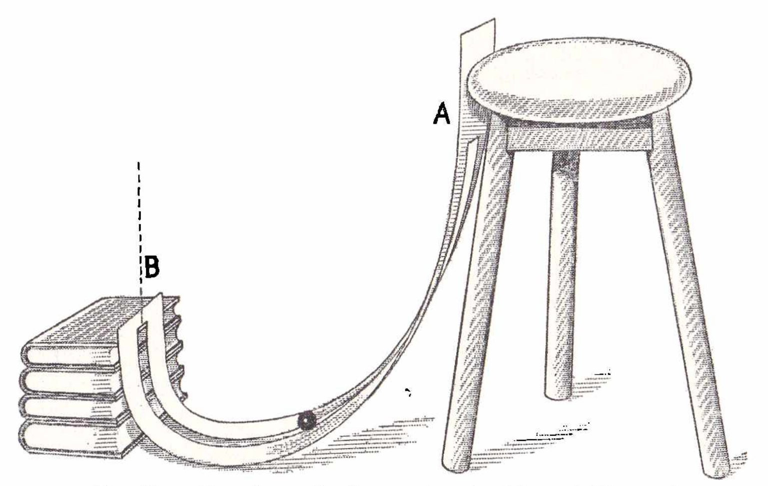


Fig. 27. — Transformación de energía potencial en cinética y viceversa.

tituyentes de los átomos del uranio 235, que sirve de base en la construcción de la bomba atómica, dispuestas en forma semejante?

III) Tome una tira larga de cartón y practique en el centro de la misma, con un cortaplumas, una canaleta, o, si prefiere, use dos tiras separadas entre sí por unos pocos milímetros, y unidas por la parte de atrás con pequeños travesaños. La canaleta servirá de guía a una bolita que usted dejará caer desde diferentes alturas, después de haber dispuesto todo en la forma que indica la figura 27. Si deja caer la bolita desde *A*, y la parte *B* del cartón está dis-

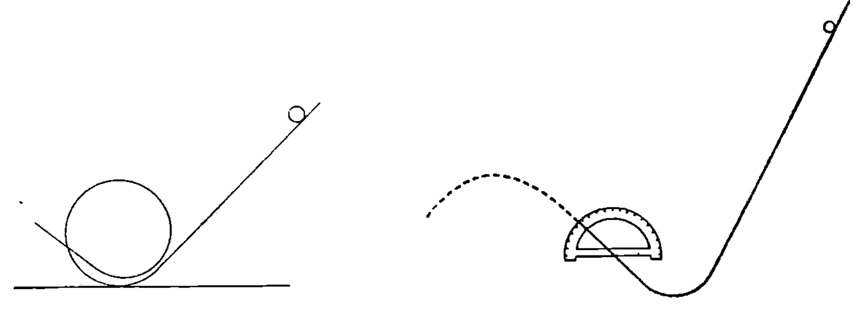


Fig. 28. — "Looping the loop". Fig. 29. — Un cañón de cartón.

puesta verticalmente, observe, en diferentes casos, la altura máxima que alcanza su proyectil.

Con esta tira de cartón podrá usted fabricar un *looping the loop,* en la forma que indica la figura 28, y también un "cañón" (fig. 29), con el cual podrá comprobar todo lo referente al tiro oblicuo, y entretenerse en tirar al blanco por elevación, etc.

Medida de la masa

Sabe usted que la energía cinética está dada por la expresión

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2,$$

y la potencial gravitatoria por

$$E_p = m g h.$$

Nos proponemos aquí medir, dinámicamente, la masa de los cuerpos, lo que tiene, conceptualmente, suma importancia.

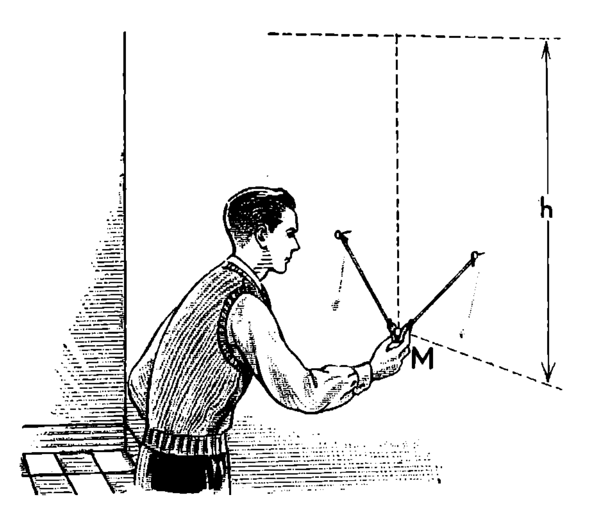


Fig. 30. — Medida dinámica de la masa con una honda.

Disponga su honda en una pared (fig. 30), como para tirar verticalmente, y estirándola siempre hacia la misma marca *M*, arroje hacia arriba diversos cuerpos, midiendo, lo mejor que pueda, la altura alcanzada por los mismos, a partir, precisamente, de la marca *M*.

Si un cuerpo de masa m alcanza la altura h, y otro de masa m' la altura h', deberá cumplirse

$$m\,g\,h = m'\,g\,h',$$

o sea, por ser g igual para ambos cuerpos:

$$m\,h = m'\,h'$$

puesto que en ambos casos la energía debe ser igual a la energía elástica de la honda, que usted procuró estirar siempre de la misma manera.

Se desprende entonces, de la relación escrita últimamente, que:

$$\frac{m}{m'} = \frac{h'}{h},$$

o sea, que las masas de los cuerpos que usted lanza sucesivamente con la misma honda, están entre sí en razón in-

versa de las alturas a que llegan. Ya tiene usted un procedimiento para medir la masa de cualquier cuerpo. Lo único que le hace falta es elegir una masa unitaria, y ésta puede ser la masa de cualquiera de los cuerpos utilizados por usted. Si el cuerpo que eligió como unidad alcanza una altura de 80 cm, y otro llega a 40 cm, dirá que este último tiene una masa igual a 2 de sus unidades. Conviene que utilice en sus experimentos cuerpos cuyas masas sean relativamente grandes en comparación con la masa de la goma de la honda, para que se pueda despreciar la energía cinética de aquélla.

Masa y peso

Suspenda usted ahora en su dinamómetro, los cuerpos cuyas masas acaba de medir, y observará que sus masas son proporcionales a sus pesos.

Al conocimiento de esta extraordinaria proporcionalidad —motivo de tantas confusiones— se ha llegado interpretando la primera ley de la caída o, lo que es lo mismo, la ley de las masas del péndulo, y no por medidas directas, como las efectuadas por usted, cuyos resultados son muy poco exactos.

Impulso

Consiga un resorte en espiral, para colocarlo en el interior de un tubo de cartón o lata. Practique en el mismo dos ranuras (fig. 31), por las cuales podrá introducir una latita doblada en ángulo recto en ambos extremos. Coloque en el tubo dos bolitas u otros dos cuerpos apropiados, de tal modo que el resorte tienda a separarlos, lo que ocurrirá cuando usted retire del tubo el disparador.

Si coloca su cañoncito sobe el ángulo de una mesa, y mide las distancias d_1 y d_2 que alcanzan los proyectiles al llegar al suelo, la relación entre dichas distancias será igual a la relación entre las velocidades con que parten ambos, pues los dos tardan lo mismo en caer. Si las masas

de los proyectiles son m_1 y m_2, y sus velocidades v_1 y v_2, se cumple:

$$m_1 v_1 = m_2 v_2,$$

o sea:

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{v_2}{v_1} = \frac{d_2}{d_1}.$$

Tiene usted así otro procedimiento para medir dinámicamente las masas de los cuerpos.

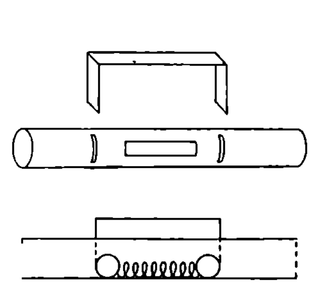


Fig. 31. — Para impulso y acción y reacción.

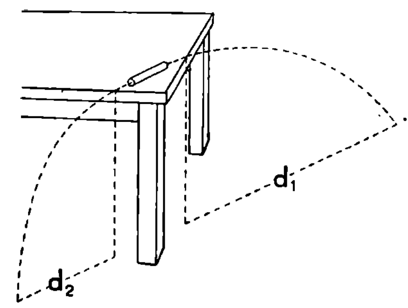


Fig. 32. — Verificación de la conservación del impulso.

Observación: En los experimentos que usted realizaba con su honda, al colocar en ella, sucesivamente, dos cuerpos de masas m_1 y m_2, adquirían velocidades v_1 y v_2, tales que las energías cinéticas de ambos debían ser iguales:

$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 = \frac{1}{2} m_2 v_2^2.$$

En el experimento que acaba de realizar, lo que resulta igual es, en cambio, la cantidad de movimiento, y dicha igualdad es una consecuencia directa de los principios de masa, y acción y reacción. Si una fuerza F, constante, actúa sobre un cuerpo de masa m, le comunica la aceleración a, tal que:

$$a = \frac{F}{m}$$

Si la fuerza actúa durante un tiempo t, la velocidad que adquiere el cuerpo al cabo de dicho tiempo es:

$$v = a\,t; \text{ o sea: } v = \frac{F}{m} \cdot t,$$

de donde:

$$F\,t = m\,v.$$

En el experimento del cañoncito con dos bocas, la fuerza que actúa en todo momento sobre ambos proyectiles es igual, por el principio de acción y reacción, y el *tiempo también es igual.*

Cierto es que la fuerza no es constante, porque a medida que el resorte se va estirando, dicha fuerza disminuye, pero el *impulso total,* suma de los impulsos elementales, es igual para ambos cuerpos. Permítame que exprese esto mismo en un lenguaje que tal vez usted no conoce todavía:

$$a = \frac{F}{m}; \quad \frac{d\,v}{d\,t} = \frac{F}{m}; \quad F\,d\,t = m\,d\,v$$

y en consecuencia:

$$\int_0^t F\,d\,t = m \int_0^v d\,v = m\,v.$$

Por lo tanto, en el caso del cañón se cumplirá siempre que:

$$m_1\,v_1 = m_2\,v_2.$$

Los que no son iguales, en este caso, son los trabajos totales A_1 y A_2 que la fuerza ejerce sobre ambos cuerpos, pues el de masa pequeña recorre un espacio mayor que el de masa grande (fig. 33). La relación entre los trabajos es:

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{m_1\,v_1^2}{m_2\,v_2^2} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{m_2}{m_1}\,.$$

La energía del resorte se reparte, pues, entre los proyectiles *en razón inversa de las masas de ambos*. Por esta razón las armas de fuego son tan pesadas.

Para comprender lo que ocurre en el caso de la honda, representemos la fuerza en función del tiempo.

La fuerza va disminuyendo desde su valor máximo inicial OA (fig. 34) hasta alcanzar el valor cero, para lo cual ha empleado cierto tiempo, representado por OB. El impulso total está medido por el área OAB.

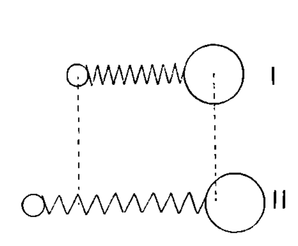


Fig. 33. — El impulso sobre ambas esferas es igual; el trabajo de la fuerza no lo es.

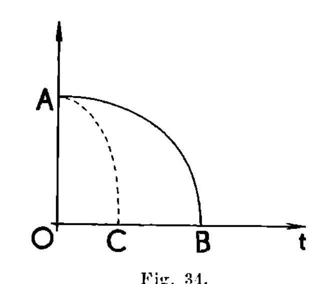


Fig. 34.

Si colocamos en la honda otro cuerpo de masa más pequeña, tardará aquélla en encogerse mucho menos tiempo, y el impulso total estará medido por un área tal como la OAC.

La relación entre los impulsos es:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{m_1 v_1}{m_2 v_2},$$

y si la honda se estira igualmente en ambos casos, los trabajos A_1 y A_2 serán iguales, por lo cual se cumplirá que

$$m_1 v_1^2 = m_2 v_2^2.$$

En la figura 35 se ha representado la fuerza en función del estiramiento de la honda, y si dicho estiramiento es igual a OA, el trabajo total está medido por el área OAP.

De la igualdad escrita últimamente, se obtiene:

$$\frac{m_1 v_1}{m_2 v_2} = \frac{v_2}{v_1},$$

y además:

$$\frac{v_2^2}{v_1^2} = \frac{m_1}{m_2}, \quad \text{o sea:} \quad \frac{v_2}{v_1} = \frac{\sqrt{m_1}}{\sqrt{m_2}}$$

por lo cual la relación entre los impulsos es:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{\sqrt{m_1}}{\sqrt{m_2}}.$$

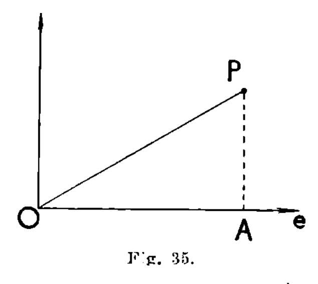


Fig. 35.

En el caso de la honda, la energía es igual, y *los impulsos son proporcionales a la raíz cuadrada de las masas.*

VERIFICACIÓN EXPERIMENTAL. Si se dispone la honda en el borde de una mesa, y se miden las distancias d_1 y d_2 alcanzadas por dos proyectiles (fig. 36) de masas m_1 y m_2, se observará que por ser $m_1 v_1^2 = m_2 v_2^2$, y

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{d_1}{d_2},$$

que

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{d_2^2}{d_1^2}.$$

Péndulo balístico

Suspenda del dintel de una ventana un péndulo, mediante dos hilos. Tome como masa pendular un trozo de plomo, madera o masilla, de tamaño adecuado para que

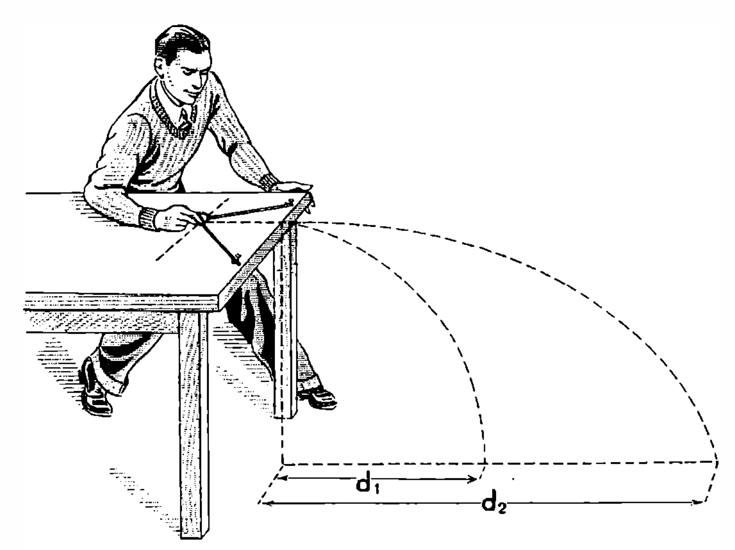


Fig. 36. — Observando la dependencia entre la masa disparada por la honda y la distancia alcanzada por la misma.

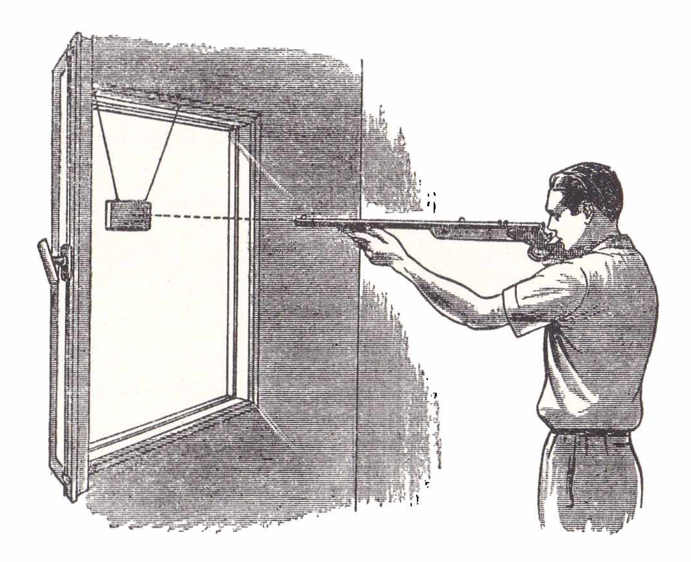


Fig. 37. — Midiendo la velocidad de un proyectil con un péndulo balístico.

dicha masa no sea atravesada totalmente por el proyectil que usted lanzará sobre ella (fig. 37), y cuya velocidad quiere determinar.

Si la masa del proyectil es m, y su velocidad v, la cantidad de movimiento antes del choque es $m\,v$, que debe ser igual a la cantidad de movimiento después del choque:

$$m\,v = (M + m)\,V,$$

en que M es la masa pendular, y V, la velocidad con que se mueve la misma, en unión con el proyectil, después de haber recibido el impacto.

La energía cinética que adquiere el péndulo se transforma en energía potencial, y ascenderá hasta cierta altura h tal, que:

$$\frac{1}{2}\,(M + m)\,V^2 = (M + m)\,g\,h.$$

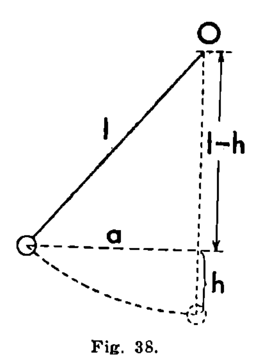


Fig. 38.

En cuanto al valor de h, se determina fácilmente midiendo el apartamiento a y la longitud l del péndulo, pues, como se ve en la figura 38, se tiene:

$$\frac{h}{a} = \frac{a}{l - h},$$

de donde:

$$h\,l - h^2 = a^2.$$

Si la masa pendular es muy grande con respecto a la del proyectil, h será pequeño, y se puede despreciar su cuadrado, con lo cual:

$$h = \frac{a^2}{l}$$

resultando entonces finalmente, de acuerdo con las ecuaciones anteriores:

$$v = \frac{M + m}{m} \sqrt{\frac{2g}{l}} \cdot a.$$

Si en sus experimentos utiliza una escopeta de aire comprimido, para determinar la masa m de cada proyectil pese cincuenta o cien de los mismos.

Fuerza centrífuga

Disponga una varilla $A\,B$, de unos 50 cm, en la forma que indica la figura 39, y si usted arrolla los cordones en que aquélla está suspendida, tiene ya con ello una máquina centrifugadora más cómoda que las usadas habitualmente en los laboratorios de Física.

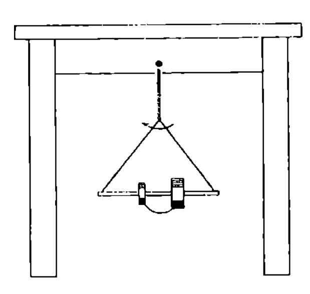


Fig. 39. — "Máquina" centrifugadora.

Con algunos tacos de madera convenientemente taladrados, podrá repetir todos los experimentos que se describen en cualquier texto, y en particular verificar la proporcionalidad entre la fuerza centrífuga y la masa.

Si usted desea verificar cuantitativamente la ley según la cual

$$F = m\,\omega^2\,r,$$

también puede hacerlo, y en una forma no directa, pero sorprendentemente sencilla. Para ello, tome un péndulo y haga que la masa pendular describa una circunferencia. Si el radio de ésta es pequeño con respecto a la longitud del hilo, usted observará que el tiempo que tarda el péndulo cónico (así llamado porque el hilo describe la superficie de un cono circular) en dar una vuelta entera, es igual al tiempo que emplea el mismo péndulo en efectuar una oscilación *plana* completa. Y con esto está comproba-

da la ley. En efecto: al describir el péndulo una circunferencia de radio r, de centro en A (fig. 41), cuyo plano es perpendicular al plano del dibujo, la resultante R, entre la fuerza centrífuga F y el peso P, debe tener una dirección coincidente con la del hilo.

Se observa, en la figura, que:

$$\frac{F}{P} = \frac{r}{h}, \qquad [1]$$

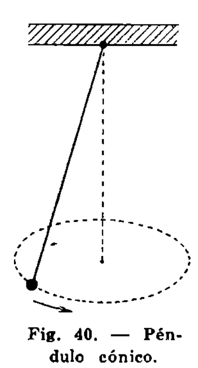


Fig. 40. — Péndulo cónico.

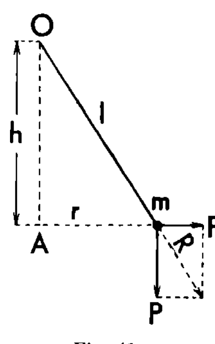


Fig. 41.

y si r es pequeño, podremos tomar l en lugar de h, con lo cual:

$$F = P\,\frac{r}{l}\cdot \qquad [2]$$

El tiempo de oscilación de un péndulo que oscila en un plano, y para oscilaciones pequeñas, es:

$$T = 2\,\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \qquad [3]$$

Por ser este tiempo igual al que emplea el péndulo cónico de la misma longitud en dar una vuelta, despejando l de esta última fórmula,

$$l = \frac{g\,T^2}{4\,\pi^2},$$

y llevando este valor a la expresión de F, obtenemos:

$$F = \frac{P}{g} \cdot \frac{4\pi^2}{T^2} \cdot r,$$

o sea:

$$F = m\,\omega^2\,r, \qquad [4]$$

pues $\frac{P}{g}$ es igual a la masa, y $\frac{2\pi}{T}$ igual a la velocidad angular.

Esta demostración le habrá parecido a usted, por cierto, bien rara, pues la fórmula [1] es exacta, la [2] sólo aproximada, lo mismo que la [3], pues vale únicamente para oscilaciones de pequeña ampiltud. ¿Cómo, de dos fórmulas aproximadas, [2] y [3], obtenemos la [4], que es exacta?

En realidad, los tiempos de oscilación de un péndulo cónico y de un péndulo plano son sólo iguales para amplitudes infinitamente pequeñas. En el péndulo cónico, el tiempo T que tarda la masa pendular en dar una vuelta, está dado exactamente por la expresión:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{h}{g}} \qquad [5]$$

en que figura no la longitud l del hilo, sino la distancia vertical h, entre el punto de suspensión y el plano horizontal sobre el cual gira la masa pendular. De la expresión [5], que puede comprobarse por medidas directas, y de la [1], ambas exactas, se obtiene la [4].

En realidad, el proceso es otro: de la validez de la [1] y la [4] se deduce la [5].

Una consecuencia interesante, que se puede comprobar de manera sencilla, es la siguiente: De la [1] obtenemos:

$$h = \frac{P\,r}{F},$$

y siendo $P = m\,g$, y $F = m\,\omega^2\,r$, resulta:

$$h = \frac{g}{\omega^2}. \qquad [6]$$

Esto quiere decir que si se suspenden de una varilla vertical péndulos de diferente longitud o de diferente masa (fig. 42), y se imprime a la varilla un movimiento de rotación, *todos los péndulos*, cualesquiera sean sus masas y sus longitudes, girarán en un mismo plano horizontal,

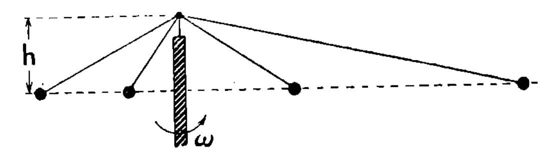


Fig. 42. — Interesante consecuencia de la ley de la fuerza centrífuga.

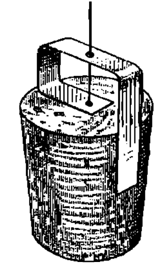


Fig. 43.

pues la altura h no depende ni de la masa ni de la longitud de los péndulos. Puede realizarse este experimento colocando un corcho en un anillo, del cual se suspenden diversos péndulos. Conviene colgar péndulos iguales en los extremos de cada diámetro del anillo, para que las fuerzas centrífugas que actúan sobre el eje de giro se anulen. Una vez hecho esto, basta clavar en el centro de una de las caras del corcho una aguja, que será el eje de giro.

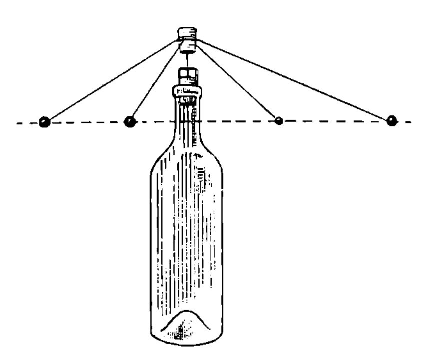


Fig. 44. — Comprobación indirecta de la fórmula de la fuerza centrífuga.

El buje de este eje lo podrá fabricar usted con una latita convenientemente doblada y aplicada al corcho de una botella (fig. 43), con lo cual tendrá su aparato terminado en la forma que indica la figura 44.

Imprimiendo al corcho un rápido movimiento de rotación, observará que los péndulos giran, efectivamente, en el mismo plano horizontal.

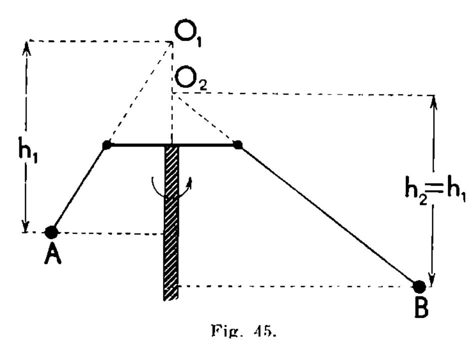


Fig. 45.

Al disminuir la velocidad angular se observa que los péndulos ya no giran en el mismo plano, pero siempre, para todos ellos, sigue siendo la *altura h* la misma. Los péndulos *A* y *B* de la figura 45 giran en planos horizontales diferentes, pero la altura h_1 del péndulo *A* debe contarse a partir del punto O_1, y la h_2, del punto O_2, y se cumple que $h_1 = h_2$.

Utilizando el aparato que acaba de construir, usted puede determinar el valor de la aceleración de la gravedad. Para esto, debe medir *h* y la velocidad angular de giro con un reloj.

Momento de inercia

Coloque sobre una tabla inclinada varios cuerpos que puedan *rodar* sobre ella (fig. 46); por ejemplo, esferas macizas (bolitas), esferas huecas (pelotas), cilindros macizos o huecos (aros de servilletas), etc. Para asegurarse que los cuerpos rueden, sin deslizarse, cualquiera sea la inclinación de la tabla, conviene recubrir la misma con un paño. Es con este objeto que se recubre también la pizarra de los billares.

Si suelta los cuerpos a un mismo tiempo, observará que unos caen por el plano con mayor rapidez que los otros.

Si el cuerpo pasara de la posición *A* a la *B* (fig. 47) deslizándose, *sin rodar*, y si el rozamiento fuera nulo, toda la energía potencial gravitatoria se convertiría en energía cinética, por lo cual, si el cuerpo parte del reposo, se tendría:

$$m\,g\,h = \frac{1}{2}\,m\,v^2$$

siendo v la velocidad adquirida al llegar al punto B. Si α es la inclinación del plano, llamando l al camino recorrido entre A y B, se tiene

$$h = l \text{ sen } \alpha,$$

por lo cual la fórmula escrita más arriba se convierte en

$$g\,l \text{ sen } \alpha = \frac{1}{2}\,v^2.$$

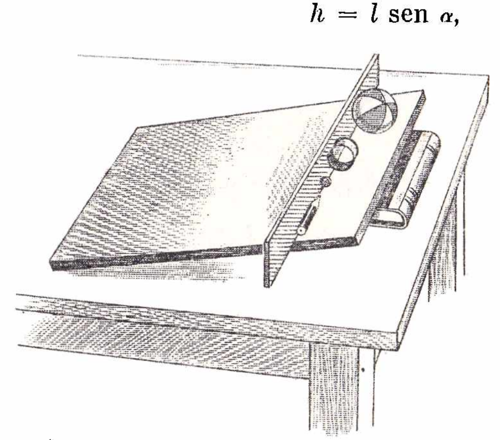


Fig. 46. — Partida de una carrera entre una pelota, un aro de servilleta, una bolita y un lápiz.

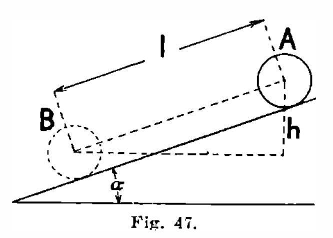


Fig. 47.

Por ser el movimiento uniformemente acelerado, siendo a la aceleración de dicho movimiento se tendrá:

$$l = \frac{1}{2}\,a\,t^2.$$

Resulta así:

$$g \cdot \frac{1}{2}\,a\,t^2. \text{ sen } \alpha = \frac{1}{2}\,v^2.$$

Dividiendo por t^2, y observando que el cociente de $\frac{v}{t}$ es igual a la aceleración a, obtenemos:

$$g\,a \text{ sen } \alpha = a^2,$$

o sea:

$$a = g \text{ sen } \alpha.$$

Ésta es la fórmula que ya fué considerada en otro experimento (pág. 136), pero veremos en seguida que si los cuerpos ruedan, la fórmula a aplicarse debe ser otra.

La energía potencial, al pasar el cuerpo de la posición A a la B, se transforma en *energía cinética de traslación* y en *energía cinética de rotación.* Si el momento de inercia es I, con respecto al eje de giro, y su velocidad angular ω, la energía rotatoria es:

$$\frac{1}{2} I \omega^2,$$

por lo cual se tendrá:

$$m g h = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} I \omega^2.$$

Si el radio de giro es r, se tiene:

$$v = \omega r,$$

siempre que no haya deslizamiento, pues si el cuerpo gira en un ángulo α, lo que avanza es αr, y si esto ocurre en un tiempo t (tómese α y t muy pequeños), dividiendo por este tiempo se obtiene la fórmula escrita últimamente.

Resulta, pues, después de dar algunos saltos, que

$$g l \operatorname{sen} \alpha = \frac{1}{2} v^2 + \frac{1}{2} \frac{I}{m} \frac{v^2}{r^2}.$$

Por ser $l = \frac{1}{2} a t^2$, dividiendo por t^2 obtenemos

$$g a \operatorname{sen} \alpha = a^2 + \frac{I}{m r^2} a^2,$$

de donde:

$$a = \frac{g \operatorname{sen} \alpha}{1 + \frac{I}{m r^2}}. \qquad [2]$$

Sólo en el caso de que el momento de inercia fuera cero se obtendría la fórmula [1].

Siendo los momentos de inercia los que se mencionan a continuación:

$$I = m r^2 \quad \text{(cilindro hueco)},$$

$$I = \frac{1}{2} m r^2 \quad \text{(cilindro macizo)},$$

$$I = \frac{2}{3} m r^2 \quad \text{(esfera hueca)},$$

$$I = \frac{2}{5} m r^2 \quad \text{(esfera maciza)},$$

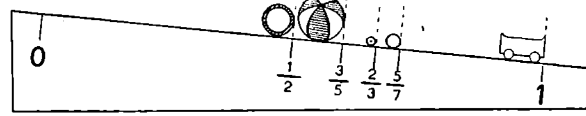


Fig. 48. — Llegada de la carrera cuya partida se representa en la fig. 46.

las aceleraciones de esos cuerpos a lo largo del plano inclinado resultan ser:

$$a = \frac{1}{2} g \text{ sen } \alpha \quad \text{(cilindro hueco)},$$

$$a = \frac{2}{3} g \text{ sen } \alpha \quad \text{(cilindro macizo)},$$

$$a = \frac{3}{5} g \text{ sen } \alpha \quad \text{(esfera hueca)},$$

$$a = \frac{5}{7} g \text{ sen } \alpha \quad \text{(esfera maciza)}.$$

En cambio, un carrito cuyas ruedas tengan una masa despreciable en comparación con la masa total, rodaría con una aceleración igual a g sen α.

Los cuerpos representados en la figura 48 se supone que partieron al mismo tiempo de O.

Lo que precede es importante, pues si se quiere hallar la aceleración de la gravedad midiendo el tiempo que tarda una bolita en recorrer cierto trayecto por un plano inclinado, aplicando la fórmula $a = g$ sen α, se obtienen siempre valores demasiados pequeños, imposibles de ser atribuídos a "errores de observación". Utilizando, en cambio, las fórmulas transcriptas más arriba, se obtienen valores de g bastante aproximados.

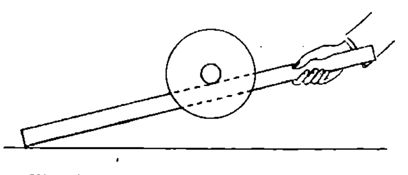


Fig. 49. — En este caso la aceleración de caída es muy pequeña.

Cuando el radio de giro es muy pequeño, como en el caso de la figura 49, la aceleración es también pequeña. Uniendo dos carreteles con un trozo de lápiz (fig. 50) puede realizarse este experimento, haciendo rodar a los mismos sobre una regla, lo que también puede observarse por la rodadura de un posacubiertos sobre la hoja de un cuchillo (fig. 51).

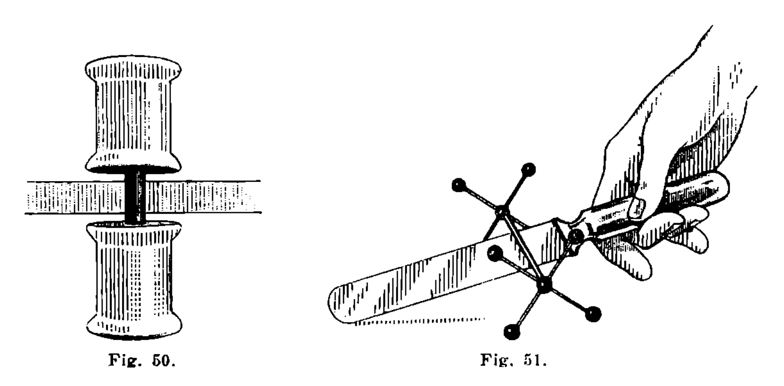


Fig. 50. Fig. 51.

Después de haber realizado los experimentos que preceden, ¿está usted en condiciones de averiguar cómo se reparte en cada caso la energía entre la traslación y la rotación? ¿Podría prever hasta qué altura llegará una esfera maciza, u otra hueca, si realiza con ellas los experimentos a que se refiere la figura 27, suponiendo que ambas rueden en su caída?

Movimiento vibratorio

Ya habrá observado usted, en más de una oportunidad, que una goma tirante puede hacérsela vibrar en forma análoga a como lo hace una cuerda de guitarra, y tampoco habrá dejado de advertir las vibraciones que efectúan los resortes, las tablas de los trampolines, etc.

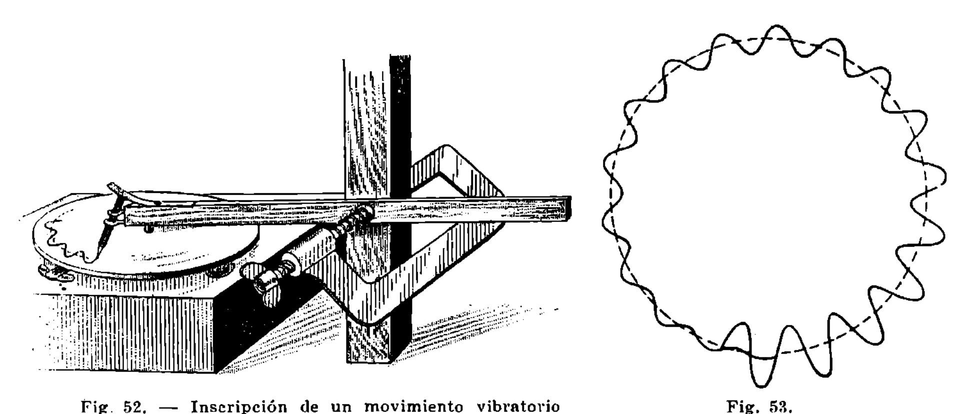


Fig. 52. — Inscripción de un movimiento vibratorio sobre un disco de gramófono.

Fig. 53.

Se trata, ahora, de que usted registre gráficamente un movimiento de esta clase. Para ello, fije en la pata de una mesa una regla, mediante una prensa (fig. 52), o, a falta de ella, sujete su regla, que debe ser de pequeño espesor, entre una puerta y el marco de la misma, del lado de las bisagras.

Adapte al extremo de dicha regla un pequeño lápiz.

Coloque ahora un gramófono debajo de la regla, de tal modo que, al vibrar ésta, la punta del lápiz se mueva siguiendo la dirección de uno de los radios del disco. Cubriendo éste con un papel, y hacien-

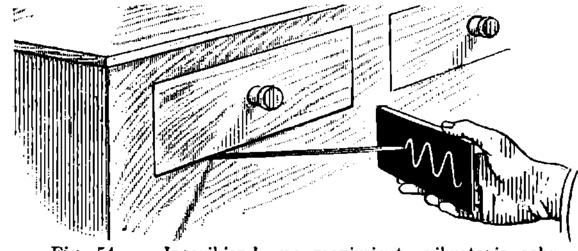


Fig. 54. — Inscribiendo un movimiento vibratorio sobre un vidrio ahumado.

do vibrar la varilla, se obtendrá un dibujo como el de la figura 53, que permitirá determinar el número de vibraciones que efectúa aquélla en cierto tiempo.

El cociente entre ese número de vibraciones y el tiempo en que se han efectuado da la frecuencia del movimiento vibratorio.

Si acorta la varilla, observará que la frecuencia aumenta. En el caso de la figura 53, el disco efectuaba 78 vueltas por minuto, o sea 480° por segundo, y como, al recorrer el disco 180°, se efectúan 9 vibraciones completas, la frecuencia resulta ser de 24 vibraciones dobles por segundo. En lugar de una regla puede utilizar también una aguja de tejer, por cuyo extremo en vibración (fig. 54) hará pasar un vidrio ahumado, o sea expuesto previamente a la llama de una vela.

Composición de un movimiento vibratorio con otro uniformemente acelerado

Tome una cartulina y dispóngala como indica la figura 55, recubriendo su parte cóncava con papel carbónico.

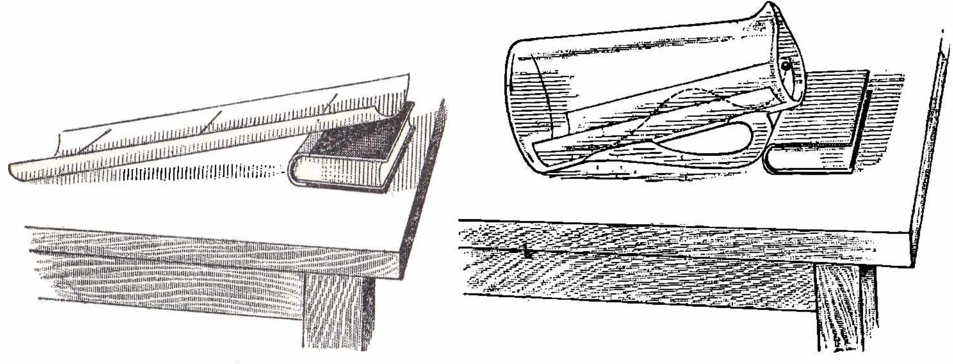


Fig. 55. — Composición de un movimiento oscilatorio con otro acelerado.

Fig. 56.

Podría utilizar también una jarra (fig. 56) o un caño. Si deja caer ahora una bolita pesada, obtendrá una curva

como la de la figura 57, que le permitirá comprobar, una vez más, que el espacio recorrido en el movimiento de caída es proporcional al cuadrado del tiempo.

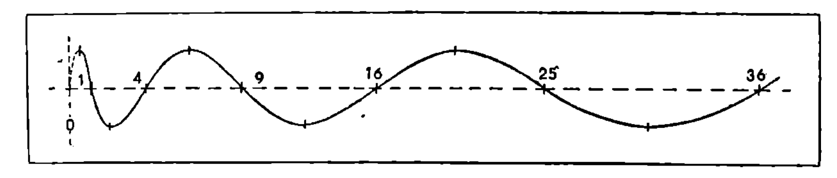


Fig. 57.

Resonancia

Suspenda del marco de una puerta o de una mesa (que por lo visto está constituyendo un soporte universal), dos péndulos iguales, *A* y *B*, y únalos en la forma que

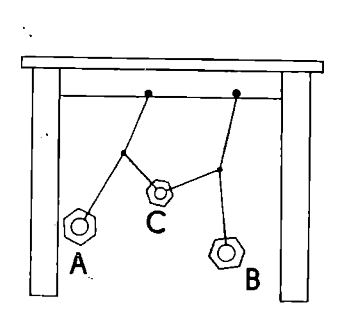


Fig. 58. — Resonancia.

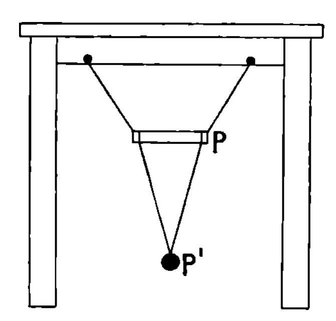


Fig. 59. — Resonancia.

indica la figura 58, colocando en el centro del hilo una pequeña pesa, *C*. Haciendo oscilar uno de los péndulos, verá cómo la energía se entretiene pasando al otro, regresando luego al primero, y así, sucesivamente, y observará también que, para que esto se produzca, los péndulos *A* y *B* deben tener el mismo tiempo de oscilación.

Otro experimento fácil de realizar consiste en suspender un pequeño caño de plomo, *P*, en la forma que indica la figura 59, y de él otro péndulo, también bifilar y de igual longitud, pero de menor masa, *P′*. Si del caño de

plomo suspende usted tres péndulos: P_1, P_2 y P_3 (fig. 60), haciendo oscilar a P con pequeña amplitud observará que la energía pasa, al cabo de cierto tiempo, a aquel de los tres péndulos inferiores cuyo período de oscilación coincide con el período de P. Cuando usted sintoniza con determinada estación transmisora su aparato de radiotelefonía, lo que hace es variar el período de oscilación del mismo, hasta que coincide con el período de la onda que busca: se trata de un fenómeno de resonancia eléctrica, análogo a los de resonancia mecánica que acaba de observar.

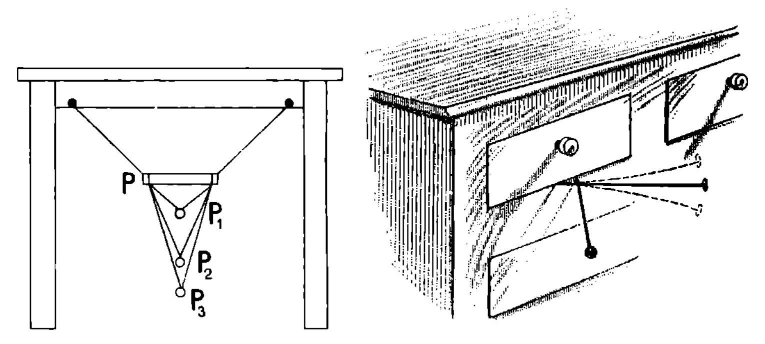


Fig. 60. — Resonancia.

Fig. 61. — Resonancia.

Si toma dos agujas de tejer, de unos 40 cm de largo cada una, y las dispone como indica la figura 61, observará que haciendo vibrar a una de ellas vibrará la otra, siempre que la parte libre de ambas tenga la misma longitud.

Método estroboscópico

Ya sabe usted cómo se puede inscribir un movimiento vibratorio, y sabe también determinar gráficamente la frecuencia del mismo. Naturalmente que el método gráfico no se presta para determinar la frecuencia de una cuerda o de una pequeña varilla en vibración, pues si se le aplicara a la una o a la otra un lápiz, por pequeño que éste

fuese, haría variar la frecuencia, aparte de que el rozamiento del mismo con el disco amortigua rápidamente el movimiento.

Para que usted comprenda el principio del método, con la aplicación del cual se solazará más adelante, puede comenzar por efectuar el experimento siguiente, si es que cuenta con los elementos adecuados.

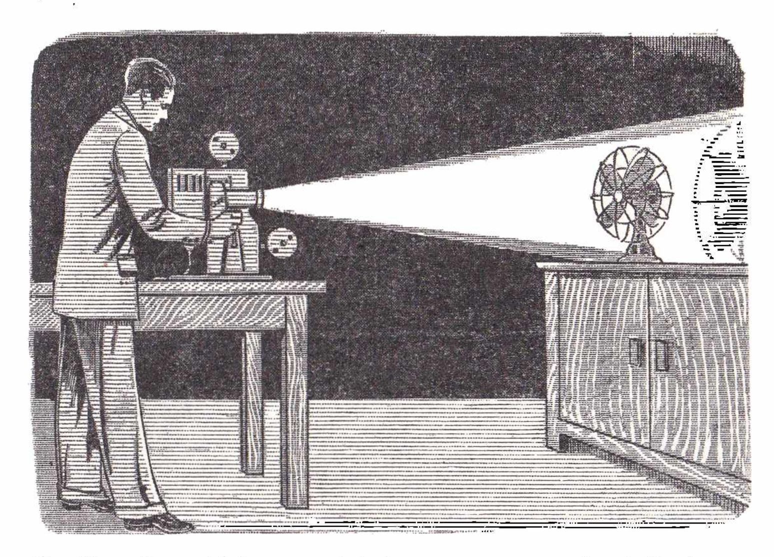


Fig. 62. — Un ventilador en movimiento parece en reposo si se le ilumina con una linterna de cine y se regula convenientemente la velocidad de la misma.

Ilumine un ventilador en marcha (fig. 62) con un proyector de cine, y variando la velocidad de la manivela encontrará usted que llega un momento en que parece que el ventilador estuviera en reposo. Usted sabe que en un proyector cinematográfico, la linterna está provista de un obturador, para que la luz se eclipse periódicamente. Moviendo la manija con rapidez no se advierten esos eclipses, debido a la persistencia de las imágenes en la retina. Si la velocidad del proyector es tal que entre dos destellos sucesivos de luz transcurre un tiempo igual al que emplea el ventilador en dar un cuarto de vuelta, éste parecerá en reposo, porque veremos a las cuatro paletas siempre en la

misma posición. Si, en cambio, en el lapso entre dos destellos el ventilador gira sólo 89°, se le verá moverse en sentido opuesto al del movimiento real, y a razón de sólo 1° por cada intervalo de tiempo comprendido entre dos destellos sucesivos. El ventilador parecerá, en cambio, avanzar lentamente en el propio sentido de su movimiento, si girara a una velocidad angular algo mayor de 90° por intervalo. Usted habrá observado en el cine que las ruedas de los coches parecen, algunas veces, en reposo, a pesar de que el coche avanza, y otras veces se las ve girar en sentido opuesto al que deberían tener; con lo que precede, ya tiene la explicación del fenómeno.

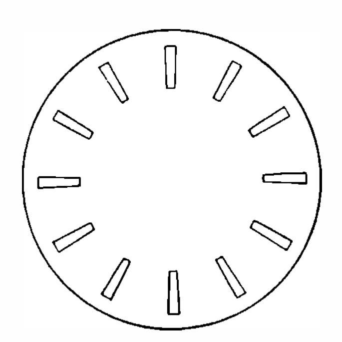


Fig. 63. — Disco estroboscópico.

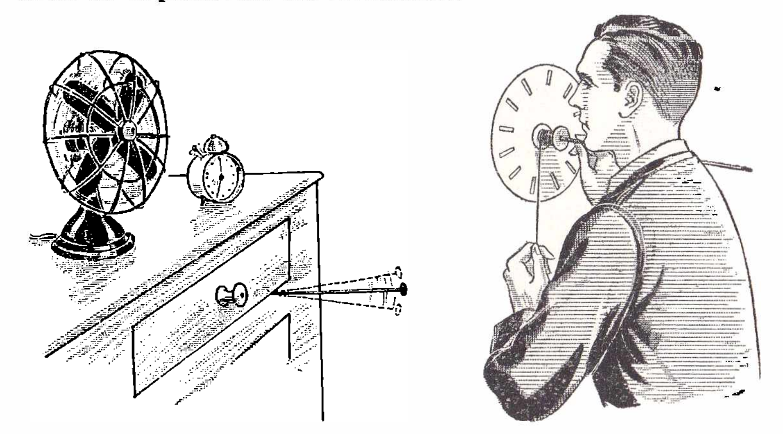


Fig. 64. — Observación estroboscópica.

Si usted efectúa el experimento que acabamos de indicar, observará que las paletas del ventilador, cuando éste parece en reposo, se presentan como desdibujadas y más anchas. Eso se debe a que los destellos de luz emitidos por

el proyector de cine duran demasiado tiempo. Por esta razón le recomendamos tome un disco de cartón y practique en él 12 ó 24 ranuras, estrechas y equidistantes (fig. 63). Con dos chinches, fije ahora su disco a un carretel, y pase por el eje de éste una aguja de tejer. Le será fácil, de este modo, hacer girar el disco y observar a través de las ventanas del mismo (fig. 64) una aguja en vibración, un ventilador en movimiento, el martillo de un timbre mientras vibra, etc. Para lograr que su disco gire con velocidad constante, no tiene más que aplicarlo sobre el disco de un gramófono, en la forma que indica la figura 65.

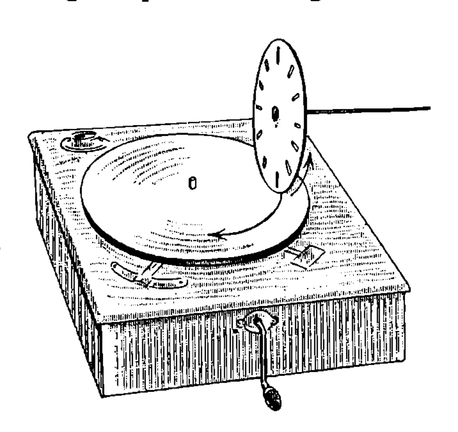


Fig. 65. — El motor del disco estroboscópico.

Si llamamos r a la distancia entre el punto de apoyo del disco estroboscópico sobre el disco del gramófono y el centro de éste, siendo ω_0 la velocidad angular del disco motor, la velocidad angular ω del otro disco será tal que

$$\omega_0 r = \omega R,$$

si designamos por R al radio del disco estroboscópico.

Se desprende de aquí que

$$\omega = \frac{\omega_0 r}{R},$$

o bien:

$$N = \frac{N_0 r}{R},$$

siendo N y N_0 el número de vueltas por segundo que efectúan ambos discos. Con esto es fácil determinar la frecuencia de una cuerda vibrante, o la velocidad de rotación de una rueda, etc.

Ejemplo: Siendo $N_0 = 78 \frac{\text{vueltas}}{\text{minuto}}$

y $R = 18$ cm, un ventilador de 4 paletas parece en reposo para los siguientes valores de r:

$$r = 12 \text{ cm}; \qquad r = 6 \text{ cm}.$$

El disco estroboscópico tiene 12 ventanas. Cuando $r = 6$ cm, el ventilador da exactamente media vuelta en el tiempo en que el disco estroboscópico efectúa 1/12 de vuelta, si $r = 12$ cm, al dar el disco estroboscópico 1/12 de vuelta, el ventilador gira sólo 90°. Resulta así, efectuando los cálculos, que el ventilador gira a razón de 156 vueltas por minuto.

ACÚSTICA

Con los elementos de que ya dispone para estudiar los movimientos vibratorios puede, sin ninguna dificultad, verificar las leyes de las cuerdas, tendiendo éstas, por ejemplo, entre las patas de su mesa de trabajo.

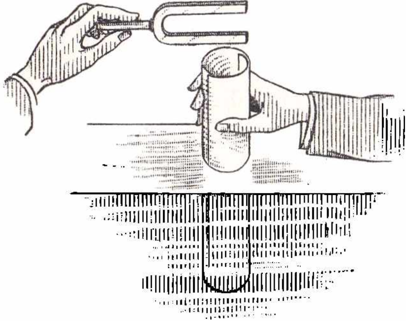


Fig. 66. — Determinación de la velocidad del sonido por resonancia.

Si lo desea, también podrá fabricar algunos tubos sonoros, y si consigue un diapasón cuya frecuencia conozca, le será fácil determinar, por el método de resonancia, la velocidad del sonido en el aire. Para esto último, le basta tomar un tubo de cartulina o, simplemente, una revista arrollada (fig. 66), e introducirla más o menos en una pileta con agua, hasta observar que el sonido del diapasón, colocado en la embocadura libre del tubo, se refuerza.

La reflexión de las ondas sonoras puede ponerlas de manifiesto con sólo colocar un reloj sobre un plato y apli-

car cerca del oído otro plato convenientemente inclinado (fig. 67).

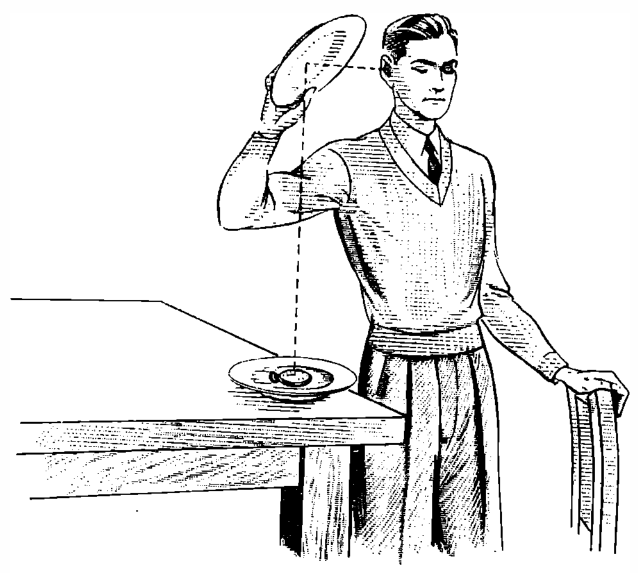


Fig. 67. — Reflexión del sonido.

Para comprobar que la altura de un sonido aumenta al aumentar la frecuencia, puede sustituir la rueda dentada de Savart por un simple peine, y percibirá que el sonido emitido, al pasar por él una tarjeta (fig. 68), es tanto más agudo cuanto más rápido haga deslizar a aquélla por sobre los dientes.

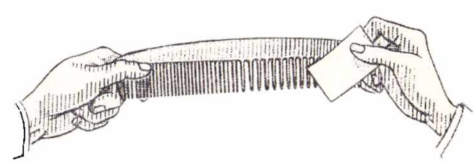


Fig. 68. — "Rueda dentada de Savart" sustituída por un peine.

EXPERIMENTOS PARADOJALES

Se designa en Física con el nombre de *paradojas* a ciertos experimentos cuyos resultados, imprevisibles para el común de la gente, parecen además estar en contradic-

ción con ciertas nociones adquiridas merced a la experiencia cotidiana.

En la parte concerniente al centro de gravedad, en cualquier texto de Física usted podrá ver la paradoja del doble cono, que parece subir por un doble plano inclinado. También puede usted lograr que una pelota suba por dos reglas levemente inclinadas *pero suficientemente* divergentes (fig. 69), y observará, que en realidad, la pelota va bajando. Si coloca usted sobre una mesa horizontal dos libros iguales, en que los bordes de las tapas formen cierto ángulo, verá que una esfera puesta cerca del vértice de dicho ángulo se pone a rodar hacia la parte abierta (fig. 70), y lo mismo hará aunque los libros estén algo inclinados.

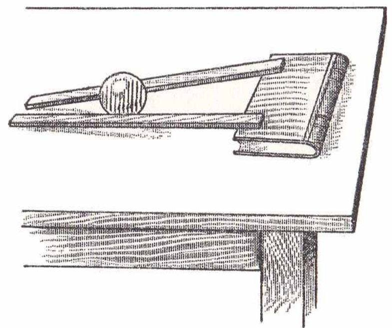


Fig. 69. — La pelota parece subir.

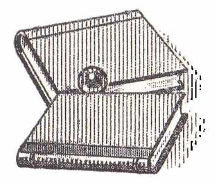


Fig. 70.

El centro de gravedad, en todos los casos, baja.

Las paradojas, una vez que se comprenden, dejan de serlo.

Paradoja de la caída

Tome dos cuerpos *A* y *B*, y únalos mediante un hilo (fig. 71). Vaya usted ahora a la azotea de su casa o, simplemente, párese sobre una mesa, o sobre una escalera, y sosteniendo el cuerpo *A*, deje al *B* suspendido como una plomada.

Suelte ahora al cuerpo *A* y dígame si la distancia entre ambos se mantiene constante durante la caída. ¿No es verdad que si no fuera por el título de este párrafo, usted

contestaría, sin titubear, que dicha distancia *debe* permanecer constante? ¿No es cierto, acaso, que cualquier cuerpo recorre en el primer segundo de caída 4,90 metros?

Si la caída dura un segundo, parece evidente que el cuerpo *A* recorrerá en ese tiempo 4,90 m lo mismo que el *B*, y como ambos comienzan a caer al mismo tiempo, no se ve por qué la distancia entre ellos debe variar. Y sin embargo varía, y en forma que llega a ser notable. Si la masa del cuerpo *A* es mucho menor que la de *B*, se verá que al cabo de cierto trayecto el cuerpo *A* alcanza al *B*, y si no chocara, lo pasaría. Usted se dará cuenta de la causa de este fenómeno si sustituye el hilo por una goma, y si piensa luego que los hilos son siempre elásticos y se estiran.

Fig. 71.

Mientras usted sigue jugando con los cuerpos *A* y *B*, yo voy a conversar sobre este asunto con mis colegas.

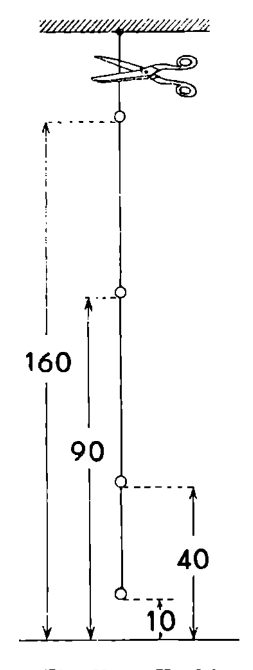


Fig. 72. — Un falso experimento clásico.

El resultado paradojal que precede lo advertí al ensayar un clásico experimento, para verificar la segunda ley de la caída. El experimento en cuestión consiste en unir, mediante hilos, varias esferitas (fig. 72), de tal modo que la primera se encuentra a 10 cm del suelo, la segunda a 40 cm, la tercera a 90 cm, etc. Cortando el hilo que las sostiene a todas, si la primera tarda en caer un tiempo *uno*, la segunda tardará *dos*, la tercera *tres*, y así sucesivamente, de modo que se percibirán los ruidos de los choques sucesivamente, separados por intervalos iguales de tiempo. A pesar de que este experimento se menciona en excelentes tratados, puedo asegurar que los que lo citan no lo realizaron jamás cuida-

dosamente, pues de haberlo hecho habrían notado que lo que realmente ocurre está muy lejos de coincidir con lo previsto. Al ir cayendo las esferas, es bien visible que el hilo deja de estar tirante, disminuyendo la distancia que las separa, y los golpes se suceden a intervalos de tiempo cada vez menores, como si las de más arriba cayeran con mayor aceleración.

Sirva esto de ejemplo para hacer notar, una vez más, la importancia de la experimentación.

La teoría del fenómeno es la siguiente: Sean dos masas: m_1 y m_2, que supondremos puntuales y unidas por un hilo de longitud l (fig. 73). Esta longitud corresponde a una tensión nula. Si la fuerza que tiende al hilo es F, supondremos que ella produce en aquél un alargamiento igual a a. Si en un momento dado dejan de actuar las fuerzas F, el hilo tiende a recuperar su longitud primitiva, y las dos masas se aproximarán, sin que varíe por ello la posición del centro de gravedad del sistema. Admitiendo que el estiramiento del hilo se cumpla dentro de los límites de elasticidad perfecta, el movimiento de las masas m_1 y m_2 será inicialmente vibratorio armónico. Adquirirán sus velocidades máximas al cabo de un cuarto de período, y a partir de ese momento continuarán acercándose con movimiento uniforme. Las amplitudes de los movimientos vibratorios de las masas m_1 y m_2 son:

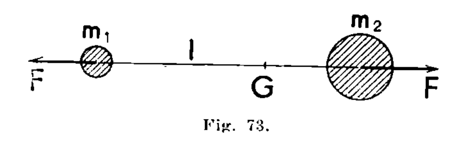


Fig. 73.

$$a_1 = a \frac{m_2}{m_1 + m_2}; \qquad a_2 = a \frac{m_1}{m_1 + m_2},$$

como se comprende si se piensa que el período de ambos movimientos debe ser el mismo, y que no debe variar la posición del centro de masa. Siendo

$$F = k\,a,$$

el período de oscilación, común para ambas masas, resulta ser:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \cdot \frac{1}{k}},$$

y las velocidades v_1 y v_2 máximas, adquiridas por las masas m_1 y m_2, al cabo de un tiempo igual a $\frac{T}{4}$, son:

$$v_1 = \frac{2\pi a_1}{T}, \qquad v_2 = \frac{2\pi a_2}{T}.$$

Llamando v a la suma de estas velocidades, se obtiene:

$$v = v_1 + v_2 = \frac{2\pi a}{T}.$$

El tiempo τ que tardan ambas masas en juntarse en el centro G será:

$$\tau = \frac{l}{v} + \frac{T}{4}$$

o sea:

$$\tau = 2\pi \sqrt{\frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \cdot \frac{1}{k}} \left(\frac{l}{2\pi a} + \frac{1}{4}\right).$$

Si la masa m_2 es la inferior (fig. 71), la fuerza F es $m_2 g$, por lo cual

$$k = \frac{m_2 g}{a},$$

resultando para el tiempo τ, en que m_1 alcanza a m_2,

$$\tau = \sqrt{\frac{m_1}{m_1 + m_2} \cdot \frac{a}{g}} \left(\frac{l}{a} + \frac{\pi}{2}\right).$$

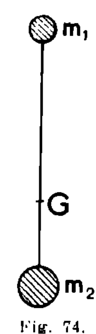


Fig. 74.

Durante este tiempo, el *centro de masa G* recorre un espacio h igual a $\frac{1}{2} g \tau^2$, o sea:

$$h = \frac{1}{2} \frac{m_1}{m_1 + m_2} \cdot a \left(\frac{l}{a} + \frac{\pi}{2}\right)^2.$$

Así, por ejemplo, si

$$m_1 = 100\ g, \qquad m_2 = 900\ g, \qquad l = 100\ \text{cm} \quad \text{y} \quad a = 4\ \text{cm},$$

resulta:

$$h = 141\ \text{cm} = 1{,}41\ \text{m},$$

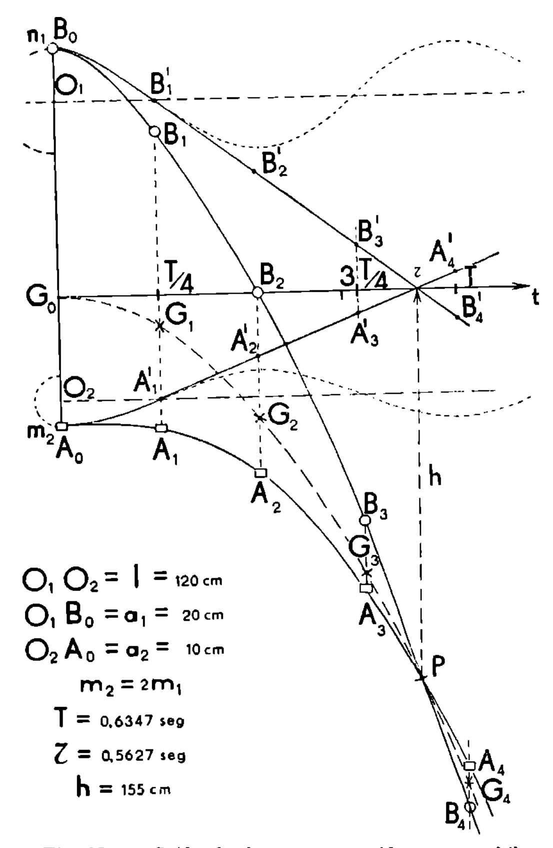


Fig. 75. — Caída de dos cuerpos unidos por un hilo.

y las dos esferas, inicialmente separadas por una distancia de 104 cm, se juntan, después de recorrer, *en el mismo tiempo*, la de arriba 2,35 m, y la de abajo, sólo 1,31 m.

De lo que precede se desprende que el clásico experimento a que se refiere la figura 72 sólo daría resultado utilizando masas muy pequeñas, de tal modo que el alar-

gamiento a de todos los hilos que las unen pudiera considerarse nulo. Creemos, sin embargo, que es más conveniente mostrar cómo, por la acción del hilo, las masas tienden a juntarse.

En la figura 75 se ha representado la posición de las dos masas, m_1 y m_2, en función del tiempo, en un caso concreto. Si no actuara la gravedad, y ambas masas estuvieras unidas por un resorte, que también tendiera a separarlas, el movimiento de las mismas estaría representado por los sinusoides B_0 B'_1 y A_0 A'_1, que en la figura se han dibujado, a partir de B'_1 y A'_1, por puntos. Si las masas están unidas por un hilo elástico, dicho hilo deja de actuar sobre las mismas no bien pasan éstas por sus posiciones de equilibrio, por lo cual la representación del movimiento uniforme de cada una de ellas (no actuando la gravedad) está dado por las rectas B'_1, B'_2, B'_3... y A'_1, A'_2, A'_3... siendo las velocidades de estos movimientos iguales a las velocidades máximas de los respectivos movimientos armónicos. El centro de gravedad G_0, quedaría fijo, lo que equivale a decir que su representación estaría siempre sobre el eje del tiempo. Si suponemos que actúa la gravedad, el centro de masa G_0 se moverá con movimiento uniformemente acelerado, y la representación de ese movimiento es la parábola G_0 G_1 G_2... Superponiendo los movimientos de ambas masas con este último, resulta para m_1 la curva B_0 B_1 B_2... y para m_2, A_0 A_1 A_2... Las partes de las curvas B_0 B_1 y A_0 A_1 resultan de "sumar" el arco de parábola G_0 G_1 con los arcos de sinusoide B_0 B'_1 y A_0 A'_1. En cambio, el resto de las curvas, B_1 B_2 B_3... y A_1 A_2 A_3... resultan de sumar el arco de parábola G_1 G_2 G_3... con las rectas B'_1 B'_2 B'_3... y A'_1 A'_2 A'_3..., por lo cual dichas partes de curva son también arcos de parábola. Estos arcos se cortan en el

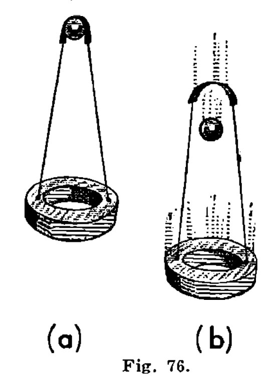


Fig. 76.

punto P, que representa el lugar y el instante en que m_1 alcanza a m_2. Para observar el movimiento de ambas masas después del encuentro, sin que choquen entre sí, basta con darle a m_2 la forma de un aro (fig. 76), y utilizar un hilo doble para establecer el vínculo con m_1, de tal modo que al cabo de cierto tiempo de caída se observarán las masas en la forma que indica la figura 76 b.

Paradoja de la tensión superficial

Con jabón ordinario, agua y un poco de glicerina puede usted preparar una solución con la que podrá efectuar los interesantes experimentos de tensión superficial que se mencionan en los textos corrientes. Entre ellos, es particularmente interesante comparar la presión del aire contenido en dos pompas esféricas de diferente radio.

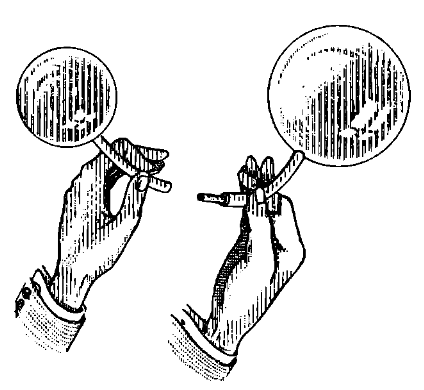


Fig. 77. — Paradoja de la tensión superficial.

Al objeto, forme dos pompas de jabón en los extremos de dos pequeños tubos de goma (fig. 77), y proceda después a comunicar éstos entre sí. ¿Qué ocurre al poner en comunicación el aire contenido en las dos pompas de jabón? ¿Se establece el equilibrio al adquirir ambas el mismo radio? Verá usted que no, pues la presión del aire encerrado en el interior de una película líquida de forma esférica es:

$$p = \frac{4\,\alpha}{R}, \qquad [1]$$

en que α es la tensión superficial del líquido, y R el radio de la esfera. Según la fórmula precedente, la presión es tanto mayor cuanto menor es el radio de la esfera. Esta presión p es, en realidad, la *sobrepresión,* o sea la dife-

rencia de presión entre el aire interior y el exterior. Al comunicar entonces dos pompas del mismo líquido, el aire pasa de la menor a la mayor. El aspecto paradojal de este experimento proviene de que consideramos a las pompas como si estuvieran constituídas por membranas elásticas de una misma goma. Pero las películas líquidas se comportan de manera diferente.

La fórmula [1], que explica la paradoja, es un caso particular de la fórmula de *Laplace* que se deduce en los tratados ya algo superiores, por lo cual daré de la misma una demostración directa, por cierto bien sencilla.

Si queremos calcular la presión que produce la película en el punto O, consideremos un casquete esférico de centro en ese punto (fig. 78), y de pequeño radio: $A\,B = \rho$. Tangencialmente a la superficie de la esfera se ejercen fuerzas provenientes del resto de la película sobre el borde de esa circunferencia que estamos considerando. En una porción pequeña de ese borde de longitud l, la fuerza f que se ejerce sobre dicha porción, es igual a $\alpha\,l$, siendo α la tensión superficial del líquido:

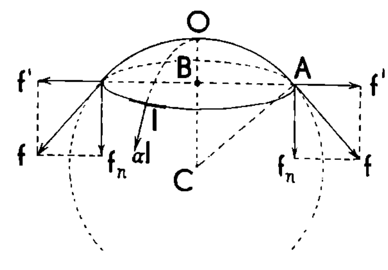


Fig. 78.

$$f = \alpha\,l. \qquad [2]$$

Descomponiendo cada una de estas fuerzas en otras dos, f_n paralela a $O\,C$, y f′ normal a la anterior, se ve, por la figura, que:

$$\frac{f_n}{f} = \frac{A\,B}{A\,C} = \frac{\rho}{R},$$

siendo R el radio de la esfera.

Resulta de aquí que:

$$f_n = \frac{\rho}{R} \cdot f,$$

y de acuerdo a [2], $f_n = \frac{\rho}{R} \alpha l.$

Como las fuerzas f' se anulan dos a dos, en tanto que las f_n se suman, la fuerza total F_n, que actúa en la dirección $O\,C$, se encuentra sustituyendo en la fórmula anterior l por $2\,\pi\,\rho$, que es la longitud total del borde, pues empleando el símbolo Σ de suma, se tiene:

$$F_n = \Sigma\, f_n = \Sigma \frac{\rho}{R}\, \alpha\, l = \frac{\rho}{R}\, \alpha\, \Sigma\, l,$$

o sea:

$$F_n = \frac{2\,\pi\,\rho^2\,\alpha}{R}\,.$$

La presión que se ejerce en O la hallamos dividiendo la fuerza total F_n por la superficie del casquete, que para ρ muy pequeño es $\pi\,\rho^2$, por lo cual

$$p = \frac{2\,\alpha}{R}\,.$$

Debemos tener en cuenta, ahora, que en un globo formado por una película líquida, ésta está formada por dos capas, una interior y otra exterior. Siendo el espesor de la película despreciable, ambas capas tienen el mismo radio R, por lo cual la presión total será el doble de la calculada más arriba.

Con lo que precede, ¿hemos aclarado el aspecto paradojal del experimento? Comprendemos, sin cálculo, que si el radio es muy pequeño (una gran curvatura), las componentes f_n serán más grandes, siempre que en uno y otro caso las fuerzas f, tangenciales, tengan el mismo valor. Toda la demostración se basa, pues, *en el hecho experimental de que la tensión superficial de un líquido es constante,* lo que no ocurre con una membrana elástica. Si un globo de goma de radio $O\,A$ pasa a tener otro radio mayor $O\,A'$, las tensiones (cociente entre la fuerza y la longitud) f', son mayores que las tensiones f (fig. 79 a), en tanto

que en un globo de película líquida (fig. 79 b), dichas tensiones no varían.

Si es usted tan indiscreto que pregunda ahora por qué no varían esas tensiones, a pesar del estiramiento, en el caso de una película líquida, y por qué varían en el caso del caucho, yo podría armarle a usted un lío hablándole de las moléculas y de las fuerzas con que actúan unas sobre otras, pero lo más honrado es que le diga —en voz baja, naturalmente— que ignoro en absoluto el porqué de esa diferencia, que debemos aceptar como resultado de un hecho experimental. Si usted insiste, para tranquilizar su conciencia le diré que piense que al estirar una goma, que

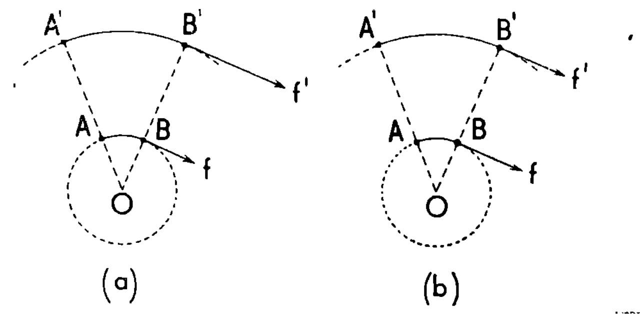


Fig. 79. — Película elástica y película líquida.

es un cuerpo sólido, aumentan las distancias que separan unas moléculas de las otras, y al aumentar esas distancias, las fuerzas se hacen mayores (cosas raras que suceden con las fuerzas moleculares, y que hacen que las moléculas efectúen movimientos vibratorios alrededor de una posición media de equilibrio), en tanto que al estirar una película líquida, ésta se hace más delgada y las moléculas siguen siempre estando a la misma distancia unas de otras.

Si *A B* y *C D* son las dos capas paralelas de una película líquida (fig. 80), estirándola podrán disponerse las moléculas de dichas capas según *A' B'* y *C' D'*, y si siguen siendo paralelas, existirá entre ambas una capa molecular menos, por lo cual la superficie *A' B'* se habrá hecho una vez y media mayor que la superficie *A B*, y lo mismo

acontecerá con respecto a la capa *C' D'*. Parecería, entonces, que de una película cuyas caras tienen la superficie *S* puede pasarse a otra de superficie igual a $\frac{3}{2}$ *S*, o a 2 *S*, sin que fueran posible los valores intermedios.

Nos encontramos así con que, para explicar una paradoja, tenemos que afrontar otra paradoja mayor. Esta paradoja nace de la suposición de que las dos capas superficiales de la película se deben mantener paralelas, o sea, que aquélla debe conservar siempre el mismo espesor en todas partes. En la parte inferior de la misma figura 79,

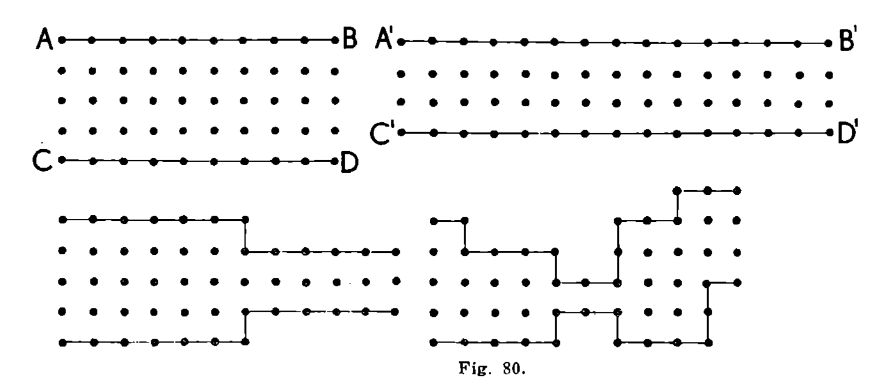


Fig. 80.

se ha supuesto otra distribución de las moléculas, según la cual el espesor de la película es variable. Lo que más choca en toda esta explicación es que el espesor de las películas líquidas, que vemos tan lisas, varíe bruscamente y en forma escalonada, siendo la altura mínima de cada escalón igual a la separación que existe entre dos moléculas vecinas.

El gran físico francés *Juan Perrin* se ocupó de este asunto, y logró medir, por medios ópticos, las alturas de estos escalones. Del principio del método empleado nos ocuparemos más adelante, y usted podrá, sin salir de su casa y sin emplear aparatos especiales, observar el espesor variable de estas películas líquidas, que tanto nos están preocupando. Antes de abandonar este tópico, quisiera res-

ponder a algunas preguntas que presumo quiere usted formular. En primer término, deseará saber por qué debe agregarse jabón al agua para que las pompas resulten consistentes. Si usted deja abierta la canilla del lavatorio, observará que en los lugares próximos a donde cae el chorro de agua se forman burbujas, que no son otra cosa que películas de agua pura, con aire dentro. Pero estas burbujas se rompen fácilmente, debido a que la tensión superficial del agua es muy grande. Las burbujas de cerveza son mucho más consistentes, porque la tensión superficial es menor.

Agregando jabón se logra disminuir la tensión superficial, y por ello aumenta la consistencia de las pompas. ¿Y por qué al agregar jabón disminuye la tensión superficial? No lo sé, como tampoco sé por qué los vapores de éter hacen que disminuya la tensión superficial del agua, lo que puede revelarse por medio de un experimento sumamente interesante. Para ello, haga flotar, sobre la superficie del agua de un plato, polvo de corcho o de azufre (fig. 81), y deje caer una gota de éter (seguramente que el farmacéutico de la esquina le regalará un frasquito de éter etílico si usted se lo pide amablemente) sobre dicha superficie. Verá de inmediato cómo todas las partículas se alejan rápidamente del lugar donde cayó la gota, formándose un círculo con centro en aquel punto. En realidad, basta con acercar a la superficie del líquido el tapón del frasco de éter, pues los vapores del mismo son ya suficientes para producir el fenómeno. Ocurre entonces como si por efectos del éter, las moléculas de la superficie del agua se durmieran y dejaran de atraerse, como lo hacen habitualmente, por efectos del sueño.

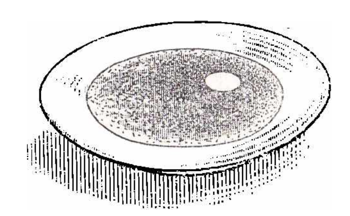


Fig. 81.

La tensión superficial del agua varía también con la presencia del alcanfor, por lo cual verá usted lo divertido que es observar los movimientos irregulares, de vaivén,

que experimenta un trocito de esa substancia al flotar sobre el agua. Como alrededor del trocito la tensión superficial es diferente, aquél es solicitado por fuerzas que se dirigen ya en un sentido ya en otro.

Para terminar con este asunto de la tensión superficial, le recomendaré efectúe un último experimento. Tome dos anillos, jabónese las manos y, sosteniendo a cada uno de ellos entre las yemas del pulgar y del índice de cada mano, júntelos y sepárelos luego con cuidado, de modo que se forme una película como la indicada en la figura 82. La forma geométrica de esta superficie recibe el nombre de *catenoide*, pues la generatriz de la misma es una *catenaria*. Se llama así la forma de la curva que adopta, por acción de su propio peso, una cadena flexible sostenida por sus extremos. La forma de la superficie de la película de la figura 82 tiene la propiedad de que en todos sus puntos la *curvatura total* es nula, al igual que en un plano. Ello es una consecuencia de la fórmula de Laplace, según la cual la presión producida por una película líquida es:

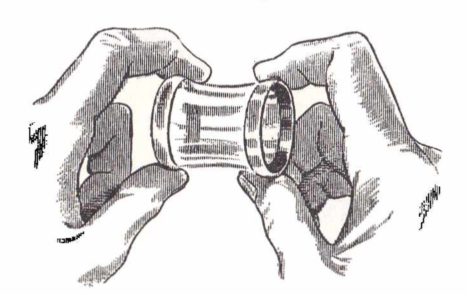


Fig. 82.

$$p = \alpha\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right),$$

en que R_1 y R_2 son los radios de curvatura principales de la superficie en el punto considerado. Como en ambas caras de la película se ejerce la presión atmosférica, la presión p debe ser nula, por lo cual

$$\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = O,$$

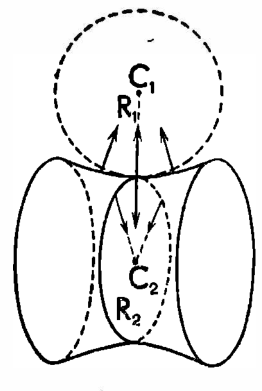


Fig. 83.

o sea: $$R_1 = -R_2,$$

como se ve en la figura 83 para el punto O de la superficie, que en el plano del círculo C_1 es cóncava, y en el normal, de centro C_2, convexa.

Paradojas hidro o aerodinámicas

Tome un carretel de hilo y sople fuertemente, por el orificio central, contra una pequeña hoja de papel colocada

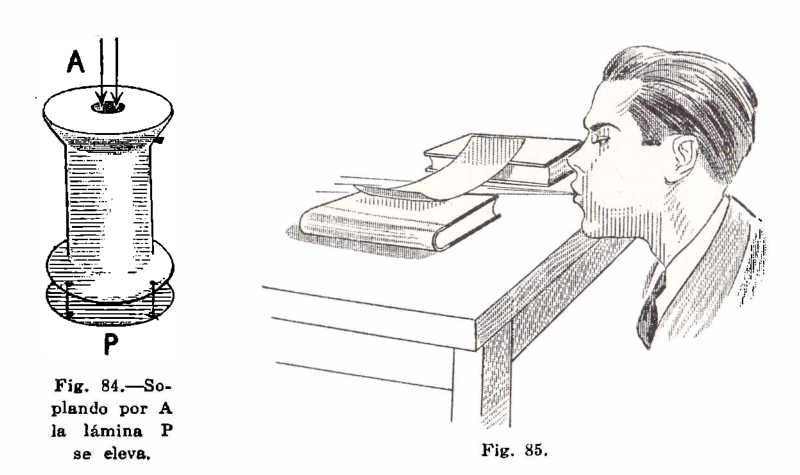


Fig. 84.—Soplando por A la lámina P se eleva.

Fig. 85.

en el otro extremo del tubo. Lo mejor será que sujete, mediante tres hilitos, el disco de papel al carretel, en la forma que muestra la figura 84. Observará entonces que cuanto más fuerte sopla por A, más se adhiere al carretel el disco P. Otra variante del mismo experimento es la siguiente: Coloque sobre dos libros (fig. 85) una hoja de papel, y sople luego fuertemente por el interior del hueco que queda entre la hoja de papel y la mesa, soplando contra esta última como si quisiera que el aire, después de "reflejarse" en la superficie de la mesa, hiciera levantar al papel. Verá que éste procede en forma opuesta a sus propósitos.

Si coloca un fósforo encendido frente a un espejo, y procede a soplar contra la superficie especular en las proximidades de la llama, ésta se dirigirá hacia el espejo, como si fuera atraída por la corriente de aire (fig. 86). Análogamente, si sopla en el espacio comprendido entre dos péndulos formados por dos pelotas livianas (fig. 87), de celuloide, observará que éstas se atraen fuertemente.

Si dispone de un aparato aspirador de polvo podrá efectuar estos experimentos "en grande", convirtiendo al

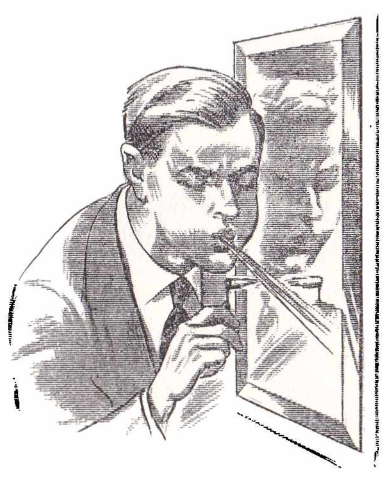


Fig. 86.

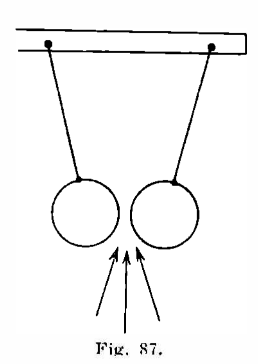


Fig. 87.

aspirador en soplador, con sólo conectar el tubo en la parte opuesta a la habitual. En este caso, podrá observar también cómo una pelota liviana se sostiene en forma estable en el chorro de aire que lanza el aparato.

Los resultados paradojales de los experimentos precedentes se explican por el llamado teorema de *Bernoulli*, que se obtiene como consecuencia inmediata del principio de conservación de la energía, y cuya deducción encontrará usted en cualquier tratado.

VII

LA FÍSICA EN CASA

(Continuación)

EXPERIMENTOS CON LA MÁQUINA NEUMÁTICA, SIN MÁQUINA NEUMÁTICA: *Rompevejigas. — Hemisferios de Magdeburgo. — Expansibilidad del aire. — No propagación del sonido en el vacío. — Fuente en el vacío. — Aplastamiento de una lata. — Importancia del mercurio. — Peso del aire.* — INSTRUMENTOS DE MEDIDA: *Medida de longitudes. — Esferómetro y tornillo micrométrico. — Método óptico. — Balanza de precisión. — Romana. — Balanza de Mohr. — Medidas indirectas.* — CALOR: *Cambios de estado. — Dilatación. — Dilatación de gases. — Calorimetría. — Higrometría. — Calor y trabajo.* — ÓPTICA: *Propagación rectilínea de la luz. Cámara obscura. — Diámetro aparente del Sol. — Determinación del meridiano, medida de la latitud y de la inclinación de la eclíptica. — Reflexión de la luz. — Distancia de la imagen virtual. — Refracción. — Reflexión total. — Fotometría. — Prisma. — Prisma de ángulo refringente pequeño. — Lentes. — Difracción. — Observación con luz monocromática. — Difracción por un orificio. — Redes de difracción. — La misma, medida con un disco de fonógrafo. — Interferencia. — Experimento de Young. — Medida de la longitud de onda por interferencias. — Experimento de Fresnel. — Polarización de la luz. — Polarización cromática.* — MAGNETISMO Y ELECTRICIDAD: *Electroestática. — Balanza de torsión. — Electrización por influencia. — Electróforo de Volta. — Otros experimentos. — Corriente eléctrica.* — REVELACIÓN EXPERIMENTAL DE LA ROTACIÓN DE LA TIERRA. — *Balanza de rotación. — Importancia didáctica de esta clase de experimentos.*

EXPERIMENTOS CON LA MÁQUINA NEUMÁTICA, SIN MÁQUINA NEUMÁTICA

La "máquina neumática" que se usará en los experimentos que siguen se basa en el mismo principio que el utilizado en las ventosas, que, probablemente, le habrán aplicado a usted alguna vez.

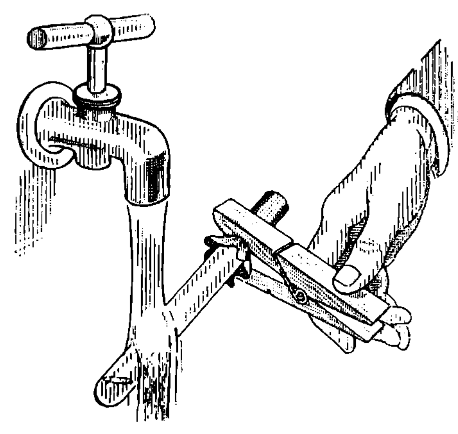


Fig. 88. — "Rompevejigas".

Rompevejigas

Tome un tubo de ensayo, coloque en él un poquito de agua y hágala hervir. Tape inmediatamente el tubo con una goma de globo, sujetándola con un broche de ropa. En el interior del tubo tiene usted agua y sus vapores a una temperatura próxima a los cien grados centígrados. Enfríe el tubo en una corriente de agua (fig. 88) y observará que la tela de goma, después de ir penetrando en el interior del tubo, se rompe estrepitosamente.

Hemisferios de Magdeburgo

Tome dos frascos de boca ancha iguales, y provéase de una arandela de goma que ajuste las bocas de los mismos.

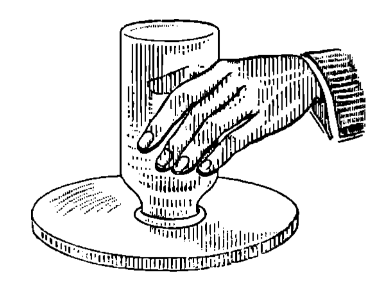


Fig. 89. — Presión atmosférica.

Conviene recubrir la goma y el borde de los frascos con vaselina, a fin de lograr un ajuste hermético. Puede efectuar el vacío, en cada uno

de los frascos, de la misma manera que en el experimento anterior, colocando en cada uno de ellos un poquito de agua a la que se hace hervir introduciéndolos en un recipiente con agua en ebullición. Si el agua del recipiente es salada, el agua pura de los frascos hervirá más fácilmente. Proceda luego a unirlos por sus bocas, interponiendo la arandela de goma. Verá que al enfriarse el agua, es bastante difícil separarlos. Más fácil, e igualmente ilustrativo, es utilizar un solo frasco y aplicarlo contra un plato o contra una goma gruesa y lisa (fig. 89).

Expansibilidad del aire

Introduzca en el frasco, cuando el agua está en ebullición, un globito de goma cerrado y con poco aire en su interior. Cierre inmediatamente el frasco en forma hermética, utilizando un tapón de goma con vaselina, o aplicando el plato y la arandela de goma del experimento anterior, y observará, al enfriar el frasco, la dilatación del aire contenido en el globo (fig. 90).

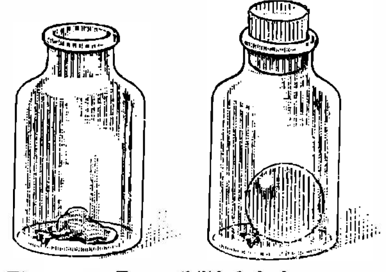


Fig. 90. — Expansibilidad de los gases.

No propagación del sonido en el vacío

Fig. — 91. El sonido no se propaga en el vacío.

Utilizando una horquilla, fije un cascabel en la parte inferior del tapón del frasco de los experimentos precedentes, y observará que al hacerse el vacío, el sonido emitido al sacudir el frasco casi no se percibe (fig. 91).

Para tener una idea acerca del grado de vacío que logra por este procedimiento, invierta el tubo o frasco utilizado sobre un plato con agua. Al en-

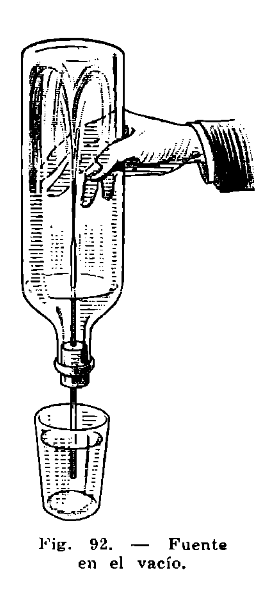


Fig. 92. — Fuente en el vacío.

friarse el frasco o tubo, si estaba lleno de *vapores*, y no sólo de aire caliente, el agua ascenderá y llenará casi por completo el recipiente, pues la tensión de los vapores, a temperaturas bajas, es muy pequeña.

Fuente en el vacío

Para realizar este experimento necesita hacer pasar un tubo por el centro del tapón (preferible de goma) de una botella, y taparla con él después de producir vapores en su interior. Al invertir la botella sobre un recipiente con agua (fig. 92), la fuente comenzará a funcionar no bien se enfríe aquélla. Conviene disponer de otro pequeño tapón de goma para el tubo.

Aplastamiento de una lata

Tome una lata de aceite y haga en ella el vacío por el procedimiento que ya conoce. Observará su deformación, debida a la presión atmosférica. Conviene que la lata tenga la forma de un paralelepípedo, pues las cilíndricas suelen resistir la presión sin deformarse.

Importancia del mercurio

Los experimentos precedentes son sólo cualitativos. Puede afirmarse que si en la Naturaleza no hubiera mercurio o un líquido análogo, de densidad comparable a la de aquel metal, se hubiera demorado muchísimo el conocimiento que tenemos acerca de la presión atmosférica y de las leyes de la compresibilidad de los gases.

Cierto es que hoy se fabrican manómetros metálicos, pero ellos se gradúan por comparación con manómetros de mercurio.

Además de su gran densidad, el mercurio tiene la ventaja de que la tensión de sus vapores, a temperatura ambiente, es sumamente pequeña. No disponiendo de mercurio, es imposible medir, ni siquiera aproximadamente, la presión atmosférica. Por esta razón no encontrará aquí ningún sustituto casero del experimento de Torricelli ni del referente a la comprobación de la ley de Boyle y Mariotte.

Peso del aire

Tome una lata cilíndrica, o bien un frasco, y colocando algo de agua en su interior, hágala hervir y ciérrela en seguida herméticamente. Se prestan particularmente para este experimento ciertas latas de sal que ya vienen con un pequeño tapón de goma. Una vez fría la lata, se la pesa, primero vacía y después con aire. La diferencia de ambas pesadas nos dará el peso del aire contenido en el recipiente.

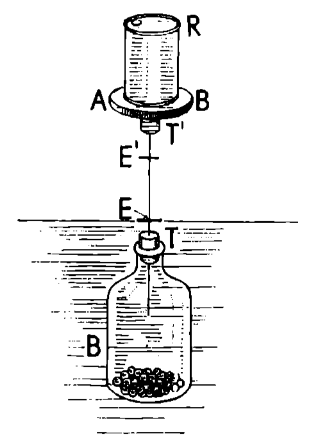


Fig. 93. — Modo de pesar el aire sin balanza.

Usted creerá que yo me he olvidado de que en su casa no tiene balanza alguna de precisión, pero no es así. La balanza con la cual podrá usted efectuar sus pesadas consistirá, en este caso, en una simple botella. Tome para ello una aguja de tejer y atraviese con ella una tapa de lata *A B*, luego un tapón *T'*, y por último el tapón *T* de la botella *B* (fig. 93).

Coloque municiones, en el interior de esta botella, de tal modo que introduciéndola en el agua de la bañera se

sumerja hasta el punto *E* de la varilla, cuando sobre el platillo *A B* está colocado el recipiente *R vacío.*

Le convendrá tener también algunas municiones en el platillo *A B*, que irá quitando o agregando, hasta conseguir que todo el aparato flote, sumergiéndose sólo hasta un punto de enrase conveniente. Si abre usted ahora el recipiente *R*, entrará en él aire, y el aparato se introducirá algo más en el agua, hasta alcanzar un punto *E'*. ¿Cuál es el peso del aire que ha entrado en el recipiente? Por el principio de Arquimedes, dicho peso debe ser igual al peso de un volumen de agua igual al volumen de varilla comprendido entre los enrases *E* y *E'*. Para conocer este volumen deberá medir previamente el diámetro de la varilla, y luego la distancia comprendida entre los puntos *E* y *E'*.

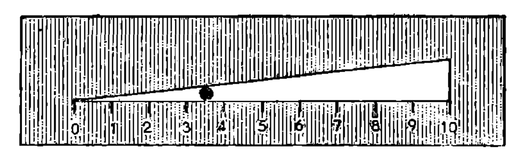


Fig. 94. — "Aparato" para medir diámetros de alambres.

En cuanto a la medida del diámetro de la varilla, puede para ello construir en cartulina el "aparato" que se representa en la figura 94, calando en el cartón un triángulo en que el cateto menor valga 1 cm y el mayor 10 cm. De este modo, pegando convenientemente una tirilla de papel milimetrado sobre el cateto mayor, podrá determinar el diámetro de un alambre cualquiera, apreciando casi hasta el décimo de milímetro. En el caso de la figura, la varilla tiene un diámetro de 3,5 mm, o sea, 0,35 cm. La sección de la misma resulta entonces igual a 0,096 cm², y con dicha varilla consignaremos, a título de ejemplo, que la diferencia entre los dos enrases resultó ser, en un experimento, de 7 cm. El volumen de agua desalojada por el peso del aire fué, por lo tanto:

$$0{,}096 \text{ cm}^2 \times 7 \text{ cm} = 0{,}672 \text{ cm}^3.$$

Como 1 cm³ de agua pesa 1 gramo, el aire del recipiente pesaba 0,672 gramos. Se encontró, además, que el volumen interior del recipiente era de 550 cm³. Para hallar este

valor se le pesó primero con el poco de agua que había servido para efectuar en él el vacío, y luego se le volvió a pesar lleno de agua. La diferencia fué de 550 gramos. Resulta entonces que 1 litro de aire pesa 1,22 gramos. Les recuerdo que 1 litro de aire seco, a la presión normal y a 0°C de temperatura, pesa 1,293 gramos.

Si usted efectúa prolijamente una medida de esta clase, y logra superar las pequeñas dificultades que se le irán presentando, le aseguro que su esfuerzo se verá ampliamente compensado por una gran satisfacción. Le quedará además, como saldo, "su balanza", que no es otra cosa que un aerómetro de Nicholson, con el cual podrá pesar un anillo o una moneda, con la misma facilidad con que el almacenero pesa un paquete de sal.

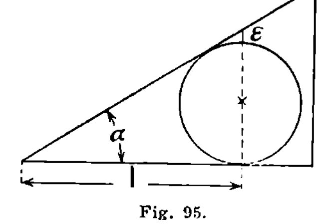


Fig. 95.

Observación: Para la medida del diámetro de la varilla, siendo la tangente del ángulo igual a 0,1, basta con tomar (fig. 95), para dicho valor, la décima parte de la longitud l. Si el ángulo α fuera más grande, se cometería con ello un error apreciable, pero para el caso supuesto, el error es tan sólo de 0,25 por mil, pues efectuando el cálculo resulta para el diámetro D el valor:

$$D = l \times 0{,}09976.$$

Se obtiene este valor, observando que el radio R es:

$$R = l \, . \, tg \frac{\alpha}{2},$$

y siendo

$$\operatorname{tg} \alpha = 0{,}1, \quad \text{resulta:} \quad \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = 0{,}004988$$

Si l es, por ejemplo, igual a 10 cm, tomaremos para el diámetro D el valor 10 mm. Si calculáramos exactamente,

deberíamos tomar para el diámetro el valor 9,976 mm. Sería enteramente ridículo preocuparse por una diferencia de unos 2 centésimos de milímetro, cuando los errores provenientes de la construcción del aparato y de la determinación exacta del lugar del contacto superan en mucho a aquella cantidad. El mismo dispositivo puede ser empleado para la medida de diámetros de tubos o anillos, construyendo para ello una cuña de cartón o lata.

INSTRUMENTOS DE MEDIDA

Medida de longitudes

En el párrafo anterior vimos una manera sencilla de construir un aparato para medir con él, con bastante precisión, el diámetro de un alambre o de una varilla. En realidad, hubiéramos podido efectuar dicha medida sin tomarnos el trabajo de construir aparato alguno. Para ello basta apoyar el extremo de una regla sobre una mesa horizontal (fig. 96) y medir a, b y h. El diámetro x del alambre será tal que:

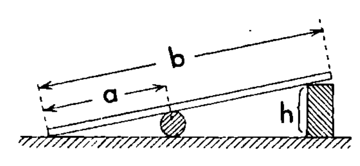


Fig. 96. — Medida del diámetro de una varilla.

$$\frac{x}{h} = \frac{a}{b}.$$

Esferómetro y tornillo micrométrico

Con un tornillo de los que se emplean en las manijas o tiradores de ciertos cajones, y que se consiguen por pocos centavos en cualquier ferretería, es fácil construir un esferómetro como el representado en la figura 97. *A B* es una pequeña tablita, que se atraviesa con dos clavos o tornillos fijos: C_1 y C_2. El tornillo móvil pasa por el punto me-

dio, y debe adaptársele un círculo de cartón o lata, dividido en 48 ó 96 partes iguales (la división del círculo en 100 partes iguales ofrece algunas dificultades). La reglita V sirve para medir el número entero de vueltas que avanza el tornillo en uno u otro sentido, y conviene pegar a la misma una tirilla de papel milimetrado. Para medir con este aparato el radio de curvatura de un lente, se comienza por colocar a éste sobre una superficie plana (mármol o cristal), y se gira el tornillo central hasta que las tres puntas se apoyen sobre el plano. Se determina así el *cero* de la reglilla y el del disco. Se lo aplica luego sobre la superficie esférica o cilíndrica cuyo radio se desea hallar, y se miden las vueltas y las fracciones de vueltas que deben darse al tornillo para que las tres puntas se apoyen sobre la misma.

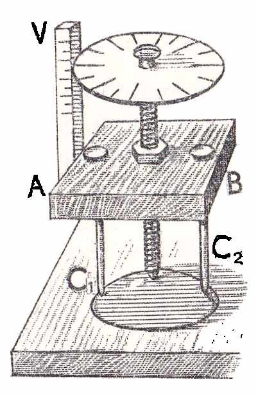


Fig. 97. — Esferómetro.

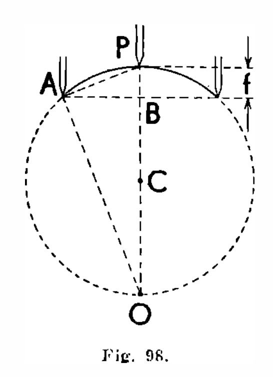


Fig. 98.

Ejemplo: La distancia entre las puntas C_1 y C_2 es de 3 cm; el paso del tornillo, 1 mm. El disco está dividido en 48 partes. Aplicando el aparato sobre un lente, debe girarse el tornillo una vuelta entera, más tres divisiones del disco. La *flecha* f (fig. 98) resulta entonces igual a:

$$f = 1 \text{ mm} + \frac{3}{48} \text{ mm} = 1{,}06 \text{ mm}.$$

El resultado de la operación aritmética es igual a 1,0625 mm, pero sería vano creer que nuestra precisión alcanzará a los diez milésimos de milímetro, por lo cual nos limitaremos a consignar sólo las dos primeras cifras

decimales. Como se ve en la figura, por la semejanza de los triángulos $A\,B\,P$ y $A\,B\,O$, se tiene:

$$\frac{P\,B}{A\,B} = \frac{A\,B}{B\,O}$$

Llamando a al segmento $A\,B$, igual, en nuestro ejemplo, a 15 mm, por ser $P\,B$ la flecha f, será $B\,O$ igual a $2\,R - f$, si R representa el radio buscado, con lo cual:

$$\frac{f}{a} = \frac{a}{2\,R - f}; \qquad R = \frac{f}{2} + \frac{a^2}{2\,f},$$

resultando R igual a unos 105 mm. Al aplicar esta fórmula puede, en general, ser despreciado el término $\frac{f}{2}$, y basta con calcular el radio tomando:

$$R = \frac{a^2}{2\,f}.$$

Como, además, la flecha f se halla dividiendo el número de divisiones D en que se gira el tornillo por el número 48, resulta para R:

$$R = \frac{24\,a^2}{D}.$$

En nuestro caso, por ser a igual a 15 mm, se obtiene:

$$R = \frac{24 \times 15^2}{D} = \frac{5300}{D}\ \text{mm.}$$

El valor 5300 es *la constante* de nuestro aparato. En el ejemplo precedente, D resultó ser igual a 51 (una vuelta, más tres divisiones, o sea $48 + 3$), por lo cual obtenemos R directamente en milímetros, efectuando la operación:

$$R = \frac{5300}{51} = 104\ \text{mm.}$$

Naturalmente que el mismo esferómetro puede ser utilizado como tornillo micrométrico, y medir con él pequeños espesores.

Método óptico

Si se desea hallar el diámetro de un hilo de coser o de un cabello, el tornillo micrométrico no es apropiado, pues el hilo o el cabello se aplastan por la presión del mismo. Se procede entonces a observarlos con un microscopio, provisto de un micrómetro. Pero también se puede sustituir este instrumento de muchas maneras. Si usted dispone de un proyector cinematográfico, puede proyectar sobre una pantalla la imagen nítida del hilo o del cabello, y medir sobre la misma el ancho de ambas imágenes.

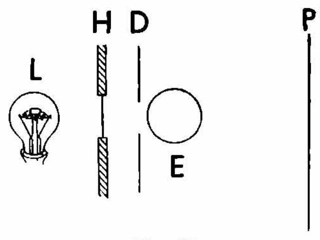


Fig. 99.

Si el cuadrito de la linterna tiene un ancho de 1 cm, y en la proyección aparece amplificado a 1 m, el aumento será igual a 100, por lo cual, si el hilo tuviera un diámetro de 0,2 mm, aparecerá como una gruesa soga de 2 cm de diámetro, apreciándose también en la imagen las barbas del mismo, imperceptibles a simple vista. Un cabello común, visto con ese aumento, aparece con un espesor de 6 ó 7 mm.

Si usted no dispone de un proyector, puede fabricarlo si posee una lupa, o sea un simple lente de aumento, y si tampoco dispone de una lupa, quizá tenga en su casa una esfera de vidrio, como las empleadas para adorno en algunos artefactos eléctricos. En este último caso, utilice la esfera *E* como lente, e iluminando el hilo *H* (fig. 99) con una lámpara *L*, proyecte la imagen del mismo sobre la pantalla *P*. Para que la imagen resulte nítida, utilice sólo la parte central de la esfera, para lo cual debe intercalar en el trayecto de los rayos un cartón con un orificio, que es el diafragma *D* de la figura. Naturalmente que para

que la habitación quede a obscuras, deberá recubrir convenientemente la lámpara *L*.

Si no dispusiera de un proyector cinematográfico, ni de una lupa, ni de una esfera de cristal, y estuviera empeñado en conocer el diámetro de los sedosos cabellos de su amada, podrá lograrlo igualmente, y con la misma prosaica precisión, si tiene a mano un simple vaso de vidrio cilíndrico, o aproximadamente cilíndrico, de paredes lisas. Disponiendo la lámpara, el hilo, el vaso con agua y la pantalla en la forma que muestra la figura 100, bastará me-

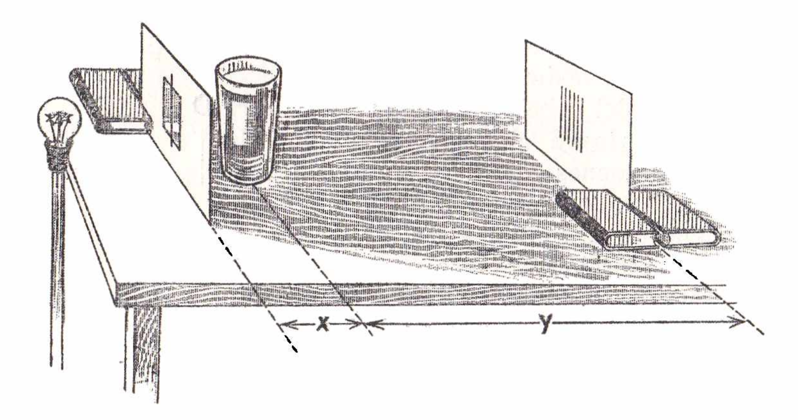


Fig. 100. — Para medir, ópticamente, el diámetro de un hilo.

dir el ancho a de la imagen, y las distancias x e y del hilo y su imagen al eje del vaso. El diámetro d del mismo será:

$$d = a \frac{x}{y} \cdot$$

De esta manera podrá medir también el ancho de una estrecha ranura formada con dos hojas de afeitar, y que utilizaremos más tarde para efectuar con ella interesantes experimentos de óptica.

Balanza de precisión

Ya es hora de que usted disponga en "su laboratorio" de una buena balanza de precisión. Para construirla, sólo necesita un broche de los utilizados para sujetar ropa, una aguja de tejer de 20 ó 30 cm de largo, dos agujas o alfileres, y un soporte, que podrá ser un frasco de vidrio o un simple vaso. En la figura 101 se ve la cruz de la balanza, formada por la aguja de tejer, que pasa por el orificio formado por el resorte del broche. Como sería muy casual que el diámetro de la aguja fuera tal que ajustara perfectamente en el orificio, será necesario calzarlo con alguna cuña, consistente, por ejemplo, en un trozo de palillo de dientes. Las cuchillas de la cruz serán las dos agujas o los alfileres (preferible agujas, que son más rígidas), clavados a uno y otro lado del broche, en dirección perpendicular a la cruz, algo más abajo del orificio del resorte y, en lo posible, ambos rectamente alineados. En la parte inferior del broche se sujetará un trozo de lápiz, que será el fiel de la balanza, y que, al mismo tiempo, hará bajar algo el centro de gravedad de la cruz, que debe estar por debajo de las cuchillas.

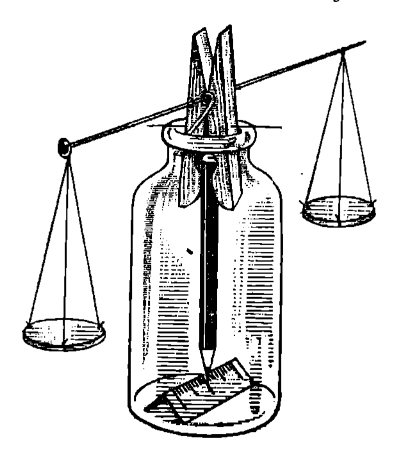


Fig. 101. — Balanza de precisión.

Antes de colocar los platillos, el aparato puede servir para verificar, en forma magnífica, la ley de equilibrio de la palanca. Para ello pueden utilizarse hojas de afeitar. Se observa así que dos hojas iguales, colocadas a ambos lados, se equilibran si sus brazos son iguales; que una sola hoja puede equilibrar a dos o a tres colocadas del otro lado, siempre que el brazo de acción de la primera sea doble o triple del de las segundas, etc. (fig. 102).

Los platillos pueden consistir en dos tapas iguales de cartón, sujetas por tres hilos en los extremos de la cruz. Para que el punto de suspensión de los platillos no varíe, conviene practicar pequeñas hendiduras en los lugares donde aquéllos se sujetan, con una lima.

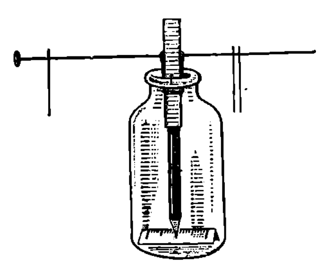


Fig. 102. — Ley de la palanca.

Por último, se colocará en el interior del frasco, soporte de la balanza, una cartulina graduada en divisiones iguales, frente a la cual efectuará su recorrido el fiel de la balanza, al oscilar.

En cuanto a su "caja de pesas", ésta puede consistir en algunas hojas de afeitar, monedas o fósforos. No importa, para una gran cantidad de determinaciones, el conocimiento del peso en gramos (mejor sería decir la masa) de determinado cuerpo.

Colocando la balanza sobre el borde de una mesa, puede ser utilizada como balanza hidrostática, y del peso de un mismo cuerpo en el aire y sumergido en el agua (fig. 103) puede obtenerse su densidad relativa al agua.

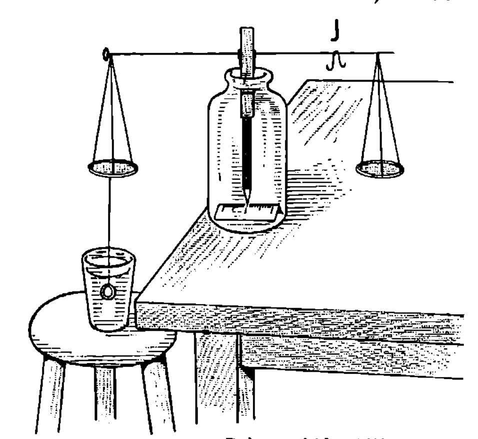


Fig. 103. — Balanza hidrostática.

Así, por ejemplo, supongamos que en el aire un anillo sea equilibrado por 50 fósforos, y sumergido en el agua, por 47. El empuje es igual a la diferencia de ambas pesadas, por lo cual, un volumen de agua igual al del anillo tiene un peso de 3 fósforos, y de aquí, la densidad, *d*, del anillo será:

$$d = \frac{50}{3} = 16,7.$$

JINETILLO. — Para apreciar fracciones de peso inferiores, en nuestro caso, al "fósforo", basta tomar un fósforo, doblarlo y colocarlo sobre la cruz.

Si se divide ésta en 10 partes iguales, desde la cuchilla hasta el punto de suspensión de los platillos, cada división representará un décimo del peso colocado en ella (fig. 103).

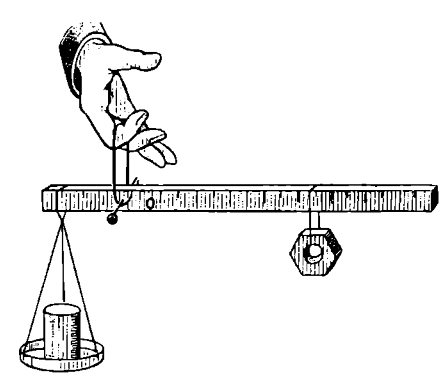


Fig. 104. — Romana.

Romana

Se puede construir esta balanza en forma análoga a como se ha construído la anterior, o bien utilizando una regla, en la forma que muestra la figura 104.

Balanza de Mohr

Para hallar la densidad de líquidos puede utilizarse la balanza común, pesando para ello un mismo cuerpo, sumergido en el agua y en el líquido cuya densidad se busca.

Se obtienen resultados muy precisos y rápidos con la balanza de Mohr, cuya construcción no ofrece tampoco dificultad alguna. Trátese, en primer lugar, de que el pequeño frasco *F* (fig. 105), cerrado y con algunas municiones en su interior, suspendido en el extremo del brazo largo de la balanza, se equilibre con una

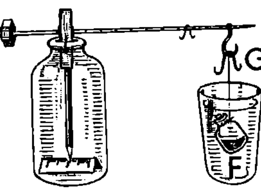


Fig. 105. — Balanza de Mohr.

tuerca o cualquier otro contrapeso colocado en el extremo del brazo corto. Una vez hecho esto, colóquese el frasco *F* en el interior de un vaso con agua. Para restablecer el equilibrio, habrá que colgar del gancho *G* un alambre, que se irá recortando poco a poco, hasta lograr el objeto deseado. El peso de este alambre es igual al empuje que experimenta el frasco *F* estando sumergido en el agua. Diremos que este empuje es igual a *1*, y nuestro alambre tendrá un peso igual a la unidad. Conviene disponer de dos alambres iguales, de peso unitario. Se trata ahora de que usted se ingenie y logre cortar otro alambre más delgado que el anterior, y cuyo peso sea lo más exactamente posible igual a la décima parte del peso unitario. Para ello utilizará usted su balanza común, que supongo ya ha construído. El brazo largo de la balanza que estamos construyendo debe ser dividido en diez partes iguales, y ya con esto podemos comenzar a determinar la densidad del vino o del aceite, de la leche o del agua salada, etc. Si se trata de agua salada, por ejemplo, ya no bastará para restablecer el equilibrio el que coloquemos en el gancho *G* la pesa unitaria.

Si el equilibrio se lograra con la pesa unitaria en *G*, y la que pesa un décimo también en *G*, el empuje valdría 1,1, y ésta sería la densidad del agua salada. En el caso de la figura, en que la pesa de un décimo está colocada en la séptima división, el empuje vale 1,07, y es ésta, en consecuencia, la densidad del líquido utilizado.

Medidas indirectas

Hemos visto ya varios ejemplos de mediciones indirectas, y veremos todavía, en lo que sigue, algunos más.

No es, ni puede ser, en forma directa la determinación de la masa de los átomos o de la distancia que nos separa de las estrellas, por lo cual las medidas indirectas tienen gran importancia. Así, por ejemplo, midiendo el tiempo de oscilación de un cuerpo suspendido puede determinarse su momento de inercia, y el módulo de elasticidad de una

varilla se determina con mucha precisión midiendo la velocidad con que se propaga el sonido en la misma.

Daremos aquí un ejemplo simple de una determinación indirecta. Supongamos que queremos determinar el llamado *coeficiente de restitución.*

Si una pelota rebota contra una pared, el coeficiente de restitución es igual al cociente entre la velocidad que adquiere la misma después del choque y la velocidad que tenía antes de chocar. En los cuerpos perfectamente elásticos (no existe ningún cuerpo que lo sea en absoluto), el coeficiente de restitución es igual a la unidad, y en los absolutamente plásticos (tampoco los hay en forma absoluta), dicho coeficiente vale cero. En las substancias reales, el coeficiente de restitución varía entre cero y uno.

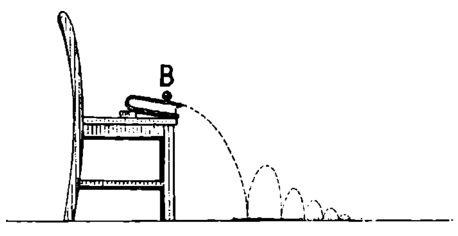


Fig. 106. — Grabando los impactos sucesivos de una bolita.

Tomemos una bolita de vidrio, acero o marfil, y tratemos de determinar el valor de dicho coeficiente cuando

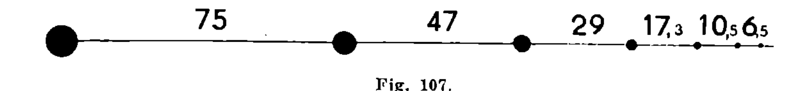


Fig. 107.

aquélla choca contra un mármol o contra una baldosa. Si la dejamos caer verticalmente, desde una altura h, sobre un plano horizontal, alcanzará después del choque una altura menor: h'.

La velocidad V, al chocar contra el suelo, será $\sqrt{2\,g\,h}$, y la velocidad V', después del choque, estará dada por $\sqrt{2\,g\,h'}$, por lo cual el coeficiente de restitución ε será

$$\varepsilon = \frac{v'}{v} = \sqrt{\frac{h'}{h}}\,.$$

Si suponemos $h = 100$ cm, y $h' = 64$ cm, el coeficiente de restitución será igual a 0,8. Una medida realizada de esta manera, ya es indirecta, pero como la medida de las alturas que va alcanzando la esfera en los rebotes sucesivos no es fácil de efectuar, mediremos el mismo coeficiente en forma algo más indirecta todavía. Para ello, coloquemos sobre la superficie horizontal de choque una hoja de papel delgada, cubierta con otra de papel carbónico, y dejemos caer nuestra bolita B sobre la hoja, en la forma que muestra la figura 106. Retirando el carbónico, observaremos las marcas de los impactos en la forma que indica la figura 108. Si la superficie sobre la que se apoya el papel es bien plana, todas las marcas aparecerán en línea recta, y se observará que el diámetro de dichas marcas va disminuyendo. Estas marcas miden el aplastamiento que experimenta la bolita en cada choque. En la figura 107 se han indicado, en milímetros, las distancias sucesivas obtenidas en un experimento en el cual se utilizó una esfera de acero. La superficie de choque era una losa de mármol. Se observa que el cociente entre dos recorridos sucesivos se mantiene aproximadamente constante:

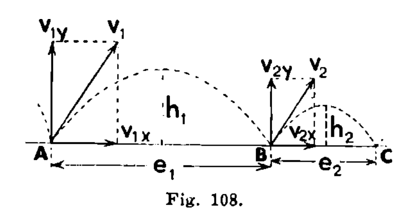


Fig. 108.

$$\frac{47{,}0}{75{,}0} = 0{,}627; \quad \frac{29{,}0}{47{,}0} = 0{,}617; \quad \frac{17{,}3}{29{,}0} = 0{,}597;$$

$$\frac{10{,}5}{17{,}3} = 0{,}607; \quad \frac{6{,}5}{10{,}5} = 0{,}619.$$

Las raíces cuadradas de estos cocientes tienen los valores siguientes:

0,790; 0,787; 0,772; 0,779; 0,787.

El término medio de estos valores es 0,783, por lo cual

tomaremos, para el coeficiente de restitución de la esfera utilizada, el valor

$$\varepsilon = 0,78.$$

Es fácil probar que el coeficiente de restitución puede hallarse en la forma indicada.

Si llamamos V_1 a la velocidad con que rebota la esfera luego del primer choque en A (fig. 108), y descomponemos dicha velocidad en sus componentes horizontal y vertical V_{1x} y V_{1y} con la misma velocidad V_1 y las mismas componentes, chocará, luego de describir un arco de parábola, en el punto B. De allí seguirá con la velocidad V_2, cuyas componentes son V_{2x} y V_{2y},

Los espacios recorridos serán:

$$e_1 = V_{1x} . t_1 ; \; e_2 = V_{2x} . t_2,$$

siendo t_1 el tiempo que tarda la esfera en ir de A a B, y t_2, de B a C.

Estos tiempos son iguales al doble de los empleados por la esfera en "caer" desde las alturas h_1 y h_2, por lo cual

$$h_1 = \frac{1}{8} g \, t_1^2 ; \; h_2 = \frac{1}{8} g \, t_2^2 .$$

Además, se tiene:

$$V_{1y} = \sqrt{2 g h_1} ; \qquad V_{2y} = \sqrt{2 \, g \, h_2},$$

por lo cual,

$$\frac{e_2}{e_1} = \frac{V_{2x}}{V_{1x}} . \frac{t_2}{t_1} = \frac{V_{2x}}{V_{1x}} . \sqrt{\frac{h_2}{h_1}} = \frac{V_{2x}}{V_{1x}} , \frac{V_{2y}}{V_{1y}} .$$

o sea:

$$\frac{e_2}{e_1} = \varepsilon^2 ; \qquad \varepsilon = \sqrt{\frac{e_2}{e_1}} .$$

Para que el experimento resulte bien, es necesario que la superficie de choque sea plana. Utilizando una bolita de vidrio o de piedra, siempre podrá encontrar usted en alguna parte del patio de su casa alguna baldosa suficientemente plana para realizar con éxito este experimento.

Observe que, de paso, ha comprobado también la igualdad de los ángulos de incidencia y reflexión en el choque, pues sólo así los cocientes

$$\frac{V_{2x}}{V_{1x}} \quad \text{y} \quad \frac{V_{2y}}{V_{1y}}$$

son iguales, e iguales, a su vez, a $\frac{V_2}{V_1}$.

Si representa gráficamente los espacios e_1; e_2; e_3; etc., tomando para cada uno de ellos, en las abscisas, los números 1, 2, 3, etc., obtendrá cierta curva. Pero si representa en las ordenadas los logaritmos de aquellos espacios, obtendrá una recta. Lo mismo ocurre con los movimientos vibratorios amortiguados. Si usted se ingenia y mide la amplitud de las oscilaciones de un péndulo, digamos, cada cinco oscilaciones sucesivas, observará también que el logaritmo de dichas amplitudes va decreciendo linealmente. Interpretando los datos de la figura 108 como las amplitudes sucesivas de un movimiento oscilatorio amortiguado, el llamado *decrecimiento logarítmico* de las oscilaciones sería igual a 0,62.

CALOR

Cambios de estado

Con naftalina, y utilizando un tubo de ensayo o una cacerolita, podrá usted observar fácilmente la fusión, la vaporización y la ebullición de dicha substancia, así como la condensación de los vapores y la solidificación. Si dis-

pone de un termómetro, podrá determinar los puntos de fusión y ebullición, y observar el interesante fenómeno de la sobrefusión. Que el agua en estado sólido ocupa mayor volumen que el agua en estado líquido, ya lo habrá advertido al observar cómo un trozo de hielo flota en el agua, pero lo interesante de este fenómeno es que, de su cuidadosa observación, se obtiene una prueba directa del principio de Arquímedes. Si se tiene un vaso con agua lleno hasta el borde, y un trozo de hielo flotando en él, se observa, al fundirse el hielo totalmente, que el agua no se derrama (fig. 109), por lo cual debe admitirse que el trozo de hielo, una vez fundido, ocupa un volumen igual al que ocupaba sólo la parte sumergida. Luego, el peso total del trozo de hielo es igual al peso de un volumen de agua igual al de la parte sumergida. Pero este trozo de hielo está flotando, y debe recibir, en consecuencia, un empuje hacia arriba igual a su peso. Se desprende de aquí que dicho empuje es igual al peso del líquido desalojado.

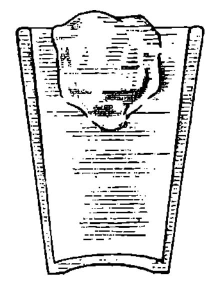


Fig. 109.

Dilatación

Para comprobar que una varilla se dilata al ser calentada, puede utilizarse una instalación como la indicada en la figura 110. Una aguja de tejer de unos 40 cm de longitud se coloca sobre dos frascos, F_1 y F_2, de tal modo que el extremo A de la aguja se apoye contra una pared, mientras la punta B de la misma presiona contra un espejito E, que puede girar sobre un eje horizontal. La luz de una lámpara L es proyectada por el espejo contra la pared opuesta de la habitación, observándose en ella una mancha luminosa, semejante a la superficie del espejo utilizado. Al ser calentada la varilla, se observa el desplazamiento de la mancha luminosa. Se obtiene mayor nitidez si se intercala en el trayecto de los rayos un lente L', que pro-

yecte en *P* la imagen del filamento de la lámpara. Como este lente no es indispensable, en nuestra figura lo hemos indicado con puntos. Si se quiere ser aún más prolijo, se intercalará entre el lente *L* y la lámpara una ranura horizontal, de tal modo que el lente proyecte sobre *P* la imagen de esta ranura. En cuanto a la ranura, puede ser construída recortando en una tapa de cartón un rectángulo de tamaño conveniente.

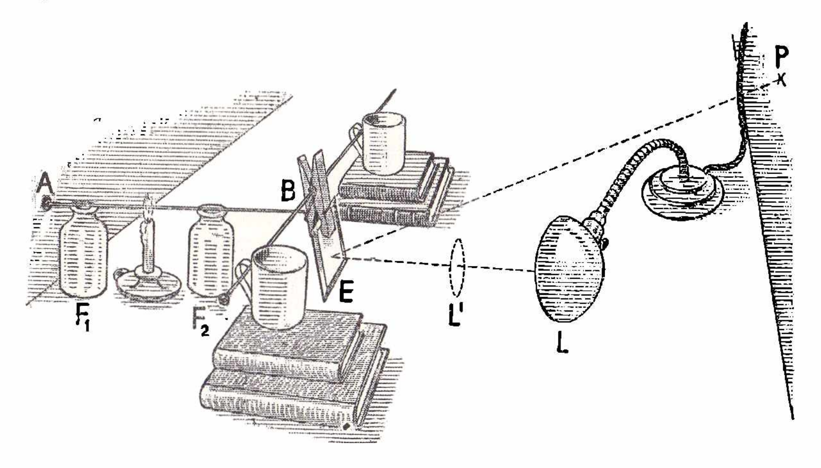


Fig. 110. — Para observar la dilatación de una varilla por medio de un espejo.

El dispositivo descripto es apto para una observación "objetiva", en el sentido de que pueden ser varios los observadores que perciban simultáneamente el desplazamiento de la mancha luminosa sobre la pared. Para una observación "subjetiva", basta con que el observador se coloque en una posición fija, observando desde ella la imagen dada por el espejo de un punto cualquiera, o de una escala, fija en determinado lugar. La manera de pasar de esta instalación improvisada a la construcción de un aparato es tan simple, que no insistiremos en ello.

Si usted quiere saber el valor de la dilatación que experimenta la varilla, no tiene más que colocar entre la punta de la misma y la cara posterior del espejo donde aquélla se apoya un trozo de hoja de afeitar, y ver cuánto

se desplaza la mancha luminosa con la interposición de la hoja. Si conoce el espesor de ésta, una simple proporción le permitirá calcular la dilatación de la varilla.

Para la medida del coeficiente de dilatación lineal de la varilla utilizada habría que saber en cuántos grados ha sido elevada la temperatura de la misma, y esto es ya un asunto más difícil, pues aparte de requerir un termómetro, sería necesario calentarla en forma homogénea. Esta operación no es posible realizarla en forma improvisada.

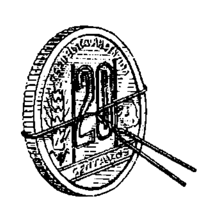


Fig. 111. — Experimento de Gravesande.

Para la realización del conocido experimento de *Gravesande*, puede tomarse una moneda y retorcer sobre uno de sus diámetros un alambre (fig. 111). La moneda, que pasará en forma ajustada por el alambre, deja de poder pasar por él si se la calienta. Para calentarla, basta con pasearla sobre una llama, utilizando una pinza.

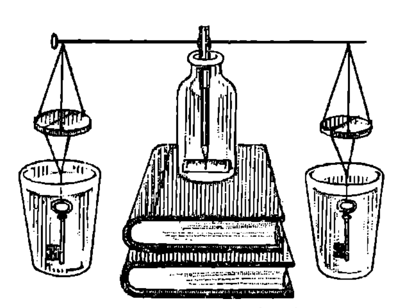


Fig. 112. — Dilatación del agua.

La dilatación de los líquidos por la acción del calor se observa en los termómetros, y si se quiere observar la dilatación del agua, puede hacerse de la manera indicada en todos los textos. Como para ello es necesario disponer de un balón de vidrio, provisto de un tapón de goma atravesado por un tubo de pequeño diámetro, de todo lo cual, seguramente, usted no dispone, le propongo verifique dicha dilatación en la forma siguiente: Coloque en ambos platillos de su balanza dos llaves iguales, cada una de ellas sumergida en un vaso con agua (fig. 112).

Procure, agregando pesos convenientes de uno u otro lado, que la balanza se encuentre en equilibrio cuando la temperatura del agua en ambos vasos sea la misma. Si calienta ahora el agua de uno de los vasos, observará que

la llave colocada en él parece más pesada. Esto se debe a que la densidad del agua ha disminuído, como consecuencia de su aumento de volumen. Si su balanza no es suficientemente sensible, opere con un cuerpo que tenga, relativamente, un volumen grande. Sepa que es de esta manera como se efectúan las medidas de precisión que permiten conocer el valor de la dilatación del agua a diferentes temperaturas. Lo que se halla es la densidad, y, desde luego, debe conocerse por medidas previas la dilatación que experimenta el sólido utilizado.

Dilatación de gases

Tómese un tubo de ensayo y caliénteselo de cualquier manera. Invirtiéndolo luego sobre una taza con agua (fig. 113), se observará que al irse enfriando el aire contenido en el tubo, el agua sube algo.

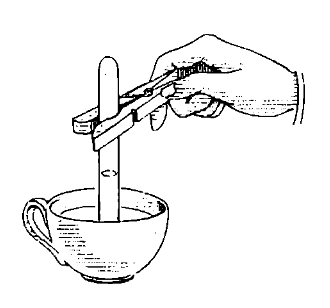


Fig. 113. — Para determinar el coeficiente de dilatación de los gases.

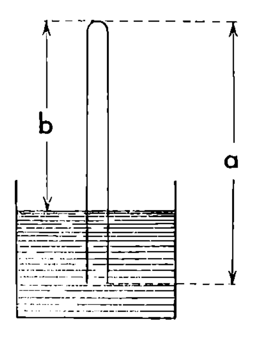


Fig. 114.

Para determinar en forma aproximada el coeficiente de dilatación del aire, caliéntese el tubo colocándolo en el interior de una pava que contenga agua en ebullición. De este modo, la temperatura inicial del aire del tubo será, muy aproximadamente, igual a 100° C. Al invertirlo luego sobre el recipiente que contiene agua fría, introducimos el tubo en él hasta que el nivel del agua dentro y fuera del tubo sea el mismo. Al hacer esta operación, utilizando una

esponjita echamos agua fría sobre el tubo, para lograr el enfriamiento del aire que contiene. Supondremos que utilizamos agua a 0° C, para lo cual deberemos colocar algunos trozos de hielo en el recipiente que estamos utilizando. El coeficiente de dilatación α está dado por la relación:

$$\alpha = \frac{V_{100} - V_0}{100\ V_0}$$

siendo V_{100} y V_0 los volúmenes ocupados por el gas a 100° C y 0° C, respectivamente. Si el tubo es cilíndrico, dichos volúmenes son proporcionales a las magnitudes a y b, representadas en la figura 114, por lo cual

$$\alpha = \frac{a - b}{100\ b}.$$

Ejemplo: Se obtuvo en una medida $a = 20$ cm; $b = 13$ cm, de donde

$$\alpha = \frac{20 - 13}{1300} = \frac{1}{185} \left[\frac{1}{°C}\right].$$

El valor de α es $\frac{1}{273°\ C}$ por lo cual el error cometido ha sido muy grande. La causa está en haber utilizado aire húmedo. Con aire seco se hubiera obtenido:

$$a = 20 \text{ cm} \qquad b = 14{,}6 \text{ cm}$$

$$\alpha = \frac{20 - 14{,}6}{1460} = \frac{1}{270} \left[\frac{1}{°C}\right].$$

Calorimetría

Disponiendo de un termómetro, las medidas calorimétricas realizadas por el método de las mezclas son de lo más simple. Sin él, sólo pueden efectuarse medidas de esta clase utilizando un calorímetro de hielo. Éste puede con-

sistir, simplemente, en un trozo de hielo, al cual se le practica un agujero. El orificio puede practicarse utilizando un chorro de agua hirviendo. Una vez hecho el orificio, se comienza por determinar el calor de fusión del hielo. Para ello, después de haber secado cuidadosamente el interior del orificio, utilizando una esponja y papel secante, se introduce en él cierta cantidad de agua en ebullición, por ejemplo, 12 gramos. Mientras el agua se va enfriando, conviene tapar el agujero con otro trozo de hielo (fig. 115).

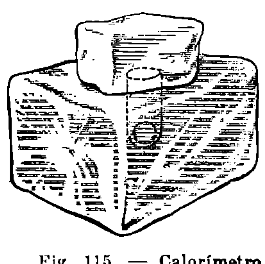


Fig. 115. — Calorímetro de hielo.

Se espera de 10 a 15 minutos, y se procede a recoger toda el agua contenida en el pozo, utilizando primero una jeringa o pipeta, y luego papel secante. Digamos que el agua obtenida de esta manera haya sido igual a 27 gramos. Se han fundido, en consecuencia, 15 gramos de hielo (27 — 12 = 15), y para ello se necesitaron:

$$12 \text{ gramos de agua} \times 100^\circ \text{ C} = 1200 \text{ calorías.}$$

El calor de fusión del hielo es, entonces:

$$f = \frac{1200 \text{ cal.}}{15 \text{ gramos}} = 80 \left[\frac{\text{cal.}}{\text{gramo}}\right].$$

Éste es, justamente, el valor del calor de fusión del hielo. Usted puede sentirse muy satisfecho si obtiene valores que difieren del precedente en sólo un 5 %.

Para determinar ahora el calor específico del hierro con que está hecha una llave, por ejemplo, comenzará por calentarla, colocándola en el interior de un tubo, que a su vez pondrá en el interior de un recipiente que contenga agua en ebullición. Llevando luego la llave a su pozo de hielo, si es m' la masa de agua obtenida de la fusión, y m la masa del cuerpo, el calor específico de éste será:

$$C = \frac{80\ m'}{100\ m} = 0{,}8\,\frac{m'}{m}\cdot$$

Para $m = 200$ gramos de hierro, se obtienen 27,5 gramos de hielo fundido, resultando:

$$C = 0{,}11\ \left[\frac{\text{cal.}}{\text{gramo} \times {}^{\circ}\text{C}}\right]\cdot$$

Higrometría

Supondré que dispone usted de un termómetro con el cual puede medir la temperatura ambiente y también la temperatura del agua de un vaso en el que ha introducido algunos trozos de hielo. Observará que a medida que el hielo se funde, la temperatura va disminuyendo, y que llega un momento en que las paredes de su vaso (fig. 116) se empañan. Se ha alcanzado así la llamada *temperatura de rocío.* Supongamos que la temperatura ambiente sea igual a 25° C, y la de rocío, de 15° C. Consultando una tabla que dé los valores de la tensión máxima del vapor de agua a diferentes temperaturas, se encuentra que para las temperaturas precedentes, dichas tensiones son:

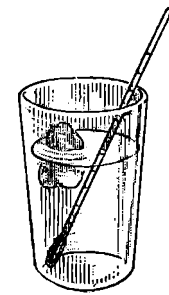


Fig. 116. — Higrómetro.

15° C .... 12,7 mm de mercurio
25° C .... 23,5 „ „ „

El estado higrométrico del aire será:

$$H = \frac{12{,}7}{23{,}5} = 0{,}54 = 54\ \%.$$

Calor y trabajo

La medida del equivalente mecánico del calor es difícil, aun disponiendo de un laboratorio, por lo cual no se trata aquí de efectuar ninguna medida cuantitativa. Puede usted contentarse con frotar contra una madera el guardapunta metálico de su lápiz, y observar cómo aquél se calienta por el roce, pudiendo la temperatura del mismo llegar a ser tan alta que puede sentir, al aplicarlo contra su mano, la sensación de una leve quemadura. De modo análogo, si usted siente algún día deseos de no ir al colegio, aplíquese el termómetro y, subrepticiamente, frote su bulbo en las frazadas de la cama. Tenga la precaución de no frotar demasiado, pues de lo contrario su madre creerá que usted se muere irremisiblemente. Si dispone de un termo, coloque en él un poco de agua y mida su temperatura inicial. Agite ahora el termo durante un buen rato, y mida nuevamente la temperatura del agua. Por más que ya sabe el resultado que va a obtener, no dejará de asombrarse al ver que el agua está, al final, más caliente que al principio.

Al doblar un alambre reiteradamente en un mismo lugar, como para quebrarlo, observará, igualmente, que el alambre se calienta, al igual que el serrucho al aserrar la madera, etc.

ÓPTICA

El capítulo de calor, como acabamos de ver, se presta muy poco para efectuar mediciones disponiendo de pocos elementos. Se explica así que haya sido esa rama de la Física una de las que más han demorado en desarrollarse. En la época de Galileo, no se sabía medir aún la temperatura, y sólo a mediados del siglo pasado se estableció la equivalencia entre el calor y el trabajo. En cambio, en óptica, las leyes de la reflexión son conocidas desde tiempo inmemorial, y ya Tolomeo consiguió medir los ángulos de incidencia y refracción para el agua y el vidrio. No

es, pues, extraño que en óptica se puedan efectuar muy buenas medidas disponiendo de pocos recursos.

Propagación rectilínea de la luz. — Cámara obscura

No deja de llamar la atención que para estudiar el comportamiento de la luz debamos, por lo general, obscurecer total o parcialmente la habitación en la cual realizamos nuestros experimentos. Esta situación paradójica se repite, sin embargo, en las más variadas circunstancias: los mejores cantos a la libertad han surgido desde la prisión, o bajo la tiranía, y nunca se aprecia tanto la paz como en época de guerra. Por eso comenzaremos nuestro estudio de la luz obscureciendo nuestra habitación. Si en ella penetra, por alguna rendija, algún rayo de luz solar, observaremos su trayecto rectilíneo por el polvo que se encuentra en suspensión en el aire, y que aquél ilumina en su camino. El rayo de luz no es visible: lo que vemos son las partículas de polvo. Esta luz, difundida por pequeñas partículas en suspensión, se llama luz de Tyndall, y es la que se utiliza en el ultramicroscopio.

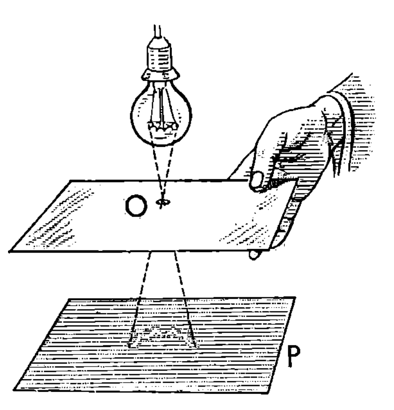


Fig. 117. — "Cámara obscura".

Si encendemos ahora una lámpara, y colocamos delante de ella un cartón en el que hemos practicado un orificio pequeño, observaremos, haciendo incidir la luz que pasa a través del agujero sobre un papel (una pantalla), que en éste se dibuja claramente la imagen *invertida* del filamento de la lámpara o de la llama de la bujía utilizada (fig. 117).

Alejando la pantalla del orificio *O*, se observa que la imagen se hace más grande, y si nos tomamos el trabajo

de medir, para cada caso, el tamaño de la imagen y la distancia correspondiente, de la pantalla al orificio, observaremos que ambas magnitudes son proporcionales, o sea que si la distancia $O\,P$ se hace doble o triple, el tamaño de la imagen también se duplica o triplica.

Si nuestra habitación da a la calle, y ésta se encuentra bien iluminada, en un hermoso día de sol, podremos observar, utilizando alguna rendija de las persianas, cómo se proyectan en el techo las imágenes de los vehículos y transeúntes, y cómo parecen moverse dichas imágenes en sentido opuesto al real. Si limitamos convenientemente la entrada de la luz, de manera que ésta lo haga por un solo orificio, las imágenes se presentarán asombrosamente nítidas, y podremos gozar así de un espectáculo cinematográfico en colores, sin molestia alguna.

Diámetro aparente del Sol

Lo que ya sabemos, nos permite medir en forma cómoda el diámetro aparente del Sol. Se denomina así al ángulo formado por dos visuales, dirigidas a los extremos de un diámetro del disco solar. Para conocer el valor de este ángulo, practiquemos en una tarjeta un pequeño orificio con un alfiler, y coloquemos la tarjeta en el marco de una ventana o de una puerta (fig. 118), de modo de poder observar la imagen del Sol dada por el orificio. Si la pantalla en que recogemos la imagen la situamos perpendicularmente a los rayos, dicha imagen se presentará como un círculo luminoso, *cualquiera sea la forma del orificio*. Puede el orificio ser triangular o cuadrado, pero si sus dimensiones son pequeñas *con respecto a la distancia a que se encuentra la pantalla*, la mancha luminosa se presentará siempre como un círculo. Si inclinamos la pantalla, la imagen se convertirá en una elipse, cuyo eje menor tiene iguales dimensiones que el diámetro del círculo primitivo.

Estas elipses ya han sido observadas seguramente por usted en múltiples circunstancias. Dentro de la sombra

proyectada por un árbol aparecen en gran cantidad: cada una de ellas es una imagen del Sol, producida por cada uno de los intersticios del follaje. Volviendo ahora a la imagen del disco solar que obteníamos en la forma indicada en la figura 119, basta con medir el ancho a de la elipse (eje menor de la misma), y la distancia d, entre el

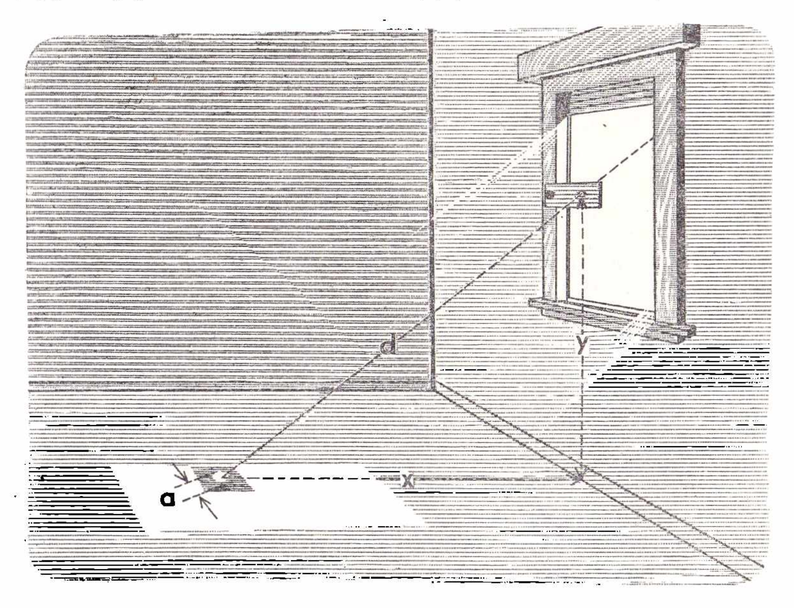


Fig. 118. — Medida del diámetro aparente del Sol.

centro de dicha elipse y el orificio de la tarjeta, para obtener el diámetro aparente α del Sol, pues

$$\alpha = \frac{a}{d}.$$

Ejemplo: Siendo $d = 110$ cm, se obtiene $a = 1$ cm, por lo cual el ángulo α será:

$$\alpha = \frac{1 \text{ cm}}{110 \text{ cm}} = \frac{1}{110} \text{ radianes} = 31'.$$

Para medir la distancia *d*, es conveniente medir las distancias *x* e *y*, indicadas en la figura 120. Se logra mayor precisión, en esta medida del diámetro aparente del Sol, efectuando en una tarjeta dos pequeños orificios, a distancia conocida, *a*, uno del otro. Se aleja luego la pantalla, hasta que las imágenes del Sol producidas por cada orificio (fig. 121) sean tangentes. El diámetro aparente está dado por el cociente $\frac{a}{d}$.

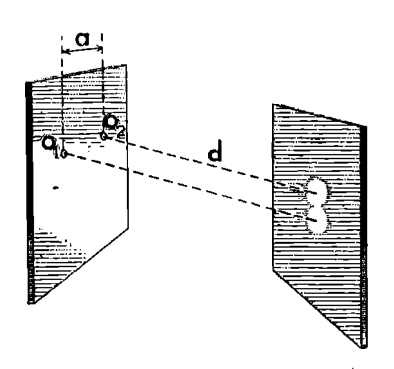


Fig. 119. — Medida del diámetro aparente del Sol.

Determinación del meridiano, medida de la latitud y de la inclinación de la eclíptica

La sencilla instalación de la figura 120 nos permite realizar una serie de importantes medidas de Astronomía, por lo cual no resisto a la tentación de indicarle el camino, para que usted efectúe una excursión por aquel campo.

En primer lugar, si marca en el piso, utilizando una plomada, el pie de la vertical que pasa por el orificio de su tarjeta, y señala igualmente el lugar donde se proyectan los centros de las imágenes del disco solar en horas de la mañana y de la tarde de un mismo día, podrá trazar, en la forma descripta en cualquier texto de Cosmografía, con el nombre de "método del gnomon", la meridiana de su habitación. Sobre esta recta meridiana, que usted puede señalar mediante un hilo tendido, se proyecta el centro de la imagen solar, cuando el Sol pasa, a mediodía, por el plano meridiano. Este plano, en su caso, es el plano vertical determinado por el orificio de su tarjeta y el hilo horizontal, o el trazo efectuado en el piso, con que señaló la meridiana.

Si dispone de una brújula, observará que el eje de la aguja imanada no coincide exactamente con la dirección de la meridiana astronómica que usted acaba de determinar. Si mide el ángulo formado por el eje de la aguja y la meridiana, determina con ello la llamada *declinación magnética.*

Si quiere conocer la altura con que culmina el Sol cada día, no tiene más que medir las distancias x e y (fig. 120) en el momento en que la imagen del Sol se proyecta sobre la meridiana. De varias observaciones de esta clase efectuadas por uno de mis alumnos, con intervalos de 8 a 10 días, y a lo largo de todo un año, en la ciudad de La Plata, consignaré aquí las siguientes:

Fecha	y	x	$\operatorname{tg} h = \frac{y}{x}$	h
21 de marzo	200 cm	140 cm	1,428	55°0′
21 de junio	„ „	326 „	0,613	31°30′
22 de setiembre	„ „	140 „	1,428	55°0′
22 de diciembre	„ „	41 „	4,878	78°30′

De este cuadro se desprende que la altura del Sol varía entre 31°30′, (altura mínima) y 78°30′ (altura máxima). Siendo la diferencia igual a 47° el valor de la inclinación de la eclíptica sobre el plano del ecuador, resulta ser de 23°30′. Además, por ser igual a 55° el término medio de estas dos alturas extremas, 55° será el ángulo que el plano del ecuador forma con el horizonte del lugar. Dicho plano forma con la vertical del lugar un ángulo complementario de aquél, o sea, en este caso, de 35°, y ésta es, justamente, con bastante aproximación, la latitud de La Plata.

Reflexión de la luz

Nada más fácil que verificar la igualdad de los ángulos de incidencia y de reflexión. Tómese para ello un vaso con agua (fig. 120) y obsérvese la imagen de una lámpara

producida por la superficie del líquido. Midiendo la distancia vertical y_1, que separa la lámpara del plano horizontal que pasa por la superficie del líquido, así como la distancia x_1, entre el pie de aquella vertical y el punto donde se refleja la luz, si se miden también las magnitudes análogas y_2 y x_2, referentes a la posición del ojo del observador, se verificará en todos los casos que:

$$\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2}.$$

De esta igualdad se desprende la de los ángulos i y r.

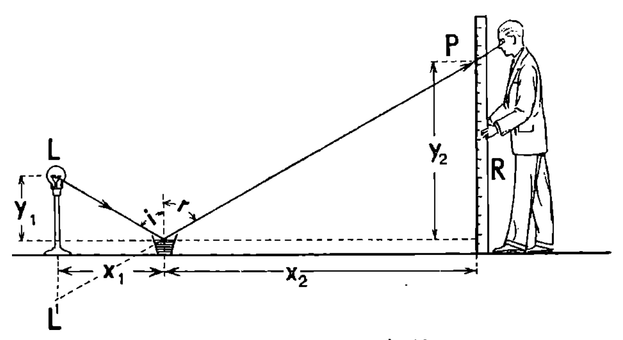


Fig. 120. — Ley de reflexión.

Puede disponerse, para efectuar cómodamente las medidas, una regla *R*, colocada verticalmente, y observar qué punto *P* de la regla se ve alineado con el centro del vaso y la imagen *L'* de la lámpara *L*.

En lugar de un vaso con agua, puede utilizarse un pequeño espejo, que debemos colocar sobre la mesa o el piso, de modo que quede perfectamente horizontal. Esto último lo logramos suspendiendo sobre el espejo una plomada: si la superficie especular es horizontal, la imagen del hilo de la plomada parecerá ser la continuación del hilo real.

Distancia de la imagen virtual

Utilizando un vidrio de puerta o ventana puede realizarse un interesante experimento. Colóquese frente al vidrio una bujía encendida, y del otro lado, una bujía apagada (fig. 121). Esta última aparecerá encendida si se la coloca en una posición conveniente. Cuando se logre esto, se verá que ambas bujías se encuentran situadas simétricamente respecto al plano del vidrio.

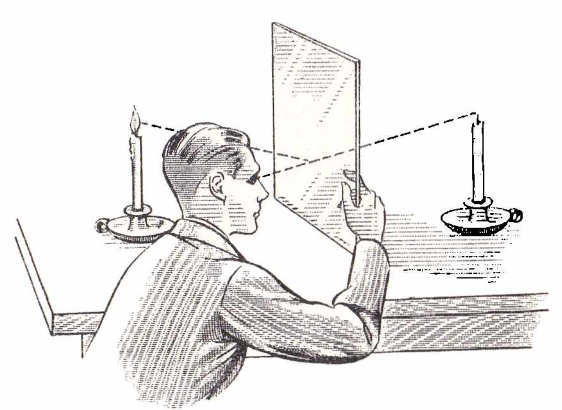


Fig. 121. — Distancia de la imagen virtual.

Refracción

Supongo que usted habrá observado ya cómo una regla introducida en forma inclinada en el agua parece quebrada, y cómo, también, el tapón del lavatorio, invisible desde cierta posición, se hace visible desde la misma cuando en aquél se vierte agua hasta una altura conveniente.

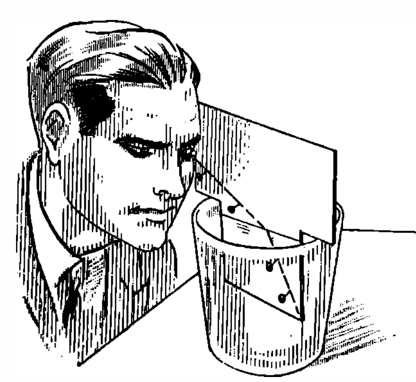


Fig. 122. — Midiendo el índice de refracción del agua.

Para determinar el índice de refracción del agua, tome un cartón y recórtelo de la manera indicada en la figura 122, e introdúzcalo en

posición vertical en un recipiente con agua. Clave luego dos alfileres (preferiblemente negros, para distinguirlos mejor) en la parte del cartón que está dentro del agua, y otros dos en la parte exterior, de manera que los cuatro alfileres parezcan, observados desde el canto del cartón, en línea recta. Mida luego los ángulos *i* y *r* con un transportador, y el cociente de los senos de esos ángulos le dará el índice de refracción del agua. Puede también proceder gráficamente, trazando, con centro en *O* (fig. 123), una circunferencia de radio cualquiera, y midiendo los segmentos *A B* y *C D*, perpendiculares a la normal *n* a la superficie del agua en el punto *O*. El cociente entre ambos segmentos, por ser ambos proporcionales a los valores de los senos de los ángulos, da el índice de refracción del agua con respecto al aire. En la figura 123 hemos indicado por *i* (ángulo de incidencia) al que en realidad es ángulo de refracción, pues la luz pasa, en el experimento que estamos describiendo, del agua al aire, y no inversamente.

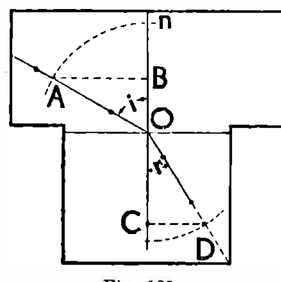


Fig. 123.

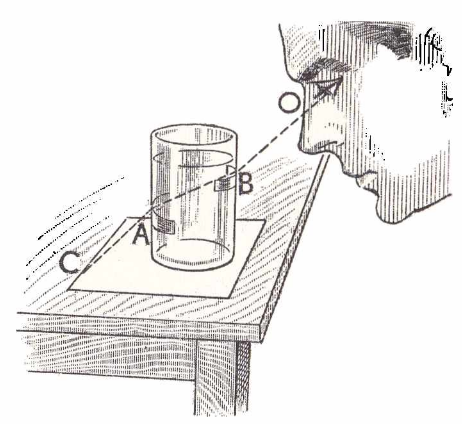


Fig. 124. — Para determinar el índice de refracción de un líquido.

Disponiendo de un vaso cilíndrico de vidrio, puede determinarse rápidamente el índice de refracción del líquido que contiene, procediendo del modo que sigue: Se adhieren, en partes opuestas del vaso, dos tiras de papel, y observando desde *O* se procura ver alineados, en línea sobre la cual se coloca el vaso. Haciendo un dibujo a escala de la sección

central del vaso, y señalando en este dibujo la posición correspondiente de las miras utilizadas, se podrán conocer los ángulos de incidencia y refracción, y con ellos el índice de refracción del líquido. Claro está que puede evitarse el

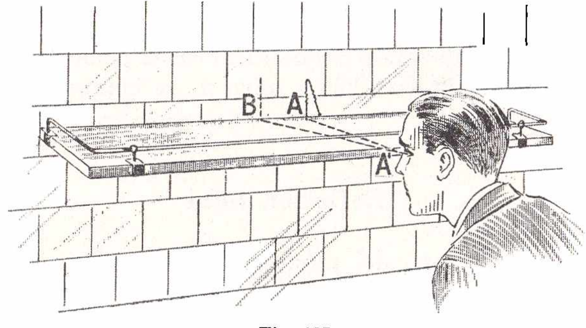


Fig. 125.

dibujo si se miden las magnitudes convenientes y se calculan los ángulos sobre la base de esas medidas.

La medida del índice de refracción del vidrio se efectúa fácilmente si se utiliza un cristal como el empleado en las repisas de los cuartos de baño. Con vidrios de esta clase, de cantos paralelos, fué como Snellius estableció la ley de refracción. Aún sin retirar el cristal de su posición, basta colocar en el canto del mismo próximo a la pared, una señal que puede consistir en una horquilla, *A*. Mirando la horquilla a través de todo el espesor del vidrio, se la verá en una posición tal como *B*, fácil de señalar, así como la posición *A′* (figs. 125 y 126), desde donde se mira. He aquí el resultado de una medida: espesor *e* de la lámina, 120 mm; distancia $A' A'' = 40$ mm; distancia $A\,B = 25$ mm, resultando:

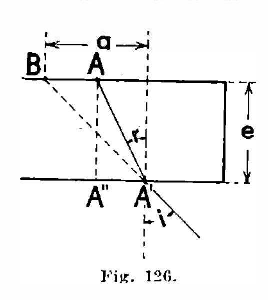


Fig. 126.

$$tg\,i = \frac{a}{e} = \frac{65}{120} = 0{,}542; \quad \text{sen}\ i = 0{,}477$$

$$tg\, r = \frac{A'A''}{e} = \frac{40}{120} = 0{,}333; \quad \text{sen}\, r = 0{,}317$$

$$n = \frac{\text{sen}\, i}{\text{sen}\, r} = \frac{0{,}477}{0{,}333} = 1{,}50$$

Dado que observando desde diferentes posiciones se obtiene siempre el mismo valor para n, se comprueba así la ley de la refracción.

Reflexión total

Colocando dentro del agua un vaso vacío o una lamparilla eléctrica (fig. 127), se observa que su superficie parece plateada, y mirando la superficie del agua de una ancha copa, de la manera que muestra la figura 128, se observa que la misma se comporta como un espejo perfecto. Se trata, en ambos casos, del fenómeno de la reflexión total de la luz, que se produce cuando el ángulo de incidencia es superior al ángulo límite. Para determinar este ángulo, colóquese un alfiler en la posición A, el que se verá reflejado en la superficie del agua si se observa desde una posición tal como O. Corriendo el ojo de O hacia O', llega un momento en que el brillo de la imagen varía bruscamente, llegando finalmente a desaparecer. Interesa aquí fijar la posición en que se efectúa ese cambio de brillo, que indica la tran-

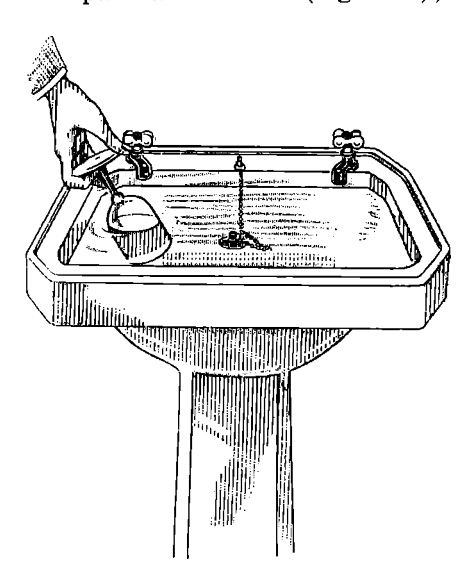


Fig. 127. — Reflexión total.

sición entre la reflexión total y la reflexión común. Se introduce para ello en la copa un segundo alfiler, *B*, que se corre hasta observarlo en coincidencia con la imagen de *A*, en el momento en que aquél cambia de brillo. Hecho esto, es fácil determinar el ángulo límite. He aquí una medida llevada a cabo utilizando una dulcera de vidrio: Distancia *A B* = 104

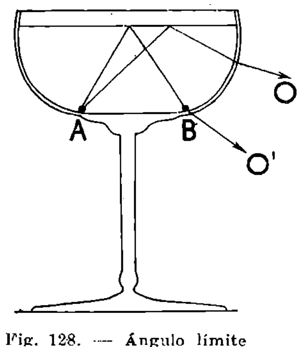


Fig. 128. — Ángulo límite

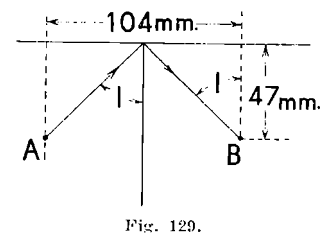


Fig. 129.

mm, y distancia entre los alfileres y la superficie del líquido, igual a 47 mm (fig. 129), de donde:

$$\operatorname{sen} l = \frac{52}{\sqrt{52^2 + 47^2}}; \qquad l = 47°53' \cong 48°$$

y por lo tanto, el índice de refracción del agua resulta:

$$n = \frac{1}{\operatorname{sen} l} = 1{,}34.$$

Fotometría

Nada más fácil que improvisar un fotómetro de Rumford (sombra de una varilla) o de Bunsen (mancha de grasa o aceite), por lo cual no daremos de este tópico ninguna indicación.

Prisma

Un regular prisma de vidrio puede conseguirse por poco precio, pero aun sin él pueden efectuarse interesantes observaciones si se utilizan como prisma el biselado de vidrios o espejos y ciertos caireles, y finalmente, basta inclinar un vaso con un poco de agua (fig. 130) para tener así un prisma con el cual puede observarse perfectamente el espectro solar.

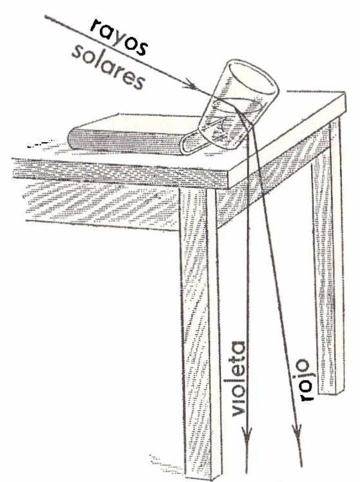


Fig. 130. — Prisma.

La misma instalación precedente puede utilizarse para observar el espectro de cualquier fuente de luz, para lo cual conviene colocar dicha fuente de modo que los rayos sigan un camino inverso al que se indica en la figura. Colocando nafta en el vaso, en lugar de agua, se observa que el espectro tiene una extensión mucho mayor.

Con un espejo biselado, si es de buena calidad, puede observarse también el espectro, y si es de forma circular, la observación resulta sumamente interesante, pues al dirigir los rayos del sol, reflejados por el espejo, sobre el techo o sobre una pared, se perciben perfectamente dos aros luminosos, con los colores del espectro (fig. 131). El aro interior es más brillante pero más angosto que el exterior, y en ambos el color rojo aparece hacia el interior. Pasando un dedo sobre el biselado, se observa que los aros son producidos por éste, correspondiendo a cada punto de los aros luminosos un punto del biselado diametralmente opuesto. El aro interior está formado, en realidad, por dos arcos distintos. Los puntos de contacto de estos arcos determinan un diámetro perpendicular con el plano de incidencia (el formado por los rayos incidentes, y reflejados en el cen-

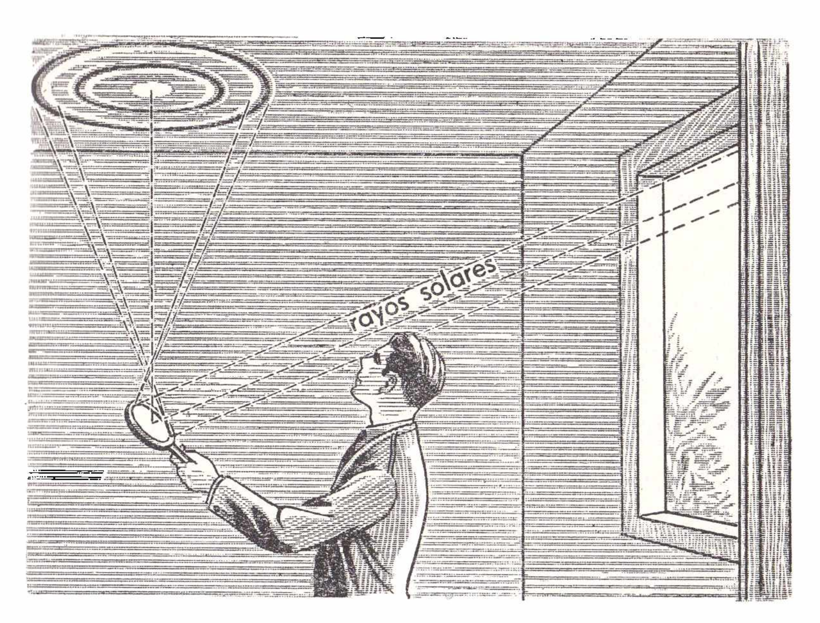


Fig. 131. — Observando el espectro solar con un espejo biselado.

tro del espejo). En la figura 132 se ha seguido la marcha de los rayos en el caso en que aquéllos inciden normalmente con la superficie reflectora, que es la cara azogada, posterior al espejo. El arco exterior proviene de dos reflexiones internas. Si la pantalla se coloca en las proximidades de la región donde se cortan los haces de rayos provenientes de partes del biselado diametralmente opuestos, se observan curvas luminosas muy interesantes.

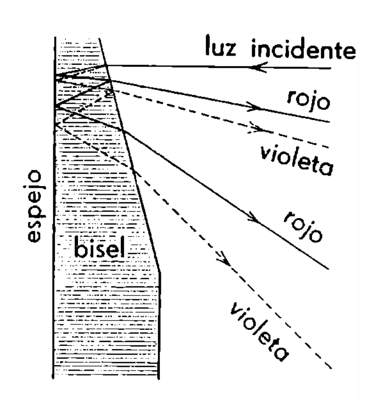


Fig. 132.

Prisma de ángulo refringente pequeño

Si disponemos de un cristal biselado, podemos comenzar por medir el ángulo refringente del prisma que constituye, aplicando al mismo una escuadra (fig. 133) y colocando entre el vidrio y el canto de aquélla un cuerpo de espesor conocido, h. El seno del ángulo A del prisma es igual al cociente $\frac{h}{l}$. Desde luego, puede considerarse el ángulo, medido en radiantes, igual a aquel cociente. Si se observa ahora un objeto cualquiera, colocando los ojos cerca de la arista del biselado, se le verá doble (fig. 134), correspondiendo la imagen que se ve en A' a los rayos que han atravesado el prisma, en tanto que a través de la parte de vidrio de caras parale-

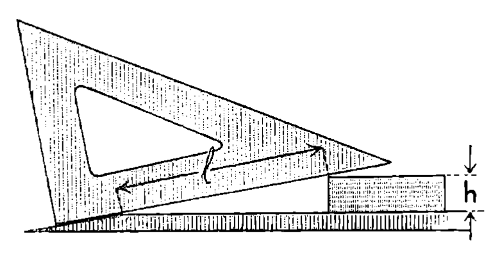


Fig. 133. — Para medir el ángulo de un bisel.

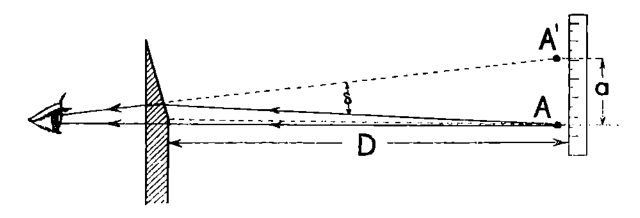


Fig. 134. — Observación a través de un vidrio biselado.

las se ve el objeto en A. Si se observa con ambos ojos a través de la parte no biselada, con una regla graduada puede medirse el desplazamiento AA' de la imagen. El ángulo de desviación δ está dado por el cociente $\frac{a}{D}$. Como para los prismas de ángulo refringente pequeño vale que

$$\delta = (n - 1)\, A,$$

de esta manera se puede determinar el índice de refracción n del vidrio biselado.

Ejemplo: Siendo $D = 3$ m, se observa $a = 15$ cm, siendo entonces

$$\delta = \frac{15}{300} = 0,05.$$

Para el ángulo A resultó, para $l = 10$ cm, $h = 1$ cm, por lo que

$$A = \frac{1}{10} = 0,1 \text{ (radianes)}.$$

Se obtiene, de aquí:

$$n = \frac{\delta}{A} + 1 = \frac{0,05}{0,1} + 1 = 1,50.$$

La medida del ángulo de desviación δ puede efectuarse con mucha precisión si se observa a través del biselado una tarjeta AB, de ancho a. La tarjeta se verá doble, y variando la distancia D, para determinado valor de ésta, la imagen del borde A (fig. 135) A' coincidirá con el borde B. El ángulo de desviación vale, en consecuencia, $\frac{a}{D}$.

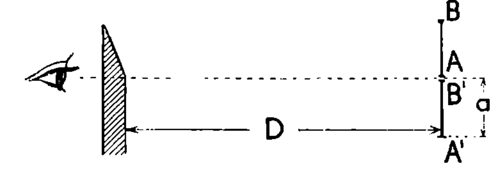


Fig. 135. — Medida del ángulo de desviación.

Lentes

Es muy difícil que no tenga usted en su casa algún lente convergente. Con él puede verificar la fórmula de los lentes, y determinar la distancia focal del que usted utiliza, para lo cual le bastará proyectar sobre una pantalla la imagen del filamento de una lámpara eléctrica, o la marca de la misma grabada sobre el vidrio.

Puede utilizar, también, como lente un vaso con agua. En este caso, el objeto que se va a proyectar tiene que ser un hilo o una ranura, que debe disponerse paralelamente a la generatriz del vaso, tal como ya se indicó en la figura 100, de la pág. 192. Se puede, de esta manera, verificar que la distancia focal f está dada por la expresión

$$f = \frac{n\,R}{2\,(n - 1)},$$

que se deduce de la fórmula general que da la distancia focal de un lente grueso, de espesor e, y cuyas caras tienen los radios de curvatura R_1 y R_2:

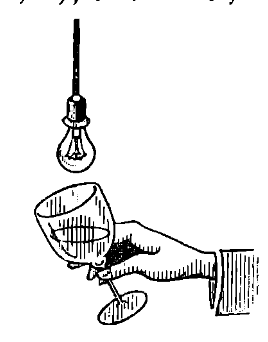
$$\frac{1}{f} = (n - 1)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} - \frac{e\,(n - 1)}{n\,R_1\,R_2}\right).$$

De esta fórmula se pasa a la escrita más arriba, haciendo

$$R_1 = R_2 = R \quad \text{y} \quad e = 2\,R.$$

Para un vaso de radio igual a 3 cm y lleno de agua ($n = 1{,}33$), se obtiene $f = 6$ cm. Como esta distancia debe contarse a partir del eje del vaso, concluímos, de aquí, que la *línea focal* dista en este caso 3 cm de la pared. En la figura 136 se ve la manera de improvisar un lente colocando agua en una copa e inclinando ésta convenientemente.

Pueden también construirse lentes, no ya cilíndricos, sino esféricos, bastante buenos, llenando con agua lamparillas incandescentes. Diafragmando adecuadamente estas lámparas, se obtienen con ellas imágenes suma-



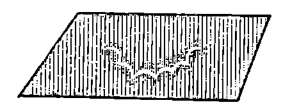


Fig. 136. — Un lente de agua.

menté nítidas, aunque lo mejor sería comprar un juego adecuado de lentes, para divertirse con ellos construyendo microscopios y telescopios refractores.

Difracción

Los fenómenos de difracción de la luz, aparte de ser sumamente interesantes, pueden observarse sin dificultad alguna.

Con un broche de ropa, sujetemos dos hojas de afeitar (fig. 137), de modo que los filos de las mismas constituyan una ranura sumamente estrecha. Apliquemos la misma delante de un ojo, y observemos a través de ella el filamento de una lámpara incandescente. Observaremos imágenes múltiples del filamento, situadas simétricamente de uno y otro lado, perpendicularmente a la ranura. Las dos primeras imágenes aparecen separadas por espacios oscuros, bien visibles. Luego esta separación se esfuma, y a partir de la 4ª ó 5ª imagen, se nota una banda luminosa, de brillo decreciente. Las sucesivas imágenes del filamento aparecen coloreadas, siendo el color rojo el que más se separa de la posición central.

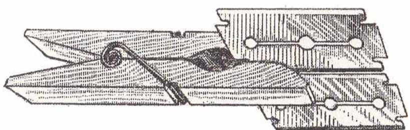


Fig. 137. — Una ranura para observar fenómenos de difracción.

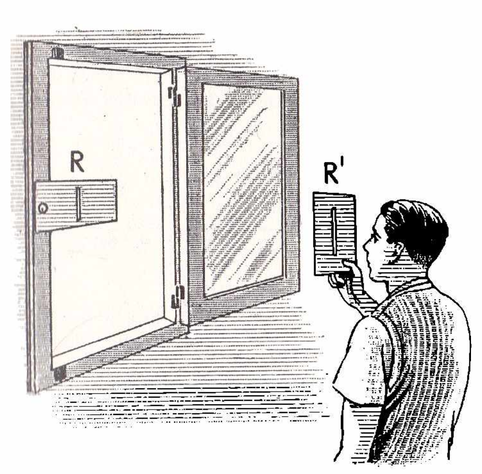


Fig. 138. — Difracción a través de una ranura.

El hermoso fenómeno que usted acaba de observar le permitirá medir la longitud de onda de la luz. Para ello,

tome una tarjeta y practique en la misma una ranura estrecha (de $\frac{1}{2}$ mm de ancho).

Si ha de utilizar la luz del sol, fije la tarjeta en el marco de una ventana o puerta, y observe la ranura iluminada por los rayos solares aplicando junto al ojo otra ranura, formada por los filos de dos hojas de afeitar (fig. 138). Las dos ranuras deben disponerse paralelamente. La figura 139 reproduce, aproximadamente, lo que se observa procediendo de esta manera. Pero las franjas laterales que en esta figura se han dibujado en blanco, se ven coloreadas. El espectro más próximo a la ranura, situado a uno y otro lado de la misma, recibe el nombre de espectro de primer orden, y los que le siguen son los espectros de segundo y tercer orden, etc. En todos ellos, el color rojo se aleja más de la parte central que el violeta. Si nos alejamos de la ranura *R* hecha en la tarjeta (fig. 140), observándola siempre a través de la otra ranura *R'*, que tenemos delante del ojo, *O*, los diferentes espectros parecen más y más separados, pudiendo lograr así que la parte media del espectro de 2º ó de 3^er^ orden la veamos coincidir con el borde *B* de la tarjeta. El ángulo α, en que se ha desviado la luz al atravesar la ranura *R'*, tiene entonces por medida:

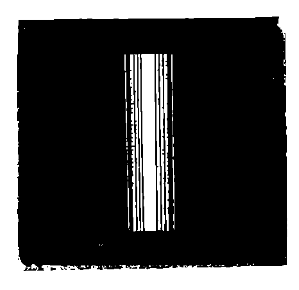


Fig. 139. — Difracción.

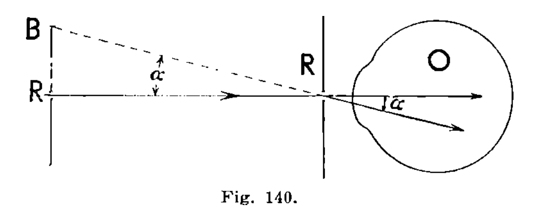


Fig. 140.

$$\alpha = \frac{R\,B}{R\,R'}\,.$$

Si en el borde *B* de la ranura vemos proyectado el espectro de 2º orden, la longitud de onda λ será:

$$\lambda = \frac{2}{5} \frac{R\,B}{R\,R'} \cdot a\,,$$

donde a es iguàl al ancho dt la ranura R'.

Ejemplo: Observando la ranura R a través de otra R', cuyo ancho a es de 0,1 mm, siendo $R\,B$ (distancia entre la ranura R y el borde de la tarjeta) igual a 3 cm, observamos que el espectro de 2º orden coincide con el borde B, si la distancia $R\,R'$ es igual a 2 m. Resulta entonces, aplicando la fórmula que hemos dado:

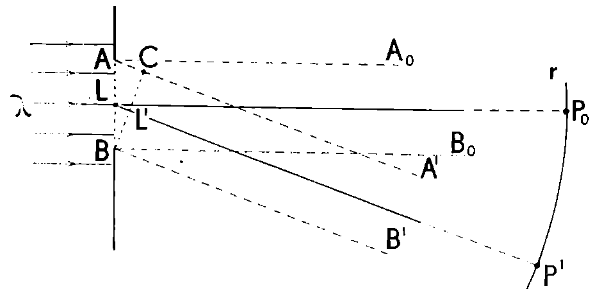


Fig. 141. — Difracción por una ranura.

$$\lambda = \frac{2}{5} \frac{3\text{ cm}}{200\text{ cm}} \cdot 0{,}01\text{ cm} = \frac{6}{10^5}\text{cm} = \frac{6000}{10^8}\text{ cm} = 6000\text{ Å}$$

siendo Å el símbolo de la unidad Ansgström, igual a 10^{-8} cm.

DEMOSTRACIÓN: Si sobre la ranura $A\,B$ incide luz de longitud de onda λ, perpendicularmente al plano donde está practicada dicha ranura (fig. 141), todos los puntos de ésta comprendidos entre A y B se convierten, en virtud del principio de Huygens, en centros de emisión de ondas. En la dirección $A\,A_0$ $B\,B_0$, que coincide con la de la luz incidente, la luz debe reforzarse, pues no existe diferencia de marcha alguna entre los distintos rayos que se propagan en esa dirección. En cambio, en una dirección tal como $A\,A'$ $B\,B'$, los rayos que parten del borde B están adelantados, con respecto a los que parten del otro borde

A, en un camino igual a $A\,C$. Si la retina del ojo del observador es r, en la región P_0 de la misma se cortarán los rayos que siguen la dirección $A\,A_0$ $B\,B_0$, y aparecerá allí un máximo de intensidad luminosa. En cambio, los rayos que siguen la dirección $A\,A'$ $B\,B'$ se cortarán en una región P' de la retina, y el efecto luminoso allí producido provendrá de la superposición de *todas* las ondas que parten de *todos* los puntos de la ranura comprendidos entre los bordes A y B. Si la diferencia de marcha $A\,C = \triangle$ es igual a una longitud de onda λ, el efecto luminoso en P' será nulo: tendremos allí una franja oscura. Para comprender esto, basta con considerar a la ranura $A\,B$ dividida en dos partes iguales, por una línea L, equidistante de los bordes A y B de la misma. Si $A\,C$ es igual a λ, $L\,L'$ será igual a $\frac{\lambda}{2}$, y entonces, a todo rayo que parte de la región $B\,L$ de la ranura puede hacérsele corresponder otro de la región $A\,L$ que difiera con él en $\frac{\lambda}{2}$. De este modo, los rayos se anulan dos a dos, siendo en consecuencia nulo el efecto resultante. También es nulo dicho efecto cuando la inclinación de los rayos es tal que la diferencia de marcha $A\,C$ sea igual a $2\,\lambda$ ó $3\,\lambda$, y, en general, a un número entero de longitudes de onda, lo que se demuestra sin dificultad alguna razonando en la forma que precede. Así, por ejemplo, para $A\,C = 3\,\lambda$ descompondríamos a la ranura en seis partes iguales, y aparearíamos los rayos que parten de sus distintos puntos de tal modo, que la diferencia de marcha para cada par de rayos fuera igual a $\frac{\lambda}{2}$.

En resumen:

Si $\triangle = O$, tenemos el máximo de orden cero.
Si $\triangle = \lambda$, tenemos el primer mínimo (raya oscura).
Si $\triangle = 2\,\lambda$, tenemos el segundo mínimo (raya oscura).
Si $\triangle = 3\,\lambda$, tenemos el tercer mínimo (raya oscura).

Entre dos mínimos consecutivos, tenemos los diferen-

tes máximos luminosos, que aproximadamente, se producen para los valores siguientes de $\triangle$:

Si $\triangle = 3 \frac{\lambda}{2}$, tenemos primer máximo (espectro de primer orden).

Si $\triangle = 5 \frac{\lambda}{2}$, tenemos segundo máximo (espectro de segundo orden).

Si $\triangle = 7 \frac{\lambda}{2}$, tenemos tercer máximo (espectro de tercer orden).

En la figura 143 se ve que

$$AC = \triangle = AB \text{ sen } \alpha = a \text{ sen } \alpha$$

y como, de acuerdo con la figura 142 (dada la pequeñez, da α),

$$\text{sen } \alpha = \frac{RB}{RR'},$$

cuando el espectro de segundo orden coincide con el borde B de la tarjeta, se tendrá:

$$5 \frac{\lambda}{2} = a \frac{RB}{RR'},$$

de la cual se obtiene la fórmula ue utilizamos en el cálculo de λ.

Se ve, por la fórmula, que a mayor λ corresponde un mayor valor para RB: como el color rojo es el que más se separa de la región central, debe atribuirse a la luz roja mayor longitud de onda que a la luz violeta.

Utilizando luz blanca, el valor que se obtiene para la longitud de onda da sólo el orden de magnitud, pues para la luz roja, λ vale unos 7500 Angström, y para la luz violeta, unos 3800.

Observación con luz monocromática

Coloque sal de cocina (cloruro de sodio) en un coladorcito y ponga el mismo en la llama del gas o de un calentador a querosene. Observará que la llama toma un pronunciado color amarillo. Observando ahora la ranura practicada en una tarjeta que se ilumina con esa llama, a través de otra ranura, se podrá medir así, procediendo como antes, la longitud de onda de la luz amarilla del sodio. Ya veremos, más adelante, el modo de medir con mayor precisión la longitud de onda, utilizando redes de difracción, pero de todos modos es interesante la observación del fenómeno con una única ranura. Los colores desaparecen, pero la nitidez es mucho mayor, y se observa que las rayas luminosas sucesivas tienen una intensidad decreciente a partir de la franja central.

Difracción por un orificio

Tome dos tarjetas y practique en cada una de ellas un pequeño orificio con un alfiler. Colocado cerca de una fuente de luz, observe uno de los orificios a través del otro, que tendrá junto al ojo (fig. 142). Si en la tarjeta que tiene cerca del ojo practicó varios orificios de diferente diámetro, observará que mirando a través de los orificios más pequeños, el otro aparece más grande y rodeado de anillos luminosos, separados por otros oscuros. El fenómeno es análogo al que ya hemos visto al utilizar dos ranuras: en este caso se obtiene, como es natural, menos luminosidad.

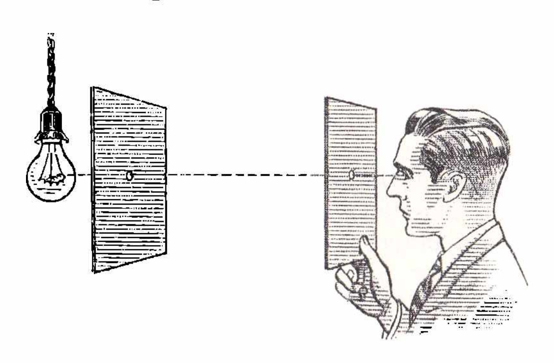


Fig. 142. — Difracción por un orificio.

Redes de difracción

Una red de difracción consiste en una sucesión de ranuras paralelas y equidistantes, practicadas en una pantalla. Un peine de dientes muy finos constituye ya una red de esta clase. Observe a través de los dientes del peine el filamento incandescente de una lámpara, y verá múltiples imágenes coloreadas del mismo, situadas simétricamente a uno y otro lado del lugar donde aparece el filamento mismo. Estas imágenes, que son los espectros de difracción de diferente orden, se encuentran tanto más separadas cuanto más estrecha es la llamada constante de la red, que en el caso considerado está dada por la suma del ancho de un diente más el ancho del espacio comprendido entre dos dientes consecutivos. Con el mismo peine puede lograrse que la constante disminuya, si se lo coloca inclinado delante del ojo. El inconveniente, en este caso, consiste en que si se inclina demasiado el peine, la luz ya no puede pasar por los intersticios. Una red de trazos más finos puede lograrse practicando en una tarjeta una pequeña ventana (fig. 143), y envolviendo la misma con un fino hilo de seda o un cabello. Una vez envuelta la tarjeta con el hilo, bastan dos gotas de lacre para que el mismo quede fijo en el cartón, y se puede entonces proceder a cortar los hilos del otro lado. Más sencillo es todavía deshilachar un tejido de seda, dejando que queden los hilos de la trama dispuestos en un solo sentido; pero lo mejor de todo es buscar entre los negativos fotográficos que usted tiene en su casa, alguno en el cual aparezca alguien con un traje a rayas blanco y negro, o con una corbata a bastones. Si utiliza el cuadrito de una película de cine, en el que alguno de los personajes aparece con un traje a rayas, tendrá así una excelente red de difracción. Aplicando junto al ojo esta red, y mirando a través de ella un

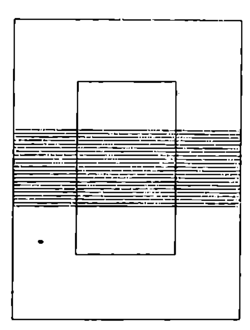


Fig. 143. — Red de difracción.

filamento incandescente, o una ranura iluminada, observará con toda comodidad los hermosos espectros de difracción, y sin dificultad alguna podrá medir la longitud de onda de la luz correspondiente a cada color del espectro. Si tiene tan mala suerte de no encontrar en su casa ningún negativo fotográfico apropiado, dibuje sobre un papel, con tinta, líneas paralelas y equidistantes, y tome luego del mismo una fotografía de reducido tamaño. Puede lograr de este modo, fácilmente, una red de 5 mm de

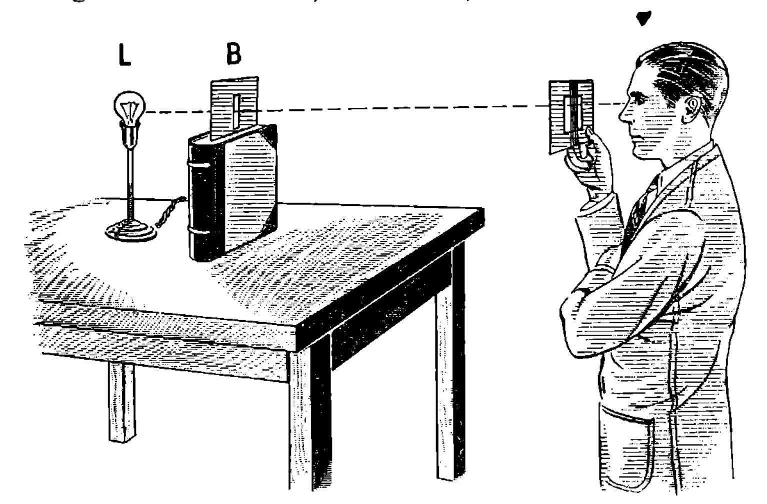


Fig. 144. — Midiendo la longitud de onda con una red de difracción.

ancho, en total, con 100 líneas, lo que equivale a 200 líneas por centímetro. La constante de la red sería, en este caso, de $\frac{1}{200}$ cm = 0,005 cm. Provisto ya de la red, nada más fácil que medir la longitud de onda correspondiente a cada color. Para ello, mire la ranura *R* (fig. 144), iluminada por la lámpara *L*, a través de la red, y acérquese o aléjese de *R* hasta que le parezca que determinado color del espectro de primero, segundo o tercer orden se proyecta junto al borde *B* de la tarjeta donde está practicada la ranura *R*. He aquí el resultado de unas medidas efectuadas con una red de 100 líneas por centímetro. La ranura

R se practicó a 3 cm de distancia del borde B de la tarjeta, por lo cual, siendo $RB = h$ (en nuestro caso, 3 cm), cuando se ve un color proyectado junto al borde de la tarjeta, el ángulo α correspondiente será tal que podremos tomar

$$\operatorname{sen} \alpha = \frac{h}{D},$$

si llamamos D a la distancia entre la red y la ranura R. El cuadrito siguiente da los valores de D en diferentes casos:

	1er orden	2º orden	3er orden
Rojo	4 m	2 m	1,30 m
Amarillo	5 m	2,50 m	1,70 m
Azul	6 m	3 m	2,0 m

La longitud de onda λ se calcula teniendo en cuenta que debe ser:

$$n \lambda = a \operatorname{sen} \alpha,$$

siendo a la constante de la red, y n, el número de orden del espectro. Por lo tanto,

$$\lambda = \frac{a h}{n D}.$$

Con los valores del cuadro precedente se obtiene:

$$\lambda \text{ (rojo)} = 7500 \text{ Å}$$
$$\lambda \text{ (amarillo)} = 6000 \text{ Å}$$
$$\lambda \text{ (azul)} = 5000 \text{ Å}$$

cualquiera sea el espectro utilizado.

La misma, medida con un disco de fonógrafo

Comience por observar la luz de un filamento incandescente, reflejada por la parte rayada de un disco. Procure que la luz incida en forma casi rasante sobre la superficie del disco, y podrá observar así preciosos espectros de difracción.

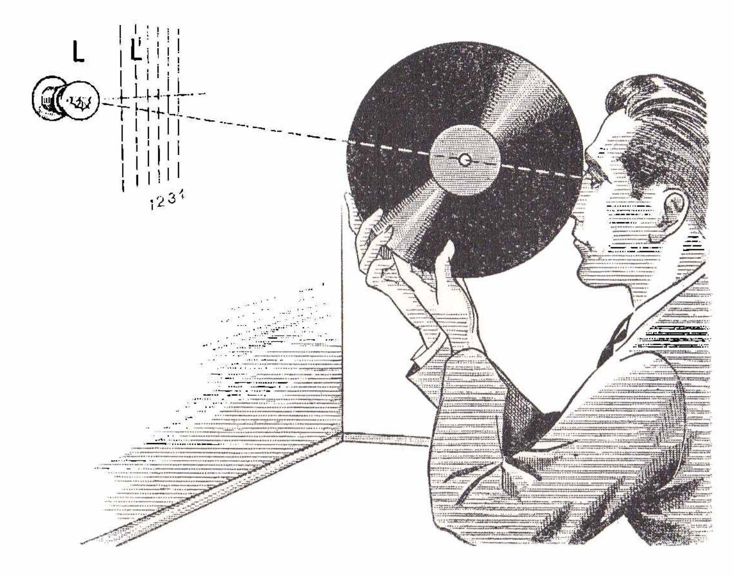


Fig. 145. — Observando los espectros de difracción con un disco fonográfico.

En la figura 145 se indica la manera de observar el fenómeno. Supongamos que en la observación de la luz reflejada, el observador esté utilizando su ojo derecho, para lo cual la luz de la lámpara *L* incide sobre la cara posterior del disco representado en la figura. La imagen central y blanca del filamento se ve como si proviniera de una región *L'* de la pared, cuyo lugar se ubica si se observa al mismo tiempo con el ojo izquierdo. En 1, 2, 3, 4... aparecen los espectros de diversos órdenes. Disponiendo junto a la pared una regla, es fácil medir la distancia *LL'* entre

la lámpara y su imagen, y también las distancias entre L' y cada uno de los colores de los espectros de órdenes sucesivos.

En el disco que hemos utilizado, el rayado abarca 67 mm, y existen en él 260 surcos, y como

$$\frac{6{,}7 \text{ cm}}{200} = 0{,}026 \text{ cm},$$

este valor es el de la constante de nuestra red de difracción *.

Observemos, de paso, que las mejores redes de difracción que se emplean en la actualidad son por reflexión, como nuestro disco, y no por transparencia, y las hay hasta de 12000 rayas por centímetro, abarcando el rayado total hasta 15 cm, como la gran red del Instituto de Física de la Universidad Nacional de La Plata.

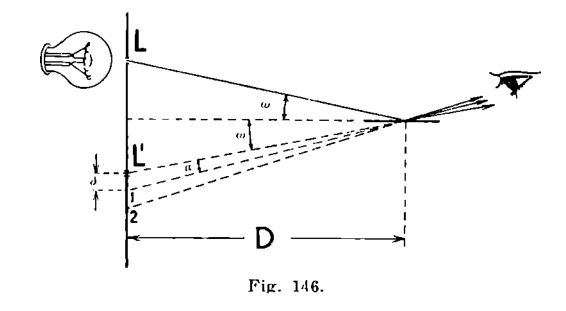


Fig. 146.

Si la luz incide sobre la red, formando con el plano de la misma un ángulo ω (fig. 146), todo ocurre como si la constante de la red a' fuera

$$a' = a \text{ sen } \omega.$$

Los máximos de intensidad se obtienen en aquellas direcciones que forman, con la dirección de la luz simplemente reflejada, un ángulo α tal que:

$$n\,\lambda = a' \text{ sen } \alpha,$$

* El valor de la constante corresponde a 100 líneas por pulgada, y siendo una pulgada igual a 2,54 cm, dicha constante será igual a 0,0254 cm.

de donde: $$\lambda = \frac{a \text{ sen } \omega \text{ sen } \alpha}{n}.$$

Se ve, en la figura, que, aproximadamente, siendo *D* grande en comparación con *LL'* = l, puede tomarse

$$\text{sen } \omega = \frac{l}{2D}; \qquad \text{sen } \alpha = \frac{\delta}{D},$$

donde δ es la separación entre la imagen *L'* y el color del espectro considerado. Se obtiene, así:

$$\lambda = \frac{a\ l\ \delta}{2\ n\ D^2}.$$

Se obtuvo, procediendo de este modo, para una distancia $D = 2$ m, y una separación $l = 40$ cm, los siguientes valores para δ:

Espectro	Color	δ
1er orden	Azul	3,5 cm
	Amarillo	4,5 „
	Rojo	5,5 „
2º orden	Azul	7 cm
	Amarillo	9 „
	Rojo	11 „
3er orden	Azul	11 cm
	Amarillo	14 „
	Rojo	17 „

Utilizando los valores correspondientes al tercer orden, resulta para λ:

Color	λ
Azul	4800 Å
Amarillo	6100 Å
Rojo	7300 Å

Interferencia

Es sumamente fácil producir fenómenos en los cuales puedan observarse franjas de interferencia. Los hermosos colores que se perciben en las pompas de jabón, en las alas de ciertas mariposas, en láminas de mica, en las capas de petróleo que se derrama sobre el agua, etc., se deben a fenómenos de interferencia.

Para obtener los anillos de Newton, es necesario disponer de un lente de gran radio de curvatura y un vidrio perfectamente plano, lo que no es muy fácil conseguir. Pero con un vidrio cualquiera pueden obtenerse hermosos dibujos, formados por franjas de interferencia, si se le aplica al mismo otro vidrio, preferentemente negro, como el utilizado en las tapas de ciertos tinte-



Fig. 147. — Observando las franjas de interferencia que aparecen al aplicar un vidrio contra otro.

ros. Se observan así figuras parecidas a la reproducida en la figura 147. La posición de las franjas varía si se varía la posición de un vidrio contra el otro, que deben presentarse al tacto como adheridos. Observando con luz blanca, las franjas aparecen coloreadas, y con luz amarilla de sodio, los colores desaparecen, pero se observa un número de franjas mucho mayor, apareciendo nítidamente separadas unas de las otras.

Experimento de Young

Este experimento consiste en observar sobre una pantalla las franjas de interferencia producidas por la luz proveniente de dos orificios muy pequeños y muy próximos, iluminados por la luz que pasa primeramente por un tercer orificio. La cantidad de luz aprovechable en este experimento es sumamente pequeña, y el mismo puede variarse adaptándolo para una observación subjetiva. Para esto basta practicar en una tarjeta, utilizando la punta de un alfiler, dos orificios muy pequeños y muy próximos entre sí. Se coloca luego la tarjeta junto al ojo, y se observa, a través de ambos agujeros, un tercer orificio, iluminado por la luz solar o la del filamento de una lámpara, y colocado próximo a la misma.

Más sencillo es todavía observar directamente, a través de los orificios, el filamento de la lámpara, colocando la tarjeta junto al ojo, de manera que la recta determinada por los centros de los dos orificios sea *perpendicular* a la dirección del filamento o de la ranura que se observa. Se percibirán así franjas brillantes, separadas por otras oscuras, situadas simétricamente hacia uno y otro lado de la franja central, que se ve proyectada sobre el filamento mismo. Para conseguir la posición más conveniente de observación, se va haciendo girar la tarjeta delante del ojo, hasta que las franjas aparezcan paralelas a la propia dirección del filamento.

Medida de la longitud de onda por interferencias

Ya sabemos que con las redes de difracción es como se puede medir la longitud de onda con gran precisión. Pero es también interesante efectuar la misma medida midiendo la separación de las franjas de interferencia, lo que se logra sin dificultad alguna. Dispongamos para ello, frente al filamento F de la lámpara, una ventana de unos 2 cm de ancho a (fig. 148). Alejémonos del filamento hasta que el ancho total de las franjas observadas aparezca como cubriendo la ventana. Supongamos que se observan nítidamente nueve franjas brillantes: cuatro a cada lado de la franja central. Para una separación δ, entre los orificios de 0,5 mm, se observa que es necesario alejarse de la lámpara unos dos metros para que el ancho total del sistema de franjas aparezca cubriendo la ventana. Es fácil calcular que debe tenerse

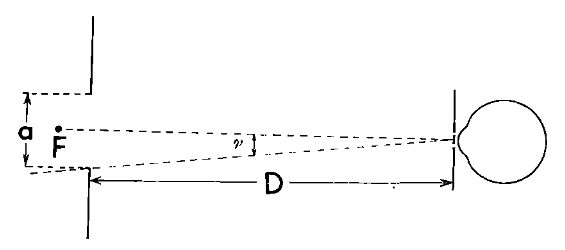


Fig. 148. — Para medir la longitud de onda por interferencia.

$$n\lambda = \delta \cdot \operatorname{sen} \varphi = \delta \frac{a}{2D},$$

de donde:

$$\lambda = \frac{\delta a}{2nD}.$$

En nuestro caso, resulta:

$$= \frac{0.05 \text{ cm} \times 2 \text{ cm}}{2 \times 4 \times 200 \text{ cm}} = 6250 \text{ Å}.$$

Experimento de Fresnel

Entre los experimentos clásicos efectuados por Fresnel, el de los espejos, simplificado por Lloyd, es el que con mayor facilidad puede ser reproducido. Basta para ello disponer de un vidrio plano y negro, tal como los que se suelen emplear en artículos de escritorio: tinteros, portasecantes, etc. En todo caso, en cualquier fábrica de espejos puede conseguirse un vidrio de esta clase por un precio no superior a 20 centavos.

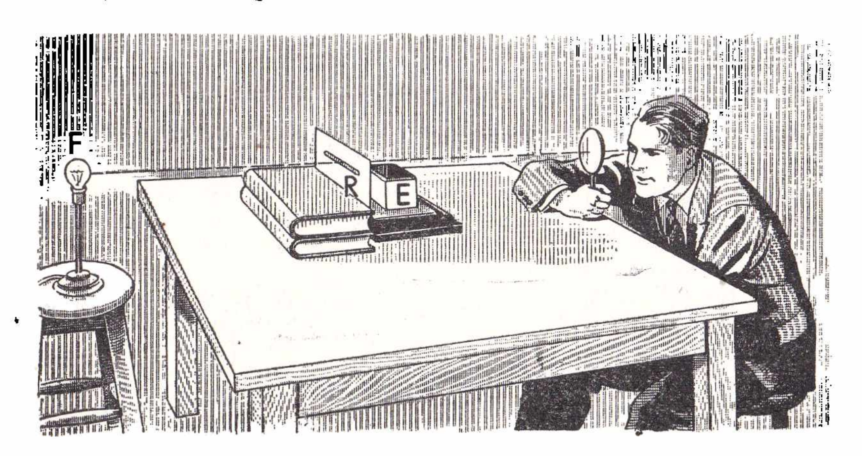


Fig. 149. — Para observar franjas de interferencia utilizando como espejo la tapa de un tintero.

La instalación no puede ser más simple: en *F*, la lámpara (fig. 149); en *R*, la ranura formada por los filos de dos hojas de afeitar, y en *E*, el espejo. Las franjas se observarán mediante una lupa, pero antes de disponerse a observar las mismas, se mirará a simple vista la ranura y su imagen dada por el espejo. Ranura e imagen deben ser paralelas, y deben estar separadas por una distancia muy pequeña: de 1 mm o menos, lo que se logrará "calzando" el espejo con hojas de papel, hasta que se encuentre a una altura conveniente. Para "pescar" las franjas de interferencia, conviene, al comienzo, tapar la lámpara *F*, de modo que su luz no moleste, limitando la

que va a ser aprovechada. Cuando se adquiera práctica, esto ya no será necesario. ¡Cuidado no confundir las líneas de difracción, que se producen en los bordes del espejo, con las verdaderas franjas de interferencia!

Observación: Al hacer la teoría elemental de los fenómenos de interferencia, se supone a los dos focos de luz coherente reducidos a puntos sin dimensiones. Si la ranura del experimento que precede fuera infinitamente delgada, las franjas de interferencia, si se observara con luz monocomática, serían absolutamente "limpias", estando dos franjas luminosas consecutivas separadas por otra perfectamente oscura. Lo mismo ocurriría en el experimento de Young, si los dos agujeros fueran infinitamente pequeños. Pero ranuras infinitamente delgadas y agujeros infintamente pequeños no existen: de aquí que las franjas, aun observando con luz monocromática, no sean del todo limpias, pues la intensidad no se anula del todo entre dos franjas brillantes consecutivas. Ésta es la razón de que el número de franjas de interferencia que se pueden observar sea reducido, y mucho más cuando se observa con luz blanca.

Polarización de la luz

Observe la luz de una lámpara reflejada en el vidrio de una puerta cualquiera, y varíe la posición del foco luminoso o haga girar la puerta hasta que el ángulo de incidencia de la luz sobre el vidrio sea de unos 55°. Procure que, en esta primera reflexión de la luz, tanto los rayos incidentes como los reflejados se encuentren en un plano horizontal, para lo cual deberá observar la imagen de la lámpara producida por el vidrio de la puerta, colocando los ojos a la misma altura del foco luminoso. Haga ahora que esta luz se refleje, por segunda vez, sobre un vidrio cualquiera, que puede ser el de alguno de los cuadritos de su casa, que ni siquiera tiene por qué sacar de su marco. Observe la imagen del filamento de la lámpara después de haber experimentado dos reflexiones: la primera, en

el vidrio de la puerta, en que el plano de incidencia es horizontal, y la segunda en el vidrio que tiene en las manos, y en la que el plano de incidencia es vertical. Varíe el ángulo de incidencia en la segunda reflexión, haciendo girar el vidrio que tiene en la mano, y observará que la intensidad de la luz reflejada disminuye, apareciendo la imagen del filamento como sumamente débil. En la figura 150 se indica una instalación para observar el fenómeno: La luz de la lámpara L incide sobre el vidrio E_1 de un cuadrito que llamaremos *espejo polarizador* (¡los espejos azogados no sirven para este experimento!), y que lo disponemos en posición vertical, sujetándolo con

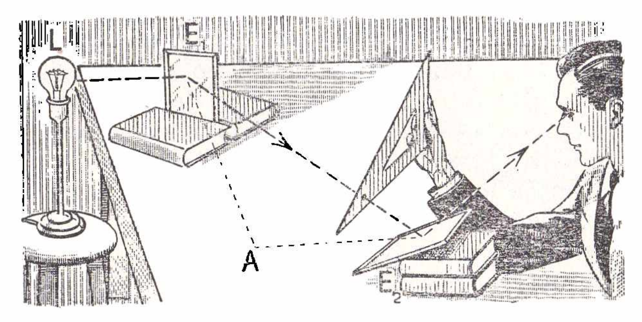


Fig. 150. — Polarización de la luz.

libros de uno y otro lado. Queremos que el ángulo de incidencia en E_1 sea igual a 56°. La suma del ángulo de incidencia, más el ángulo de reflexión, debe valer entonces 112°, o sea $90° + 22°$. Es sumamente fácil inclinar el espejo, hasta lograr que la luz se refleje en la dirección deseada. Para ello se puede proceder a ojo, utilizando un transportador, o midiendo "algo", sabiendo que la tangente de 22° vale 0,4. En este último caso, si $E_1 A$ (fig. 150) fuera igual a 60 cm, tomaríamos $A E_2 = 60$ cm $\times$ $\times$ $0{,}4 = 24$ cm, y giraríamos el espejo E_1 hasta que pudiera verse la imagen de la lámpara desde E_2. Colocamos en E_2 el segundo cuadrito, que llamaremos *espejo analizador*. En este segundo espejo, la luz debe reflejarse de tal modo, que el rayo incidente, que va de E_1 a E_2, forme con el rayo reflejado, que parte de E_2, un plano vertical.

La inclinación de este espejo puede variarse, y como deberá girar alrededor de un eje horizontal, lo más práctico es colocar el borde inferior del cuadrito contra un libro (no representado en la figura), cuyo canto servirá de eje y evitará, al mismo tiempo, que el espejo se deslice. Otros libros pueden servir de apoyo para conservar al espejo analizador inclinado en la posición deseada. Cuando el ángulo de incidencia sea también en el segundo espejo de unos 56°, la luz se extingue casi por completo. La observación de la variación del brillo de la imagen de la lámpara, al variar el ángulo de incidencia, constituye un fenómeno realmente llamativo.

Si usted estudia en un texto cualquiera este fenómeno, tal vez se pregunte por qué no puede extinguir del todo la luz reflejada. La ley de *Brewster* expresa que la luz se polariza totalmente cuando la tangente del ángulo de incidencia es igual al índice de refracción de la sustancia reflectora. Para el vidrio, el índice de refracción es igual a 1,5, y el ángulo cuya tangente tiene ese valor es igual, aproximadamente, a 56°. Pero, en realidad, a cada color corresponde un índice de refracción diferente, y, en consecuencia, el ángulo de polarización total es algo mayor para la luz azul que para la luz roja. La luz blanca no puede, por lo tanto, ser extinguida totalmente, aun cuando en ambos espejos la luz incida bajo un ángulo de 56° y sean los planos de incidencia, en las dos reflexiones sucesivas, normales entre sí.

Si, conservando el ángulo de incidencia en el segundo espejo, próximo al ángulo de polarización total, procede a hacer girar el mismo alrededor del rayo incidente, observará que el mínimo de intensidad corresponde al caso en que los planos de incidencia, en las dos reflexiones sucesivas, sean normales entre sí.

Polarización cromática

Dispuestos los espejos en la posición de mínima intensidad, coloque entre ambos una lámina de mica o una escuadra de celuloide: observará hermosos colores, y tor-

ciendo la escuadra, verá cómo su coloración varía. Al ser deformada, la sustancia que constituye la escuadra se vuelve birrefringente; este fenómeno permite a los ingenieros estudiar complicados procesos de elasticidad, así como a los mineralogistas reconocer la naturaleza de un cristal, interponiendo una lámina del mismo en el trayecto de los rayos.

Los fenómenos de interferencia y difracción prueban, en forma concluyente, que la luz consiste en un proceso ondulatorio, y la polarización sólo puede ser explicada admitiendo la transversabilidad de las ondas.

Cuando este fenómeno fué descubierto, a principios del siglo pasado, se le asignó desde el comienzo una enorme importancia desde el punto de vista teórico; pero si se le hubiera preguntado a un físico de aquel entonces qué aplicaciones prácticas podría tener ese descubrimiento, lo más probable es que, encogiéndose de hombros, respondiera: ninguna. Sin embargo, hoy día existe un polarímetro en cualquier laboratorio de Química, y en los ingenios azucareros se lo emplea constantemente para averiguar la riqueza en sacarosa del azúcar bruto. No sin razón preguntará usted qué tiene que ver el azúcar con la polarización de la luz, pero si toma un frasco chato, de caras aproximadamente paralelas, como los utilizados para envase de algunos perfumes, y lo llena con una solución de agua azucarada, interponiendo dicho frasco en el trayecto de la luz, entre el polarizador y el analizador, observará que el brillo de la imagen aumenta inmediatamente.

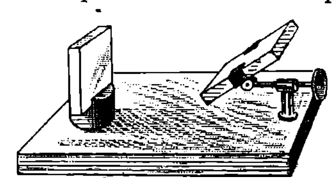


Fig. 151. — Aparato polarizador.

Se trata del fenómeno de la rotación del plano de polarización, que para observarlo con nitidez debe utilizar luz monocromática. La figura 151 representa un aparato para el estudio de la polarización, que podrá construir usted mismo sin dificultad alguna.

MAGNETISMO Y ELECTRICIDAD

Consiga un imán: los hallará muy buenos y a bajo precio en los "cementerios de automóviles".

Con él podrá imanar agujas de tejer, y fabricar con ellas brújulas, pudiendo así repetir la mayor parte de los experimentos que se indican en los textos corrientes. Si desea comprobar la ley de Coulomb, fabríquese una balanza en la forma que ya hemos indicado (pág. 193), utilizando para la cruz una aguja de acero previamente imanada. La fuerza entre los polos *P* y *P'* de los dos imanes (fig. 152), puede medirse, de este modo, con suma facilidad.

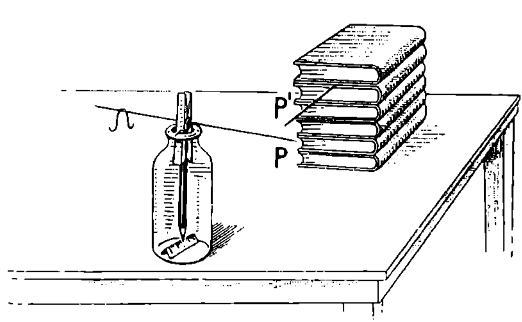


Fig. 152. — Para comprobar la ley de Coulomb del magnetismo.

Electroestática

En un día seco, puede realizar llamativos experimentos de electricidad estática utilizando un peine, que frotará con sus propios cabellos, es decir, peinándose. Verificará la atracción eléctrica sobre cabellos, trozos de papel, barbas de pluma, papel metálico, etc. Si el día es húmedo, seque previamente los cuerpos que va a utilizar, para lo cual bastará colocarlos en el cajón de la mesa de luz, introduciendo en el mismo una lámpara eléctrica encendida.

Suspendiendo mediante hilos de seda dos hojas metálicas (fig. 153), y cargándolas, utilizando un peine frotado, puede medirse la fuerza con que las hojas se repelen y verificar la ley de Coulomb. La resultante entre la

fuerza de repulsión F y el peso P de la lámina L (fig. 154), debe tener la dirección del hilo, por lo cual se tiene:

$$\frac{F}{P} = \frac{O' L}{O O'}.$$

Dada la pequeñez del ángulo $O' O L$, podemos tomar $O O'$, igual a la longitud $O L$ (longitud 1 del hilo), y

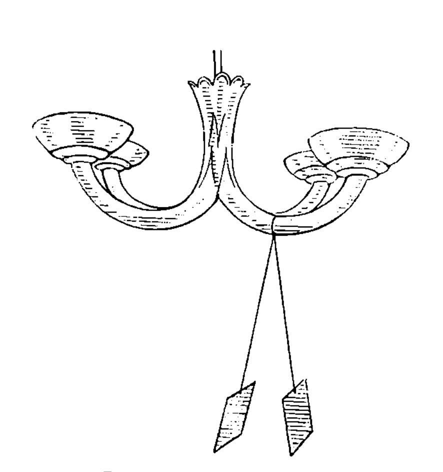


Fig. 153. — Electroscopio.

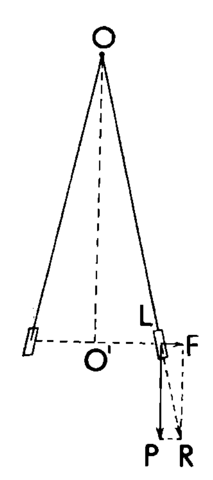


Fig. 154.

llamando a a la distancia $O' L$, igual a la mitad de la distancia d entre las cargas, tendremos:

$$F = P \frac{d/_2}{l} = \frac{P d}{2 l}.$$

Siendo, por la ley de Coulomb,

$$F = \frac{e e'}{d^2},$$

tenemos:

$$\frac{e e'}{d^2} = \frac{P d}{2 l},$$

de donde:

$$\frac{d^3}{l} = \frac{2\,e\,e'}{P} = \text{constante.}$$

Si una vez cargados los dos péndulos eléctricos procederemos a alargar los hilos que los sostienen, midiendo en cada uno la longitud l y la distancia d, se observa que si los pendulitos *son esféricos*, se cumple muy bien la relación anterior; pero tratándose de dos hojas planas, como dos hojas de afeitar, esa relación *no se cumple*. Así, por ejemplo, procediendo con péndulos esféricos se obtuvieron en una serie de medidas los valores siguientes:

d	l	$\frac{d^3}{l}$
3 cm	15 cm	1,80 cm²
4 „	35 „	1,83 „
5 „	70 „	1,78 „

En cambio, procediendo del mismo modo con hojas de afeitar, no se observa que permanezca constante esa relación.

¿Cuál es la razón de que ocurra esto? ¿No vale acaso la ley de Coulomb? La ley de Coulomb se refiere a la acción que ejercen entre sí dos cargas eléctricas de *"dimensiones puntuales"*. Si se trata de dos esferas pequeñas, dichas cargas pueden suponerse concentradas en el centro de cada una de ellas, pero tratándose de cargas eléctricas distribuídas en dos planos, el efecto observado proviene de la resultante de todas las fuerzas que sobre cada punto de uno de ellos ejercen las cargas situadas en el otro. Calcular matemáticamente la fuerza con que se rechazan dos hojas de afeitar cargadas, teniendo en cuenta su forma irregular, separadas entre sí por cierta distancia, y aplicando la ley de Coulomb a punto por punto de la superficie de cada una de ellas, es un problema de una dificultad demoníaca. Si la distancia que separa las hojas es grande con respecto al tamaño de las mismas, vale la ley de Coulomb para el conjunto, y también es

fácil demostrar que si las hojas se disponen a distancia sumamente pequeña una de la otra, la fuerza, en esas condiciones, no depende de dicha distancia. Pero para distancias medias, del orden de magnitud del tamaño de las hojas, sólo puede calcularse la fuerza en casos simples y muy particulares.

Sirva este ejemplo para compenetrarnos de que la ley de Coulomb se refiere a cargas eléctricas concentradas en puntos matemáticos, y que su verificación experimental se reduce fundamentalmente a la comprobación de sus consecuencias.

Balanza de torsión

Suspenda de un hilo de seda (fig. 155) un peine por su parte media, y podrá apreciar las atracciones y repulsiones eléctricas con suma facilidad y en forma realmente espectacular. En los extremos del peine suspendido podrá colocar usted papel de estaño, y acercarle al mismo tiempo otro peine frotado, o una barra de lacre, azufre, vidrio, etc.

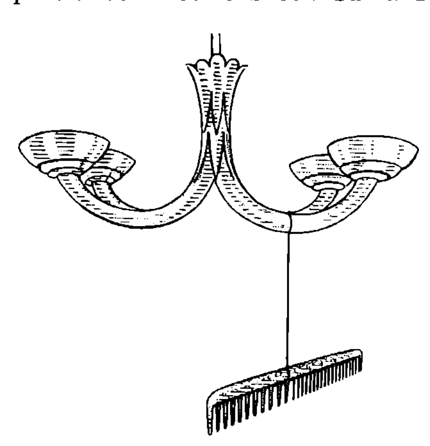


Fig. 155. — "Balanza de torsión".

Si desea comprobar la ley de Coulomb de esta manera, fije en los extremos del peine suspendido *esferillas* metálicas, y utilice también otra esferilla metálica para atraer o repeler a aquéllas. Esta segunda esferilla debe estar fijada en un mango aislador, y, como tal, nada mejor que un peine. Si el peine que constituye la balanza de torsión está suspendido por un solo hilo, dicha balanza resulta *demasiado sensible*, por lo cual conviene utilizar una suspensión *bifilar*, o sea suspender el peine por dos hilos de seda, que

se hacen pasar por dos dientes próximos. La fuerza está medida por el ángulo de torsión, ya que aquélla es proporcional a éste.

Electrización por influencia

Recubriendo el peine de su balanza de torsión con papel metálico, podrá cargarlo ya sea por contacto o por influencia. Para esto último, acerque al peine suspendido un cuerpo electrizado, y comunique con tierra (tocándolo) al que está suspendido, mientras el cuerpo inductor se encuentra en sus proximidades.

Electróforo de Volta

Es tan simple esta máquina eléctrica, que lo único que puedo sugerirle aquí es que utilice, en lugar del "disco de latón con un mango aislador", la tapa de lata de un tarro cualquiera, y que sustituya dicho mango aislador por tres hilos de seda. El disco de ebonita necesario para tener completa la "máquina", lo podrá adquirir en cualquier comercio de radiotelefonía, o podrá sustituirlo con un disco de fonógrafo.

Otros experimentos

Si quiere probar que la electricidad reside en la superficie exterior de los conductores, le bastará electrizar una jarra metálica cualquiera, y explorarla mediante un "plano de prueba". El plano de prueba puede consistir en un peine, con una pequeña hoja de papel metálico atada en uno de sus extremos. Pero, ¿dónde ubica la jarra? Un procedimiento consiste en suspenderla con hilos de seda, lo que es, por cierto, bastante incómodo. Consiga cubos de parafina, y de esa manera tendrá un soporte aislador muy bueno.

Utilizando como electroscopio su balanza de torsión, no sólo podrá verificar que la electricidad reside en la superficie exterior de los conductores, sino que también apreciará sin dificultad las variaciones de la densidad eléctrica. Espero que con lo que precede podrá usted realizar, si así lo desea, cualquier experimento de electroestática, pues, si se empeña, hasta podrá construir un electrómetro absoluto, como el de lord Kelvin, ya que para ello sólo necesita dos discos de lata y su balanza hecha con un broche de ropa.

Corriente eléctrica

Para experimentar en electrodinámica necesita usted proveerse de material adecuado: pilas, acumuladores, cables, resistencis, interruptores, etc. Los instrumentos pueden ser fabricados por usted mismo, pues basta tener un imán para construir con él galvanómetros, voltímetros y amperímetros. Nada más fácil, por ejemplo, que construir una brújula de tangentes, con la cual podrá verificar las leyes fundamentales del electromagnetismo. Esta brújula podrá servirle también en sus experimentos de inducción, para la realización de los cuales sólo necesita construir algunas bobinas.

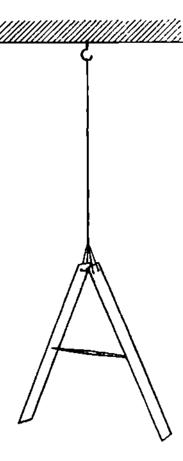
Dado que en lo que a este capítulo se refiere existe mucho material bibliográfico destinado a los aficionados a la radiotelefonía, prescindiré de entrar en mayores detalles.

REVELACIÓN EXPERIMENTAL DE LA ROTACIÓN DE LA TIERRA

Daré término a este capítulo indicándole a usted la manera de construir algo así como un "microscopio de rotaciones", con cuyo dispositivo podrá comprobar, en sólo unos instantes, el movimiento de rotación de nuestro planeta.

La nueva prueba, que realicé por primera vez a mediados del año 1946, cuando ya había comenzado a escribir este libro, se basa en el principio de la conservación del impulso rotatorio. Comenzaremos, pues, indicando un experimento fácil de realizar, y que sirve para ilustrar el contenido de aquel principio.

Tome para ello dos tiras iguales de cartón, tales como los rebordes largos de la tapa de una caja de zapatos, y después de unirlas por uno de sus extremos con un hilo de coser, suspéndalas en la forma que indica la figura 156, mediante un hilo, del dintel de una puerta.


Fig. 156.

Separe ahora los cartones, apoyando entre ambos un palillo de dientes, y el dispositivo tomará el aspecto de una A suspendida, por lo cual llamamos a este experimento "experimento de la A". Si imprime luego a esta A un lento movimiento de rotación, en cualquier sentido, y aplica un fósforo encendido al palillo que separa los cartones, observará que al juntarse aquéllos, después de quemarse el sostén que los mantenía separados, el movimiento de rotación se hace mucho más rápido, conservando, naturalmente, el sentido de la rotación inicial.

Los patinadores sobre hielo realizan, al efectuar sus piruetas, experimentos análogos al precedente: si giran sobre uno de sus patines con los brazos extendidos, les basta pegarlos al cuerpo para que aumente su propia velocidad de rotación, la cual disminuye si los extienden nuevamente.

En los dos ejemplos que hemos citado, la velocidad angular varía a consecuencia de la variación del momento de inercia del sistema respecto al eje de giro. Cuando el momento de inercia disminuye, la velocidad angular aumenta, y viceversa.

Recordaremos aquí que el momento de inercia de un

cuerpo con respecto a un eje es igual a la suma de los productos de las masas de las partículas que lo constituyen por los cuadrados de sus respectivas distancias al eje considerado.

Siendo así, al acercarse ciertas porciones del cuerpo al eje de giro, su momento de inercia deberá disminuir y, en consecuencia, aumentará su velocidad de rotación. Si imaginamos algo así como un paraguas abierto girando alrededor de su propio eje, y suponemos que por la acción de un resorte aquél se cierra, su velocidad angular de giro deberá aumentar.

En la teoría de la nebulosa, de Laplace, se supone que ésta se encontraba inicialmente dotada de un lento movimiento de rotación, que iba en aumento a medida que aquélla se contraía.

Se llama *impulso rotatorio* al producto del momento de inercia, I, por la velocidad angular, ω.

En un sistema aislado, sobre el que no actúen fuerzas exteriores, el impulso rotatorio se mantiene constante. Por lo tanto, si un cuerpo o un sistema de cuerpos cuyo momento de inercia es I gira alrededor de un eje con la velocidad angular ω, su impulso rotatorio, $I\omega$, no podrá variar, y si el cuerpo o el sistema adquiere otro momento de inecia I', la velocidad angular correspondiente ω' será tal que

$$I\omega = I'\omega',$$

o sea:

$$\omega' = \frac{I}{I'}\omega.$$

De acuerdo con esto, si el momento de inercia se hace 1000 veces menor, la velocidad angular se hará, en consecuencia, 1000 veces mayor. Podremos, pues, llamar al cociente $\frac{I}{I'}$ factor de amplificación.

En vía de suposiciones, consideremos ahora que instalamos en uno de los polos terrestres algo así como un paraguas provisto de un resorte apropiado, mediante el

cual se cierra en un momento dado (fig. 157). Supongamos que el paraguas se encuentre inicialmente sin girar, o sea en reposo *con respecto* a la Tierra. ¿Qué ocurrirá al cerrarse? Éste se encontraba en reposo con respecto a la Tierra, pero participaba de la rotación de ésta y, por lo tanto, giraba con relación a las estrellas fijas. El paraguas, aparentemente en reposo, giraba entonces, antes de cerrarse, con la velocidad angular correspondiente a una vuelta completa en 24 horas siderales. Si, al cerrarse, el momento de inercia se hiciera, por ejemplo, 10000 veces menor, lo veríamos girar con una velocidad angular 10000 veces mayor, lo que conduce, en este caso, a una vuelta completa en poco más de 8 segundos.

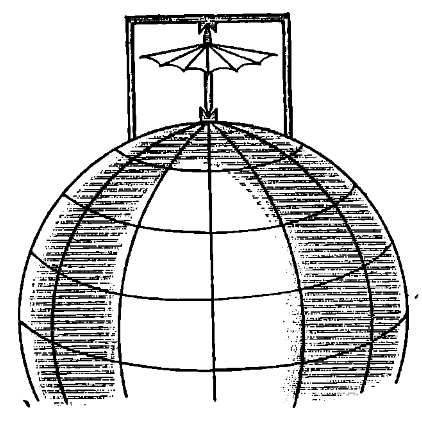
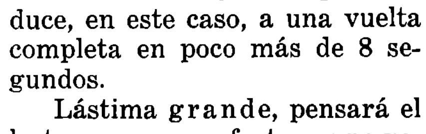


Fig. 157.



Lástima grande, pensará el lector, que para efectuar una verificación de esta clase debamos trasladarnos nada menos que a uno de los polos terrestres. Sin embargo, no tenemos por qué desalentarnos antes de tiempo. ¿Qué sucedería si lleváramos a cabo este supuesto experimento en una latitud intermedia? La velocidad angular es una magnitud vectorial, de tal modo que la velocidad de rotación de la Tierra puede representarse por un vector situado sobre el mismo eje terrestre. En un lugar L de latitud λ (fig. 158), la componente de la velocidad angular, cuya

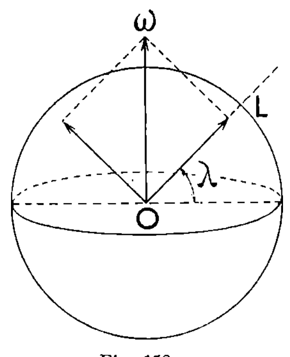


Fig. 158.

dirección coincide con la vertical del lugar, será el vector $O\,L$, cuyo valor es ω sen λ.

Por lo tanto, si se realiza el "experimento del paraguas" en un lugar de latitud λ, la velocidad angular ω', con que girará el mismo una vez cerrado, será

$$\omega' = \frac{I}{I'}\,\omega \operatorname{sen} \lambda, \qquad [1]$$

siendo ω la velocidad angular de la Tierra, y I e I' los momentos de inercia del paraguas abierto y cerrado, respectivamente.

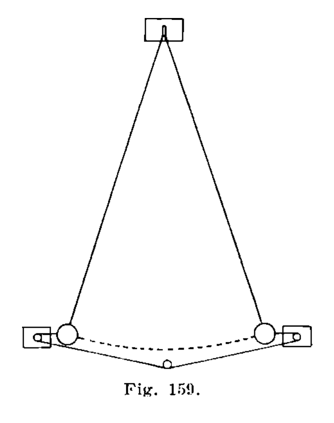


Fig. 159.

Veamos ahora cómo podrá usted ampliar, y revelar así, el movimiento de rotación de nuestro planeta. Fije a una pared, a tres o cuatro metros del suelo, una madera, y en ella un tornillo provisto de una arandela (fig. 159).

Por ésta hará pasar luego un hilo, en cuyos extremos fijará dos bolas de masilla, de igual masa. No importa que las bolas no sean rigurosamente esféricas, basta con redondearlas a mano. Para fijar la masilla a los extremos del hilo, se atarán éstos a dos alambrecitos, a los que se les dará la forma de un pequeño tirabuzón, de 4 ó 5 espiras, que se introducirán en cada una de las esferas. Se procede entonces a correr el hilo, hasta que ambos péndulos tengan exactamente la misma longitud. Una vez hecho esto, para evitar el deslizamiento del hilo se colocará un corcho en la arandela por la cual pasa aquél.

Conviene ahora que deje "descansar" un rato a los péndulos por separado para lograr que los hilos se desenrollen por completo, lo que logrará apartando algo a cada uno de ellos, sucesivamente, de su posición de equilibrio, utilizando al efecto un soporte cualquiera o clavos apropiadamente dispuestos en la pared. Fije ahora a ésta

otras dos maderas, como la que sirve de soporte, con sus tornillos respectivos, procurando que éstos se encuentren simétricamente dispuestos respecto de la vertical que pasa por el punto de suspensión, siendo además conveniente que las tres arandelas estén igualmente distantes del plano de la pared. Mediante un hilo, proceda ahora a separar por igual ambos péndulos de su posición de equilibrio, y una vez hecho esto espere con paciencia un buen rato, hasta estar absolutamente seguro que los péndulos no tienen el más mínimo movimiento de oscilación, para lo cual debe cerciorarse que no hay corrientes de aire ni trepidaciones perturbadoras. Siendo así, el único movimiento de los péndulos será el propio movimiento de la Tierra, y en este momento se acerca usted con sumo cuidado y quema el hilo que los mantenía separados. Ambos chocarán y quedarán unidos después del choque: si sus masas y apartamientos fueron iguales, no oscilarán en lo más mínimo después de juntarse, pero adquirirán un movimiento de rotación en el mismo sentido del movimiento de rotación de la Tierra. Si el experimento lo efectuamos en el hemisferio sur, veremos que los péndulos, después de chocar, giran —mirados desde arriba— en el sentido del movimiento de las agujas del reloj; en el hemisferio norte, los veremos girar en el sentido opuesto.

Naturalmente que, debido a la torsión que experimentan los hilos al girar las masas pendulares, sólo se observará que éstas, inmediatamente después del choque, sólo se desplazan cierto ángulo en el sentido de la rotación de la Tierra, para retroceder de inmediato, efectuando oscilaciones angulares sucesivas.

CÁLCULO DEL ÁNGULO DE GIRO. — Una vez unidas las masas pendulares, éstas constituyen lo que se llama un péndulo de torsión, con una suspensión que es, en este caso, bifilar. Llamando T' al período de oscilación del sistema, y α a la amplitud angular del mismo, el ángulo θ, que mide la separación de la posición de equilibrio, estará dado, en función del tiempo, por la ecuación

$$\theta = \alpha \operatorname{sen} 2 \pi \frac{t}{T'} \cdot \qquad [2]$$

La velocidad angular, en un instante cualquiera, será:

$$\frac{d\,\theta}{d\,t} = \frac{2\,\pi\,\alpha}{T'} \cos\, 2\,\pi\, \frac{t}{T'}, \qquad [3]$$

por lo cual la velocidad angular máxima, que llamaremos ω', y que adquiere el sistema al pasar por la posición de equilibrio, tendrá el valor

$$\omega' = \frac{2\,\pi\,\alpha}{T'}. \qquad [4]$$

Esta velocidad ω' debe ser igual a la dada por la expresión [1], de donde:

$$\frac{2\,\pi\,\alpha}{T'} = \frac{I}{I'}\,\omega \text{ sen } \lambda, \qquad [5]$$

en que ω es la velocidad de rotación de la Tierra, igual a $\frac{2\,\pi}{T}$, siendo T el tiempo de rotación de la misma. Resulta así, para el ángulo de desplazamiento α, que cabe esperar después del choque, la expresión:

$$\alpha = \frac{I}{I'}\,\frac{T}{T'} \text{ sen } \lambda. \qquad [6]$$

Ejemplo: Supongamos que en un experimento el factor de amplificación sea igual a 10000. (Esta amplificación se obtendría para un apartamiento de los péndulos igual a un metro, si el "radio de giro" correspondiente al momento de inercia I' fuera de un centímetro). Si T', tiempo de oscilación del péndulo de torsión, fuera de 20 seg, a la latitud de 35°, el ángulo α resulta ser igual a:

$$\alpha = 0{,}57 \text{ radianes} = 33°.$$

Transcribo a continuación los resultados de una serie de medidas que llevé a cabo en 1946, utilizando como masas pendulares dos barras metálicas, que recubría con una delgada capa de masilla, para que se adhirieran des-

pués del choque. Una de las masas llevaba un pequeño espejo, y por el desplazamiento de un rayo de luz sobre una escala, era fácil conocer el ángulo en que se desplazaban las mismas.

El momento de inercia I' del sistema, determinado dinámicamente, resultó ser equivalente a un radio de giro igual a 0,897 cm, por lo cual bastaba apartar los péndulos 90 cm de la vertical que pasaba por la suspensión para tener una amplificación igual a 10000. Los péndulos los soltaba simultáneamente, haciendo pasar una corriente eléctrica por dos electroimanes convenientemente dispuestos.

En la tabla que sigue se consigna, en la primera columna, la distancia d de ambos péndulos a la vertical; en la siguiente, los valores del ángulo α, calculados por la [6], teniendo en cuenta que T' era igual a 8,2 seg, y $\lambda = 34°54'$, y finalmente, los valores observados del ángulo α en experimentos sucesivos.

d	α calc.	α observado
87 cm	29°18′	32°30′ — 26°20′ — 31°45′
56 „	12°8′	10°50′ — 10°50′ — 13°15′
45 „	7°50′	9°10′ — 8°40′ — 8°50′
32 „	3°58′	4°15′ — 4°5′ — 3°40′

Aun con péndulos de masilla, disponiéndolos en la forma que he explicado más arriba, se obtienen resultados muy buenos si se toman las precauciones debidas.

CENTRAJE. — Físicamente es imposible hacer que ambos péndulos estén suspendidos exactamente del mismo punto, pues los hilos tienen, necesariamente, cierto espesor. Si los dos puntos, A y B, de suspensión de cada uno de los péndulos están separados por cierta distancia δ, habrá que apartar a éstos de manera que se encuentren inicialmente en el plano vertical que pasa por aquellos puntos. Si el plano de oscilación de los péndulos formara

con este plano un ángulo β (fig. 160), el choque, prescindiendo del efecto de la rotación terrestre, dejaría de ser central, y se originaría una torsión suplementaria, en uno u otro sentido, de cierta amplitud α'. Es fácil calcular el valor de este ángulo. Si llamamos m a la masa de cada uno de los péndulos, y v a la velocidad que tienen al chocar, por ser δ sen β la distancia con que se cruzarían los centros de gravedad, el impulso rotatorio correspondiente $I' \omega''$ sería:

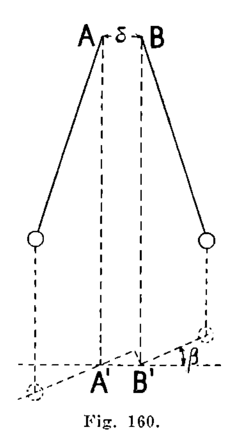


Fig. 160.

$$I' \omega'' = m\, v\, \delta \text{ sen } \beta.$$

Si llamamos τ al tiempo de oscilación de los péndulos planos, la velocidad v de cada uno de ellos, al pasar por la posición de equilibrio, estará dada por la expresión

$$v = \frac{2\,\pi\, d}{\tau},$$

siendo d la amplitud, prácticamente igual a la separación inicial de cada péndulo de la vertical que pasa por la suspensión. Introduciendo el radio de giro r correspondiente al momento de inercia I' de las dos masas pendulares, tenemos:

$$2\, m\, r^2\, \omega'' = m \frac{2\,\pi\, d}{\tau}\, \delta \text{ sen } \beta.$$

Resulta así, para la velocidad angular ω'', originada por este choque no central, la expresión:

$$\omega'' = \frac{2\,\pi}{\tau}\, \frac{\delta\, d}{2\, r^2} \text{ sen } \beta.$$

Teniendo en cuenta la [4], que para este caso escribiremos:

$$\omega'' = \frac{2\,\pi\,\alpha'}{T'},$$

resulta, finalmente:

$$\alpha' = \frac{T'}{\tau}\;\frac{\delta\,d}{2\,r^2}\;\text{sen}\;\beta. \qquad [7]$$

Deberá procurarse que este ángulo α' sea, en todos los casos, mucho menor que el ángulo α, pues de lo contrario este segundo efecto taparía, por decirlo así, al primero. Si $\frac{T'}{\tau} = 4$, y $\frac{\delta\,d}{r^2} = 1$, para $\beta = 1°$ se obtiene $\alpha' = 2°$. En nuestros experimentos, δ era del orden del décimo de milímetro, y el centraje lo lográbamos utilizando un anteojo cuyo retículo hacíamos coincidir con la dirección de los hilos, estando los péndulos juntos y en la posición de equilibrio. Al apartarlos de ella dejábamos fijo el anteojo, y hacíamos que ambos hilos, ahora inclinados, siguieran en coincidencia con el retículo vertical.

Balanza de rotación

Como experimento de clase, el que acabamos de describir ofrece bastantes dificultades, por lo cual es conveniente disponer de un aparato ya preparado, cuya instalación pueda efectuarse en pocos minutos.

En la figura 161 se ve en (*a*) al aparato abierto, mantenido así por el hilo *h*, y en (*b*) cerrado, después de quemar el hilo. En el eje *E* va fijo el espejo, que reflejará la luz de una linterna sobre una escala. El conjunto constituye, simplemente, una balanza de torsión, cuyo momento de inercia es variable. En la figura se pueden apreciar algunos detalles que no entraremos a describir.

Como se comprenderá, habrá que quemar el hilo *h* cuando el aparato se encuentre en reposo en su posición de equilibrio. Interesa, sobre todo, que no oscile angularmente, o sea, que no se produzca ninguna torsión del hilo

de suspensión, para lo cual lo más simple es hacer que una de las varillas de los péndulos en cruz se encuentre inicialmente apoyada en un tope fijo a un soporte apropiado.

Si llamamos T'' al tiempo de oscilación de la balanza, cuando la cruz está abierta, y T' al mismo tiempo de osci-

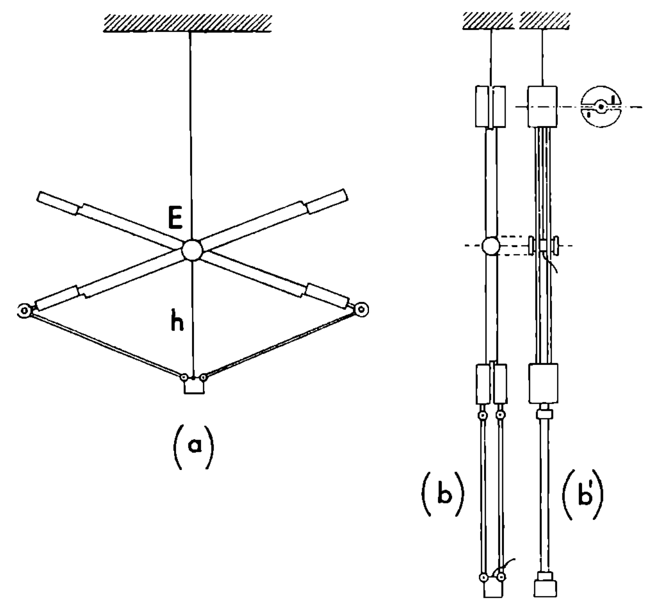


Fig. 161.

lación, estando aquélla cerrada, el factor de amplificación $\frac{I}{I'}$ estará dado por la relación

$$\frac{I}{I'} = \frac{T''^2}{T'^2}, \qquad [8]$$

por lo cual la [6], en este caso, se convierte en

$$\alpha = \frac{T''^2}{T\,T'} \text{ sen } \lambda. \qquad [9]$$

Si la escala sobre la que se proyecta el haz luminoso que refleja el espejo está separada de éste por una distancia d, para ángulos no muy grandes, la separación δ a observarse será:

$$\delta = 2\,d\,\frac{T''^2}{T\,T'}\,\text{sen}\,\lambda. \qquad [10]$$

Si suponemos $T' = 20$ seg, $T'' = 600$ seg, y $\lambda = 35°$, para una distancia $d = 1$ m, cabe esperar un apartamiento $\delta = 24$ cm. En este ejemplo, el factor de amplificación sería igual a 900, encontrándose los radios de giro de los momentos de inercia en la relación de 30 a 1.

Observaciones: a) La fórmula [1] da la velocidad angular ω' medida con respecto al sistema de las estrellas fijas.

La velocidad angular observable desde la Tierra será la diferencia entre aquel valor y la rotación terrestre alrededor de la vertical en el punto de observación. Teniendo en cuenta esto, la [1] deberá sustituirse por la expresión

$$\omega' = \frac{I}{I'}\,\omega\,\text{sen}\,\lambda - \omega\,\text{sen}\,\lambda,$$

o sea:

$$\omega' = \frac{I - I'}{I'}\,\omega\,\text{sen}\,\lambda. \qquad [1']$$

En consecuencia, la [9] se convierte en

$$\alpha = \frac{T''^2 - T'^2}{T\,T'}\,\text{sen}\,\lambda. \qquad [9']$$

Naturalmente que sólo en medidas de gran precisión habrá que aplicar estas fórmulas en lugar de las anteriores.

b) ¿Influyen en los experimentos que se efectúen con la balanza de rotación que hemos descripto los defectos de asimetría que por construcción pudiera tener la misma? Supongamos, para fijar ideas, que las varillas que

se encuentran en la parte superior del aparato se han torcido y chocan asimétricamente. Podemos suponer también que una de las pesas lleva una masa adicional, que aumenta la asimetría en el momento del choque. ¿Producirá esto alguna rotación suplementaria? A primera vista parece que sí, y asusta pensar en la extremada precisión con que habría que construir nuestra balanza. Pero felizmente no es así. Puede ella ser todo lo asimétrica que se quiera, sin que ello influya para nada en el resultado final. Cuando la balanza está abierta y en equilibrio, las únicas fuerzas exteriores que actúan sobre ella son las provenientes del peso de cada una de sus partículas, y la tensión del hilo de suspensión igual y de sentido opuesto al peso total del sistema. El momento de estas fuerzas, con respecto a la vertical que pasa por la suspensión, es nulo, y seguirá siendo nulo después de cortar el hilo que mantiene abierto al aparato, pues con ello sólo se han suprimido dos fuerzas iguales y opuestas. El caso sería diferente si mantuviésemos el aparato abierto mediante fuerzas exteriores, que podrían equilibrar cierta cupla de torsión del hilo.

A pesar de lo que precede, conviene que la balanza de rotación sea simétrica, para evitar posibles desplazamientos, debidos a la masa de aire que se pone en movimiento al moverse las pesas, y para evitar también, en lo posible, movimientos pendulares después del choque, que se superpondrían con la rotación a medir.

c) Hemos dicho que el hilo *h* debe quemarse cuando el aparato se encuentre en reposo, en su posición de equilibrio. Si el aparato está oscilando cuando se quema el hilo, se pueden originar por ello rotaciones suplementarias, que se superpondrán a la rotación que se trata de revelar. Supongamos que la balanza esté oscilando con la amplitud ϑ_0; como el período es, inicialmente, T'', el ángulo ϑ de torsión, en función del tiempo, podrá expresarse así:

$$\vartheta = \vartheta_0 \text{ sen } 2 \pi \frac{t}{T''} \cdot$$

La velocidad angular originada por esta oscilación es:

$$\frac{d\vartheta}{dt} = \frac{2\pi\vartheta_0}{T''}\cos 2\pi\frac{t}{T''}.$$

El valor máximo de esta velocidad angular es, en valor absoluto:

$$\Omega = \frac{2\pi\vartheta_0}{T''},$$

que al cerrarse el sistema puede producir una rotación angular β, dada por la expresión:

$$\beta = \frac{I}{I'}\frac{T'}{T''}\vartheta_0 = \frac{T''}{T'}\vartheta_0.$$

Es, pues, indispensable que el sistema, al ser lanzado, no oscile. Si para evitar esa oscilación se aparta el sistema de su posición de equilibrio, en un ángulo α_0, manteniéndolo en ella por medio de un tope fijo, ¿cuál será el ángulo de rotación que se originaría finalmente por esta desviación inicial? Si el período del péndulo compuesto plano que constituye la balanza es τ, y este período es pequeño en comparación con los tiempos de oscilación T' y T'', el aparato se cerrará en un tiempo $\frac{\tau}{4}$, y durante este tiempo el ángulo de torsión del hilo no variará sensiblemente, y será α_0. El impulso rotatorio debido a la torsión del hilo será, en consecuencia:

$$\frac{D\,\alpha_0\,\tau}{4},$$

siendo D la cupla directriz vinculada al tiempo de oscilación T', por la expresión:

$$D = \frac{4\pi^2 I'}{T'^2}.$$

Por lo tanto, el impulso rotatorio del sistema, cuando se

aparte en un ángulo α_0 de la posición de equilibrio, tendrá que ser igual a

$$\frac{\pi^2 I' \alpha_0 \tau}{T'^2} .$$

Deseamos calcular la amplitud φ_0 con que deberá oscilar el sistema, para que su impulso rotatorio sea el consignado más arriba. El ángulo φ en función del tiempo, lo expresaremos:

$$\varphi = \varphi \operatorname{sen} 2 \pi \frac{t}{T'} ,$$

de donde:

$$\frac{d \varphi}{d t} = \frac{2 \pi \varphi_0}{T'} \cos 2 \pi \frac{t}{T'} ,$$

o sea:

$$\frac{d \varphi}{d t} = \frac{2 \pi \varphi_0}{T'} \sqrt{1 - \frac{\varphi^2}{\varphi_0^2}} .$$

Ésta es la expresión de la velocidad angular, por lo cual, si la multiplicamos por el momento de inercia I', para $\varphi = \alpha_0$, el valor obtenido deberá ser igual al impulso rotatorio, debido a la torsión inicial que hemos calculado más arriba. Tenemos, así:

$$I' \frac{2 \pi \varphi_0}{T'} \sqrt{1 - \frac{\alpha_0^2}{\varphi_0^2}} = \frac{\pi^2 I' \alpha_0 \tau}{T'^2} ,$$

de donde:

$$\varphi_0 = \alpha_0 \sqrt{1 + \frac{\pi^2}{4} \frac{\tau^2}{T'^2}} ,$$

lo que significa que prácticamente es $\varphi_0 = \alpha_0$, o sea que el ángulo de desviación inicial no experimenta, al cerrarse el sistema, amplificación alguna.

Importancia didáctica de esta clase de experimentos

Sería absurdo creer que la importancia de los experimentos que manifiestan, por medios mecánicos, el movimiento de rotación de la Tierra radica en que ellos brindan una "prueba" de aquel movimiento. Cuando *Foucault* efectuó, a mediados del siglo pasado, su célebre experimento, nadie dudaba del movimiento de rotación de la Tierra.

Si imaginamos que *Galileo* hubiera llevado a cabo un experimento semejante, podemos afirmar que con ello no hubiera convencido a sus empecinados contemporáneos. Éstos hubieran podido argüir que el movimiento de las estrellas arrastraba consigo al plano de oscilación del péndulo, y en el caso de nuestro experimento, al ver que al juntarse los péndulos se ponían en rotación en sentido opuesto al movimiento de la bóveda estrellada, hubieran dicho... ¡váyase a saber lo que hubieran dicho! Pero es seguro que tampoco se habrían convencido. Frente a la evidencia astronómica, las pruebas experimentales son, en verdad, bien poca cosa. A fines del siglo pasado, *Michelson* ideó un ingenioso experimento para revelar ópticamente el movimiento de traslación de la Tierra. El experimento dió —como todos saben— un resultado negativo. ¿Pensó alguien, por ventura, que ello se debía a que nuestra Tierra no se trasladaba? ¡No! Se prefirió antes modificar toda la Física.

El experimento de Foucault es importante, no porque constituya una prueba de la rotación de la Tierra, sino porque con él se prueba, una vez más, la validez de la mecánica de Newton. Con él se prueba que la ecuación $F = m\,a$ (fuerza igual masa por aceleración) tiene validez en un sistema ligado al de las estrellas fijas, *y que no vale*, con rigurosa exactitud, si nos referimos a un sistema de coordenadas fijo a nuestra Tierra. A la mecánica de Newton le hace falta el espacio absoluto, y el experimento de Foucault prueba la tendencia del plano de oscilaciones del péndulo a permanecer fijo en ese espacio.

Con él se manifiesta bien, la diferencia entre un sistema inercial y otro que no lo es. Lo mismo ocurre con nuestro experimento: Los péndulos abiertos tienen un impulso rotatorio nulo con referencia a un sistema de coordenadas fijo a la Tierra, y al cerrarse aparece, respecto a este sistema, un impulso diferente de cero. La ley de conservación del impulso rotatorio vale para un sistema que no es uno ligado a nuestra Tierra, sino otro relacionado con las "estrellas fijas".

Es justamente la difícil cuestión de los sistemas de referencia la que se pone en claro en los experimentos de esta clase, y justamente en ello es en lo que estriba la importancia didáctica de los mismos.

Del experimento de Foucault se han derivado nuestras actuales brújulas giroscópicas, y no es ilusorio pensar que con una balanza de rotación pueda determinarse en el futuro, con suma precisión, la latitud de un lugar; pero sea de ello lo que fuere, consideramos que la importancia de estos experimentos radica, sobre todo y ante todo, en su valor didáctico.

VIII

CONCEPTO DE MASA

Masa y peso. — Balanzas de pesas. — "Gramos locales". — Balanzas de resorte. — Ejercitación. — Principio de D'Alembert. — Sistemas con dos grados de libertad. — Aplicación a las rotaciones. — Rozamiento. — Recapitulando.

Examinaremos en este capítulo y en el siguiente las dificultades que se presentan en la enseñanza al pretender que nuestros alumnos capten, como corresponde, los conceptos básicos de *masa* y *temperatura*. Trataremos también de indicar el camino apropiado, para allanar, en lo posible, aquellas dificultades.

Masa y peso

La confusión que reina, en lo que a estos conceptos se refiere, se comprueba fácilmente. Preguntemos a un abogado, a un médico, y aun a un ingeniero, qué debe entenderse por masa, y qué por peso de un cuerpo, y, salvo excepciones, las tribulaciones comenzarán en seguida. Muchos sabrán decirnos que la masa de un cuerpo es el cociente entre la fuerza que sobre él actúa y la aceleración que dicha fuerza le comunica; pero si a continuación le preguntamos qué masa tiene un cuerpo que adquiere una aceleración de 980 $\frac{\text{cm}}{\text{seg}^2}$ bajo la acción de una fuerza de

1 kilogramo-fuerza, difícilmente sepa respondernos que la masa es de 1 kilogramo-masa.

Si tomo de una caja de pesas una pesa de 100 gramos, su masa es de 100 gramos-masa, y su peso es también —prescindiendo de diferencias insignificantes— de 100 gramos-peso. De la misma pesa, del mismo cuerpo, decimos entonces en una ocasión que tiene una masa de 100 gramos, y en otra, que su peso es de 100 gramos. No se requiere ya más para que, siguiendo el proceso de los reflejos condicionados —cuyo mecanismo puso de manifiesto en forma admirable el fisiólogo ruso *Pavlov*— se establezca la identificación mental de lo que llamamos peso con lo que llamamos masa.

La confusión se produce por el uso simultáneo de dos sistemas de unidades diferentes. No habría posibilidad de confusión si se empleara siempre un único sistema de unidades, ya que la diferencia entre ambos conceptos puede ser captada fácilmente por cualquier persona. *Newton* llamaba a la masa *cantidad de materia*, y si bien es cierto que con esto no se hace más que dar una nueva denominación al concepto de masa, es suficiente para aclarar, por lo menos, que masa y peso son dos cosas enteramente diferentes. Cualquier persona puede comprender que el peso de un cuerpo, que es una *fuerza*, depende no sólo del cuerpo, sino de la Tierra toda, que lo atrae, y por poca imaginación que tenga, no es difícil hacer que se represente a un mismo cuerpo llevado sucesivamente a la superficie de diferentes planetas o a la de la Luna, y que comprenda así que su peso —la fuerza con que será atraído por cada planeta, o por la Luna— variará, en tanto que su masa, *"la cantidad de materia"* con que está hecho, permanecerá constante. No repugna al espíritu admitir que un cuerpo pesa en la superficie de la Luna sólo la sexta parte de lo que pesa en la superficie de la Tierra, y que, en consecuencia, producirá allá, al ser suspendido de un resorte, un estiramiento mucho menor que aquí.

Pero se comprende también que si nos preparamos para realizar un "pic-nic" en la superficie de la Luna —co-

mo quizá pueda hacerse dentro de poco—, y llevamos en nuestro canasto de provisiones 6 kilogramos de carne, no por el hecho de que allí su peso se reduzca a sólo 1 kilogramo, dejará de producirnos el mismo provecho que en la Tierra. La *"cantidad de materia", la masa,* ha permanecido constante.

Si un automóvil pesa 1200 kg en la superficie de la Tierra, en la de la Luna pesará sólo 200 kg, pero los efectos de un choque con ese automóvil, en iguales condiciones de velocidad, serían idénticos en una carretera lunar que en otra terrestre. La resistencia que ofrece el automóvil al cambio de velocidad es la misma en todas partes, y también debemos suponer que su "cantidad de materia" no varía. Aquí se encuentra la justificación de la denominación newtoniana de llamar a la masa cantidad de materia. El cociente entre la fuerza y la aceleración mide la inercia del cuerpo, lo que se llama masa del mismo, y como dicho cociente se postula como *constante,* independiente del lugar y dependiente sólo del cuerpo mismo, es natural identificar a dicha constante como a su cantidad de materia.

Todo esto es perfectamente comprensible, y en esta etapa nos preguntamos cómo puede ser posible la confusión entre dos conceptos tan diferentes.

El peso de un cuerpo es una magnitud vectorial; es una fuerza variable de lugar a lugar, y mayor en los polos que en el ecuador terrestre, en tanto que la masa es una magnitud escalar y constante para un mismo cuerpo.

¿De dónde puede provenir, entonces, la confusión? El origen de ésta se encuentra, sin lugar a dudas, en el hecho de que existe proporcionalidad, *en un mismo lugar,* entre las masas y los pesos de los cuerpos que se encuentran en ese lugar.

En la mecánica newtoniana, la proporcionalidad entre el peso y la masa de los cuerpos aparece, no como una consecuencia lógica de los principios de la dinámica sino como una verdad experimental, independiente de aquellos principios. Si asimilamos la atracción gravitato-

ria a una especie particular de fuerzas de tipo magnético, nos damos cuenta en seguida de lo asombroso de aquella proporcionalidad entre la "masa inerte" (masa) y la "masa pesante" (peso). Colocando frente a un imán dos trozos de igual masa inerte, el uno de níquel y el otro de hierro, la fuerza que se ejerce sobre este último es mucho mayor que la fuerza que se ejerce sobre el primero. La aceleración con que en consecuencia "cae" hacia el imán el trozo de hierro es mayor que la aceleración con que "cae", dirigiéndose hacia el mismo imán, el trozo de níquel.

Si la atracción gravitatoria tuviera a este respecto alguna semejanza con la atracción magnética, cabría esperar que algunas substancias cayeran en la superficie de la Tierra con mayor aceleración que otras. La primera ley de la caída de los cuerpos, de Galileo, que establece la igualdad de la aceleración de la gravedad para todos los cuerpos y todas las substancias, conduce a la necesidad de admitir aquella extraña proporcionlidad. No existe una aceleración de caída para el oro que sea diferente de la aceleración con que cae el mercurio, la plata o una piedra cualquiera, y esto no es una consecuencia de los principios de la dinámica.

Podrían ser ciertos estos principios, y no existir aquella proporcionalidad. Nada más fácil que imaginar un mundo en el cual fueran valederos los principios de la dinámica, y en el cual la aceleración de caída tuviera un valor particular para cada substancia. En ese mundo y en un mismo lugar, dos trozos de igual masa, el uno de oro y el otro de hierro, tendrían diferente peso, y de dos péndulos de igual longitud, construídos con ambas substancias, oscilaría con mayor rapidez aquel que, a igualdad de masa, tuviera mayor peso. El mismo Newton, asombrado de la extraña proporcionalidad entre el peso y la masa, trató de verificar esa ley experimentalmente. Como es sabido, utilizó para ello un péndulo hueco, que llenaba sucesivamente con las substancias más diversas, observando, en todos los casos, que el tiempo de oscilación se mantenía constante. La aceleración de la gravedad, la aceleración de caída en el vacío, es, pues, una constante

que depende sólo del lugar y no de los cuerpos que caen. Este resultado experimental se introduce en el marco de ideas de la mecánica newtoniana, al postularse, en la ley de gravitación, la proporcionalidad entre la fuerza atractiva y la masa de inercia. En la fórmula

$$F = K \frac{m\,m'}{r^2},$$

está contenida la proporcionalidad entre el peso y la masa, de tal modo que en un mundo en el cual no fuera válida dicha proporcionalidad, podría ser cierta la parte de la ley que afirma que la fuerza es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia, no cumpliéndose, en cambio, la parte de la misma que afirma la proporcionalidad entre la fuerza atractiva y la masa inerte. Newton interpretó esta proporcionalidad entre inercia y peso como una asombrosa casualidad. Esta "asombrosa casualidad" desaparece, para convertirse en una consecuencia lógica, dentro del marco de la teoría de la gravitación de Einstein; pero lo que aquí interesa fundamentalmente son las dificultades didácticas que trae aparejada aquella extraña proporcionalidad entre el peso y la masa.

En las líneas que preceden me he excedido, posiblemente, en la utilización de los adjetivos "extraño" y "asombroso". Es que masa y peso son dos conceptos extraños entre sí, ajenos por completo uno al otro. Dos cuerpos de igual masa ofrecen la misma resistencia para ser movidos, o para ser frenados si es que están en movimiento. Que tengan igual masa, significa que tienen igual inercia. En cambio, dos cuerpos de igual peso son atraídos por la Tierra con igual fuerza.

¿Qué tiene que ver, en principio, la resistencia que ofrece un cuerpo, para hacer que cambie su velocidad, con la propiedad de ser atraído por la Tierra? Y sin embargo, dos cuerpos de igual masa tienen también, en un mismo lugar, exactamente el mismo peso. A causa de esta proporcionalidad, *extraña* y *asombrosa*, las masas de los cuer-

pos se determinan con las balanzas de pesas, y aquí es donde empieza la confusión.

Balanzas de pesas

Si tenemos los cuerpos de masas m_1, m_2, m_3, ... y los llevamos a un lugar donde sus pesos respectivos sean P_1, P_2, P_3, ..., las aceleraciones con que deben caer en ese lugar son, de acuerdo al principio de masa,

$$\frac{P_1}{m_1}; \quad \frac{P_2}{m_2}; \quad \frac{P_3}{m_3}; \quad .....$$

Pero de acuerdo con la ley experimental de la caída, *todos* los cuerpos caen en determinado lugar con igual aceleración, por lo cual:

$$\frac{P_1}{m_1} = \frac{P_2}{m_2} = \frac{P_3}{m_3} = ... = g,$$

siendo g la aceleración de la caída libre en ese lugar. De aquí que si en el platillo de una balanza, cuyo brazo es a, colocamos un cuerpo de masa m, dado que el peso del cuerpo es mg, el momento será $m\,g\,a$, y podremos equilibrar ese cuerpo colocando en el otro platillo, cuyo brazo es b, pesas de masas M tal que:

$$m\,g\,a = M\,g\,b.$$

De aquí, y por ser la misma g la que figura en ambos miembros, resulta:

$$m = \frac{b}{a}\,M.$$

En el caso particular de una balanza exacta, de brazos iguales, aquélla se encuentra en equilibrio si las masas colocadas en ambos platillos son también iguales. La eliminación de g pone de manifiesto que lo que se determina

con una balanza, en que el equilibrio se logra mediante pesas, es la masa de los cuerpos y no el peso de los mismos. Sin embargo, utilizamos balanzas de esta clase, y constantemente decimos que con ellas hallamos el *peso* de los cuerpos, empleando para ello el verbo *"pesar"*.

Por más que nos resulte chocante, por falta de hábito, se debería emplear en esos casos el verbo *"masar"*, asignándole esta acepción.

Si *"maso"* un cuerpo y encuentro que su masa es igual a 100 gramos, sé que dicho cuerpo equilibrará a una pesa de 100 gramos (utilizando una balanza de brazos iguales) en cualquier lugar de la Tierra o en cualquier planeta. Es cierto que también sé, por lo tanto, que dicho cuerpo, llevado a determinado lugar, tiene en ese lugar el mismo peso que tendría allí la pesa de 100 gramos. Pero lo que no conozco es el valor del peso, de esa pesa de 100 gramos. Por *definición,* sólo sé que la pesa de 100 gramos tiene un peso igual a 100 gramos-peso, o 100 gramos-fuerza, a los 45° de latitud y al nivel del mar, donde la aceleración de la gravedad vale $980{,}665 \dfrac{\text{cm}}{\text{seg}^2}$.

Por lo tanto, del cuerpo que he "masado" sólo sé que pesaría 100 gramos-peso si lo llevara a ese lugar. Para saber lo que ese cuerpo pesa en gramos-peso en determinado lugar, debe hallarse lo que vale la aceleración de la gravedad en dicho lugar. Para lograr esta determinación es necesario medir (cualquiera sea el procedimiento empleado) cierta longitud y cierto tiempo, puesto que la aceleración tiene por dimensiones una longitud sobre un tiempo al cuadrado. Sólo después de haber hallado el valor de g puede conocerse el peso del cuerpo.

En el sistema C. G. S. de unidades, la aplicación de la fórmula

$$P = m\,g$$

nos da el peso expresado en dinas, si la masa se expresa en gramos y la aceleración en cm $\times$ seg^{-2}.

Si la única unidad de fuerza que empleáramos fuera

la dina, no se originarían tantas confusiones. Un alumno de un colegio de Quito, donde $g = 978$ cm $\times$ seg^{-2}, sabría que allí un gramo-masa pesa 978 dinas, y que ese mismo gramo-masa pesa en Buenos Aires algo menos de 980 dinas.

Pero tanto al alumno de Quito como al de Buenos Aires se le dice que la pesa de un gramo-masa pesa un gramo-peso.

"Gramos locales"

En los experimentos de estática, el equilibrio se logra mediante pesas, y si tomamos dos de éstas, una de 100 gramos y otra de 200 gramos, decimos que aquélla ejerce una fuerza de 100 gramos, y esta otra, de 200 gramos. Sabemos que ello es cierto sólo si operáramos a los 45° de latitud, pero lo callamos, para no enfrentarnos de golpe con todas las dificultades. Logramos así, utilizando la proporcionalidad entre la masa y el peso, superar con éxito las dificultades que en ese momento queremos vencer, pero sembramos al mismo tiempo la semilla de la confusión, que nos costará mucho desarraigar más tarde.

Para evitar esto, en mis clases he ensayado con éxito la introducción de lo que en ellas llamo *"gramos locales"*. En particular, me refiero, al hablar de fuerzas producidas por pesos de pesas marcadas en gramos-masa, a *"gramos platenses"*, ya que mis lecciones las he dictado siempre en la ciudad de La Plata. Si se trata de una palanca de la que se suspenden dos pesas, de 100 y 200 gramos, y pregunto qué fuerza ejercen ellas sobre la misma, mis alumnos responden que esas fuerzas son de 100 y 200 "gramos platenses", respectivamente. La diferencia entre el "gramo-platense" y el *gramo-peso* es insignificante, ya que en La Plata $g = 979{,}7 \dfrac{\text{cm}}{\text{seg}^2}$, por lo cual,

$$1 \text{ gramo-platense} = 1 \text{ gramo-peso} \times \frac{979{,}7}{980{,}6} \cdot$$

pero no es la precisión lo que se busca al introducir esta denominación, al parecer exótica. Lo que se persigue es evitar una confusión, y dar ya, al hablar así, el primer toque de atención.

Balanzas de resorte

Con estos aparatos se determina directamente el peso de los cuerpos, y sólo en estos casos sería apropiada la aplicación del verbo *"pesar"*. En cambio, la *masa* de un cuerpo sólo puede ser determinada si se conoce el valor de la aceleración de la gravedad del lugar donde el cuerpo ha sido *pesado*.

Si nuestra balanza de resorte, o dinamómetro, estuviera graduada en dinas, el cociente entre el peso P, expresado en dichas unidades, por el valor de la aceleración g, de la gravedad, expresada en $\frac{\text{cm}}{\text{seg}^2}$, nos dará la masa del cuerpo expresada en gramos-masa. En el sistema técnico de unidades, la fuerza, o el peso, se expresa en kilogramos-peso, y como la unidad de longitud es el metro, la aceleración de la gravedad debe expresarse en $\frac{\text{m}}{\text{seg}^2}$. La masa de un cuerpo, expresada en unidades de masa del sistema técnico, se halla entonces dividiendo el peso del cuerpo, expresado en kilogramos-fuerza, sobre el valor de la aceleración de la gravedad donde se *pesó* aquél (con un dinamómetro), expresada en $\frac{\text{m}}{\text{seg}^2}$.

Un cuerpo de 1 kilogramo-masa pesa, a los 45° de latitud, 1 kilogramo-peso (por definición), y por lo tanto, en ese lugar, donde $g = 9{,}806 \frac{\text{m}}{\text{seg}^2}$, un cuerpo de 9,806 kilogramos-masa pesa 9,806 kilogramos-peso. La masa de este cuerpo, expresada en unidades del sistema técnico, sería:

$$M = \frac{9{,}806 \text{ kg} - \text{peso}}{9{,}806 \; m \times \text{seg}^{-2}} = 1 \left[\frac{\text{kg} - \text{peso}}{m \times \text{seg}^{-2}}\right].$$

Didácticamente ofrece graves dificultades el hecho de que la unidad de masa no tenga un nombre especial en el sistema técnico. El alumno aprende que para hallar la masa en unidades de este sistema debe dividir los kilogramos-peso por 9,8 m $\times$ seg^{-2}, y el hecho de que le falte la palabra para expresar el resultado de su cálculo, lo deja como en el aire. Si ha hallado que un cuerpo que pesa 98 kilogramos-peso tiene una masa igual a "10", no lo deja conforme expresar el resultado así:

$$M = 10 \; \frac{\text{kg} - \text{peso}}{m} \cdot \text{seg}^{2} \cdot$$

Las palabras constituyen el sostén del pensamiento. Todos los profesores con cierta experiencia habrán advertido que los alumnos calculan más fácilmente con el sistema C. G. S. que con el técnico, y si inquirimos la razón de ello, veremos que reside en el hecho simple de que en el sistema C. G. S. la unidad de masa y la unidad de fuerza tienen nombres especiales (gramo-masa y dina, respectivamente), en tanto que en el sistema técnico sólo tiene nombre especial la unidad de fuerza (kilogramo-peso, o kilogramo-fuerza). El alumno aprende en seguida de este modo, que 1 gramo-peso es igual a 980,6 dinas, relacionando así las unidades de fuerza de ambos sistemas de unidades; pero no aprende a relacionar con la misma facilidad las unidades de masa de ambos sistemas. Bastaría designar a la unidad de masa del sistema técnico con un nombre especial, por ejemplo, *"kilomaso"*, para que nuestros alumnos aprendieran, igualmente, que "un *"kilomaso" es igual a 9,806 kilogramos-masa"*, siendo, en consecuencia, *"un maso" igual a 9,806 gramos-masa"*.

Naturalmente que esto no es necesario, pues basta con que aprendan a calcular utilizando un único sistema de unidades, y dado que las balanzas de resorte casi no son utilizadas, es preferible el sistema C. G. S.

Ejercitación

La única manera de que los alumnos aprendan a calcular y a manejar las unidades es haciendo que se ejerciten en la solución de sencillos ejercicios numéricos. Así, por ejemplo, en lo que al peso y la masa se refiere, pueden escalonarse una serie de ejercicios del tipo siguiente:

1) Hallar el peso en dinas de una pesa de 100 gramos (de *"esta pesa"* de 100 gramos), en los lugares donde la aceleración g vale:

$$g \text{ ecuador} = 978 \frac{\text{cm}}{\text{seg}^2}; \quad g\ 45^\circ = 980 \frac{\text{cm}}{\text{seg}^2};$$

$$g \text{ polo} = 983 \frac{\text{cm}}{\text{seg}^2}; \quad g \text{ Luna} = 163 \frac{\text{cm}}{\text{seg}^2};$$

$$g\ \textit{Sol} = 26460 \frac{\text{cm}}{\text{seg}^2}.$$

2) Expresar los resultados hallados en el ejercicio anterior en gramos-peso.

3) Hallar el peso de un cuerpo cuya masa es igual a 3,5 kilogramos-masa en un lugar donde g es igual a $9{,}78 \frac{\text{m}}{\text{seg}^2}$.

4) Sobre un cuerpo cuya masa es de 100 gramos-masa, actúa una fuerza de 5000 dinas. Hallar la aceleración.

5) Sobre un cuerpo cuya masa es de 100 gramos-masa actúa una fuerza de 100 gramos-peso. Hallar la aceleración.

6) Siendo la masa igual a 2 kg-masa, y la fuerza igual a 2 kg-peso, ¿cuánto vale la aceleración?

7) Un cuerpo de 1 kg-masa se mueve con la acelera-

ción de $9{,}80 \frac{\text{m}}{\text{seg}^2}$. ¿Qué fuerza actúa sobre él?

8) Hallar la masa de un cuerpo que adquiere la aceleración de $1 \frac{\text{m}}{\text{seg}^2}$ bajo la acción de una fuerza de 1 kg-peso.

9) Siendo la densidad del mercurio, a 18° C, igual a $13{,}551 \frac{\text{gramos - masa}}{\text{cm}^3}$, hallar su peso específico a esa temperatura, expresado en $\frac{\text{gramos - peso}}{\text{cm}^3}$, en los lugares donde g tiene los valores expresados en el ejemplo 1.

10) Con un dinamómetro absolutamente preciso, se pesa el kilogramo patrón, y se obtiene como peso del mismo, en diferentes lugares de la Tierra, los valores siguientes:

P_1 = 1000,00 gr-peso; P_2 = 1000,50 gramos-peso;

P_3 = 999,00 gr-peso; P_4 = 998,50 gramos-peso.

Hallar el valor de la aceleración de la gravedad en esos lugares, considerando que a los 45° de latitud y al nivel del mar, $g = 980{,}6 \frac{\text{cm}}{\text{seg}^2}$.

En el ejemplo 1 se dan los datos expresados en unidades del sistema C. G. S., y como se pide el resultado en unidades del mismo sistema, la aplicación directa de la fórmula $P = m\,g$, da la solución.

El 2 tiene por objeto hacer que aprendan que 1 gramo-peso es igual a 980,6 dinas, que puede tomarse igual a 980 dinas. Se puede aprovechar este ejercicio para habituar a los alumnos a dividir rápidamente por un número que difiere poco de una potencia de 10. En este caso, bastará con que dividan por 1000 y agreguen al resultado un 2 %.

En el ejercicio 3 deberán expresar, previamente, la masa en gramos y la aceleración en $\frac{\text{cm}}{\text{seg}^2}$, para hallar, por aplicación de la fórmula, el peso en dinas, que luego expresarán en gramos o kilogramos-peso.

El objeto del ejemplo 4 es que aprendan que el resultado de la aplicación de la fórmula $a = \frac{F}{m}$ se debe expresar en $\frac{\text{cm}}{\text{seg}^2}$, y en el 5 deben reducir previamente la fuerza a dinas.

El 5 y el 6, que dan como resultado el valor de la aceleración de la gravedad a los 45° de latitud, conviene que, después de resolverlos analíticamente, los *vean* en forma directa e intuitiva, pensando en lo que pasa al dejar caer en aquella latitud una masa determinada. Allí, sobre una pesa de 1 kg-masa actúa una fuerza de 1 kg-peso, y la aceleración es igual a 980,6 $\frac{\text{cm}}{\text{seg}^2}$. Si han captado la interpretación directa e intuitiva de estos ejercicios, podrán resolver también en seguida el 7, pues la fuerza no puede ser otra que la que produce la caída, igual a 1 kg-peso.

El 8 tiene por objeto que encuentren, utilizando siempre unidades del sistema C. G. S., la relación entre la unidad técnica de masa y el gramo-masa. El ejercicio 9 tiende a procurar que distingan la diferencia entre densidad o masa específica y peso específico, y en el 10 se procura que asimilen la proporcionalidad entre el peso de un mismo cuerpo y la aceleración de la gravedad del lugar donde aquél se encuentra.

Principio de D'Alembert

El gran matemático francés *Juan D'Alembert* estableció, en 1743 (al aparecer la primera edición de su célebre *Tratado de Dinámica*), el principio que hoy lleva su nom-

bre, y al cual ya se había referido en una memoria que presentara a la Academia de Ciencias de París, a fines de 1742. El título de la parte del *Tratado* que dedica a la exposición de su principio, reza así:

"Principio general para encontrar el movimiento de varios cuerpos que actúan los unos sobre los otros de una manera cualquiera, con varias aplicaciones de este principio".

En la actualidad, todos los tratados de mecánica (y en particular los que se denominan de "mecánica racional") tratan de este principio con la debida extensión, no ocurriendo lo propio con los libros de Física. No conozco ningún tratado de Física, ni grande ni chico, que se ocupe del principio de D'Alembert, si se exceptúa un pequeño texto mío, de Física elemental, en un solo tomo, aparecido en 1941, en el que tuve la osadía —según decir de algunos colegas— de tratar un "principio de mecánica superior".

Deseo exponer aquí las razones que en aquella oportunidad tuve para incorporar, en un libro de texto dedicado a la enseñanza media, el principio del célebre enciclopedista francés, rompiendo así con una tradición de casi doscientos años, en que se mantenía a aquél como enclaustrado en los textos de mecánica superior.

Es sabido que es imposible comprobar en forma directa el principio de masa. Para mostrar a nuestros alumnos su significado, *dibujamos* en el encerado un cuerpo, le aplicamos al mismo una fuerza, que representamos por un vector, y con la misma dirección y sentido representamos también el vector aceleración. Si sobre el mismo cuerpo actúa una fuerza de doble o triple intensidad (y hacemos un segundo o tercer dibujo), la aceleración será también doble o triple. Si en cambio aplicamos la misma fuerza a cuerpos de diferente masa (y para explicar esto hacemos diversos dibujos), diremos que al de mayor masa corresponde menor aceleración, etc. Pero éstos han sido todos *experimentos de tiza*. El alumno debe preguntarse por qué no le mostramos un experimento en el cual aplicamos, sucesivamente, a cuerpos diversos la "misma fuerza". Y no

hacemos estos experimentos, por la sencilla razón de que no pueden hacerse, porque la fuerza, como muy bien lo hace notar H. Poincaré, no es un corcho, que se puede sacar de aquí y poner allá. Si se trata de un resorte o de una goma estirada, sobre el cuerpo se ejercerá una fuerza variable, durante un tiempo muy breve, por lo cual, para lograr que en un experimento real actúe una fuerza constante, es necesario utilizar el peso de un cuerpo. En un plano inclinado, la fuerza que produce la caída a lo largo del plano es la componente, en esa dirección, del propio peso del cuerpo, y debido, justamente, a la proporcionalidad entre el peso y la masa, no hay manera de verificar,

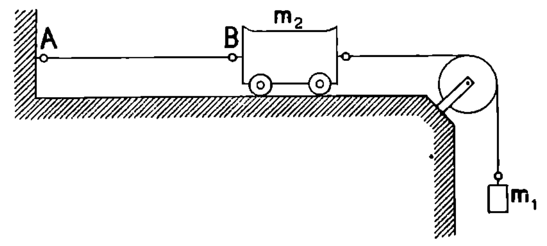


Fig. 162.

con un plano inclinado, la dependencia entre la masa y la aceleración.

Por eso el concepto de masa escapó a la sagacidad de *Galileo,* a pesar de haber experimentado tanto con planos inclinados.

La instalación más simple que puede imaginarse para estudiar la dependencia entre la fuerza, la masa y la aceleración debe ser, por eso, del tipo de la indicada en la figura 162. El carro de masa m_2 puede deslizarse sobre una mesa horizontal, solicitado por el peso de la masa m_1, vinculada a m_2 por un hilo que pasa por la garganta de una polea.

Suponiendo nulo el roce, inextensible el hilo, y despreciable la masa de la polea, se calcula habitualmente la aceleración a con que se mueve "el sistema", una vez que se corta el hilo $A\ B$, razonando del modo siguiente: La fuerza

que hace mover al sistema es el peso $m_1\, g$ de la masa m_1, ya que el peso de la masa m_2 se anula por la reacción de la mesa. La masa puesta en movimiento por la acción de esta fuerza es la *masa total del sistema* $m_1 + m_2$, por lo cual, siendo la aceleración igual a la fuerza sobre la masa, resulta:

$$a = \frac{m_1\, g}{m_1 + m_2}. \qquad [1]$$

La fórmula que así se obtiene es la exacta, pero el razonamiento deja mucho que desear. Veamos por qué. Si nos preguntamos qué fuerza ejerce la masa m_1 *sobre el carro de masa* m_2 cuando el sistema está en equilibrio, o sea antes de cortar el hilo *A B*, dicha fuerza es evidentemente, el peso $m_1\, g$ de la masa m_1. Un dinamómetro interpuesto entre ambas masas indicaría, justamente, el valor de esta fuerza $m_1\, g$, que es igual a la fuerza de tensión que soporta el hilo cuando el sistema está en reposo. Al cortar el hilo *A B*, ¿qué pasa? ¿Sigue actuando sobre el carro de masa m_2 la misma fuerza $m_1\, g$ del peso de la masa m_1? ¿Sigue el hilo soportando la misma tensión de antes? Si el alumno fija su atención en el movimiento del carro de masa m_2, dirá que se debe mover con una aceleración igual al cociente entre la fuerza que sobre dicho carro actuaba, que era $m_1\, g$, sobre la masa de dicho carro, o sea, calculará con la fórmula falsa:

$$a' = \frac{m_1\, g}{m_2}, \qquad [2]$$

Y entretanto, ¿qué pasa con la masa m_1? ¿Cuál es la fuerza que la hace mover? Si el alumno piensa que dicha fuerza es el propio peso de la masa m_1, igual a $m_1\, g$, obtiene para el movimiento de ésta el valor

$$a'' = \frac{m_1\, g}{m_1} = g. \qquad [3]$$

Naturalmente que comprende que algo anda mal en este razonamiento, porque no puede moverse la masa m_1 con

una aceleración diferente de la m_2, desde que ambas se hallan unidas por un hilo inextensible. Le enseñamos entonces a calcular la *"aceleración del sistema"*, hablando de la fuerza que lo pone en movimiento y de la masa total del mismo. Aparece así la fuerza como repartiéndose entre ambas masas, y produciendo una aceleración vertical en una de ellas y horizontal en la otra. Aplicamos el principio de masa como si él fuera aplicable directamente a un sistema complejo, olvidándonos que en el enunciado de aquel principio hablábamos de la aceleración que adquiere *un* cuerpo bajo la acción de una fuerza, y no de la aceleración de un sistema donde aparecen dos cuerpos vinculados por un hilo y una polea. Por otra parte, ¿cuál es la fuerza de tensión del hilo cuando el sistema está en movimiento? En otras palabras: si se intercalara un pequeño dinamómetro entre dos puntos del hilo que vincula a ambas masas, ¿cuánto marcaría al ponerse el sistema en movimiento? Estando el sistema en reposo, dicha fuerza de tensión es $m_1 g$, pero el hecho de que la fórmula [2] sea falsa, prueba en forma concluyente que sobre el carro de masa m_2 no actúa, cuando el sistema comienza a moverse, la misma fuerza de antes. Aparece aquí algo misterioso: antes de cortar el hilo $A B$, sobre el carro de masa m_2 actúa la fuerza $m_1 g$; cortamos el hilo $A B$, y ya la fuerza es otra.

Todo esto hace que ningún alumno inteligente pueda entender de verdad la fórmula [1] cuando se "la deduce" en la forma corriente, que emplean todos los textos para establecerla. Desde luego que lo mismo ocurre en el cálculo de la aceleración de la máquina de Atwood.

Al advertir estas dificultades, ensayé en mis clases deducir la aceleración de sistemas simples aplicando el principio de D'Alambert, y obtuve un excelente resultado. No podía ser de otro modo, puesto que, mediante dicho principio, los difíciles problemas de dinámica se reducen a simplísimos problemas de estática. Nada más fácil para los alumnos que entender que si se tiene cierto número de cuerpos, A B C.... (o de puntos materiales), de masas m_1, m_2, m_3,.... vinculados entre sí por medio de hilos, vigas, o resortes, y obligados a moverse el uno por un tubo,

el otro sobre una superficie, etc., en un momento dado cada cuerpo adquirirá cierta aceleración: a_1, a_2, a_3,.... Sobre estos cuerpos actúan ciertas fuerzas, que son las que producen el movimiento, agregándose a ellas las fuerzas de reacción provenientes de los *vínculos* (los hilos, las vigas, los tubos, las superficies, etc.). Por complicado que sea el mecanismo que se suponga, se comprende que si se hiciera actuar sobre cada cuerpo del sistema (sobre cada punto material) *una fuerza igual al producto de la masa del cuerpo por su respectiva aceleración, pero de sentido opuesto al de ésta, el sistema estaría en equilibrio.* Si bautizamos a estas fuerzas con el nombre de *fuerzas ficticias,* el principio de D'Alembert puede enunciarse así: *Las fuerzas reales* (se incluyen aquí las fuerzas de reacción) *y las ficticias se encuentran en equilibrio, constantemente, en un sistema cualquiera.*

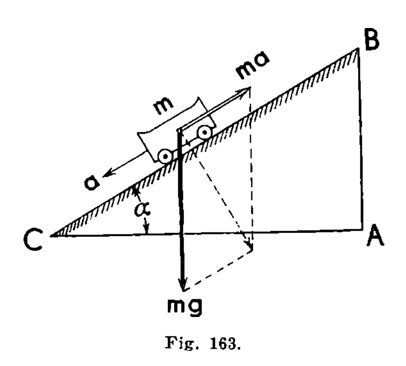


Fig. 163.

APLICACIONES. — El sentido del principio se capta aplicándolo a la resolución de problemas concretos, y sabiendo elegir éstos de modo que las dificultades vayan apareciendo en forma gradual, los alumnos llegan, sin mayor esfuerzo, a resolver cualquier problema de dinámica de uno y hasta de dos grados de libertad, siempre, naturalmente, que los mismos conduzcan a valores constantes de la aceleración. Como en los tratados de mecánica sólo se aplica, por lo general, el principio de D'Alembert para resolver casos complicados, indicaremos aquí, a continuación, una serie de sencillos problemas.

1) PLANO INCLINADO. — Se trata de calcular la aceleración que el carro de masa m adquiere, por acción de su propio peso, $m\ g$, al estar obligado a deslizarse, sin roce, por un plano inclinado que forma con otro horizontal el ángulo α (fig. 163). Dada la naturaleza del vínculo (la

superficie rígida del plano inclinado), el cuerpo de masa, m, sólo puede moverse sobre esta superficie, y para simplificar supondremos que sobre el plano existe un riel que sigue la dirección $B\ C$. Por esto hubiera sido mejor llamar a este problema "riel inclinado", en lugar de "plano inclinado". El "riel inclinado" es un problema de un solo grado de libertad, en tanto que el del "plano inclinado" lo es de dos grados de libertad.

La aceleración, por el momento desconocida, con que se deslizará el carro de masa m a lo largo del riel, la representamos por un vector, del cual sólo sabemos, por ahora, que tiene una dirección paralela al riel. En este caso simplísimo, sabemos también que el sentido del vector aceleración a será de B a C, y la fuerza ficticia que deberíamos agregar, para que el carro estuviera en equilibrio, será $m\ a$, y dirigida de C a B. Dado que conviene, didácticamente, distinguir en las representaciones gráficas las fuerzas ficticias de las reales, es aconsejable representar a aquéllas en colores. En las figuras que siguen, estas fuerzas las hemos representado por vectores de trazo doble.

Para que la fuerza ficticia $m\ a$ equilibre al peso $m\ g$, es necesario que la resultante de ambas sea normal al plano, de donde surge que debe ser:

$$m\ a = m\ g \text{ sen } \alpha; \qquad a = g \text{ sen } \alpha. \qquad [4]$$

Claro está que al mismo resultado se llega por descomposición de la fuerza del peso en otras dos: una paralela a la longitud del plano y otra normal al mismo.

Este primer ejemplo tiene la desventaja de ser demasiado simple; ante él, el alumno no puede menos que sentirse algo decepcionado, pues piensa que no le hace falta echar mano del principio de D'Alembert para encontrar el valor de la aceleración. Tiene, en cambio, la ventaja de mostrar cómo, conociendo una ley simplísima de estática, obtiene inmediatamente el resultado de un problema de dinámica, pues la fuerza ficticia $m\ a$ es ahora la potencia,

siendo la resistencia $m\ g$, por lo cual, si h es la altura, y l la longitud del plano, puede escribir en seguida:

$$\frac{m\ a}{m\ g} = \frac{h}{l}; \qquad a = g\ \frac{h}{l}, \qquad [5]$$

que, en otra forma, es idéntica a la fórmula escrita más arriba.

2) PLANO HORIZONTAL Y UN PESO. — Resolvamos ahora, aplicando el principio de D'Alembert, el problema al cual se refiere la figura 164.

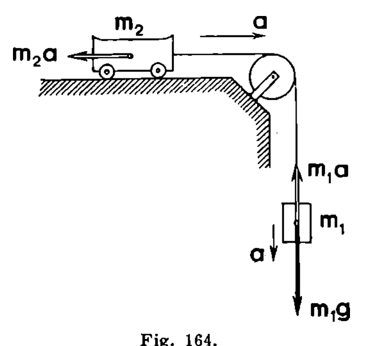


Fig. 164.

Si llamamos a a la aceleración con que se mueve la masa m_1, a será también la aceleración con que se mueve la masa m_2, dado que ambas están vinculadas por un hilo inextensible.

El sistema se encontraría en equilibrio si actuara sobre la masa m_1 la fuerza ficticia $m_1\ a$ (fig. 164), dirigida hacia arriba, y sobre m_2 la fuerza, también ficticia, $m_2\ a$. Para que una polea fija se encuentre en equilibrio, las fuerzas que actúan sobre el hilo, hacia ambos lados, deben ser iguales, por lo cual se tendrá:

$$m_1\ g - m_1\ a = m_2\ a, \qquad [6]$$

de donde

$$a = \frac{m_1\ g}{m_1 + m_2}. \qquad [7]$$

La fuerza de tensión que soporta el hilo que vincula a ambas masas está dada por cualquiera de ambos miembros de la igualdad [6], por lo cual, teniendo en cuenta la [7], resulta para dicha fuerza:

$$F = \frac{m_1\ m_2}{m_1 + m_2}\ g. \qquad [8]$$

3) MÁQUINA DE ATWOOD. — En el caso de la figura 165, las fuerzas reales que actúan de uno y otro lado son respectivamente $(M + m)\ g$ y $M\ g$, siendo las ficticias $(M + m)\ a$ y $M\ a$, dirigidas en sentido opuesto al de la aceleración a, con que se mueve cada masa, por lo cual:

$$(M + m)\ g - (M + m)\ a = M\ g + M\ a \qquad [9]$$

de donde:

$$a = \frac{m\ g}{2\ M + m}, \qquad [10]$$

y la fuerza F, de tensión del hilo, está dada por cualquiera de ambos miembros de la [9].

Si se plantea el mismo problema sin indicar de antemano cuál de las dos masas, M_1 y M_2, es mayor, figura 166, al alumno le parece que si no se le da ese dato no puede resolver el problema. Debe hacérsele notar que puede elegir a voluntad el sentido del movimiento, y si, después de elegido ese sentido, el valor que obtiene para la aceleración es positivo, ello significa que el sistema se moverá realmente en el sentido elegido. Si, en cambio, el resultado es negativo, el sentido del movimiento será opuesto al sentido elegido.

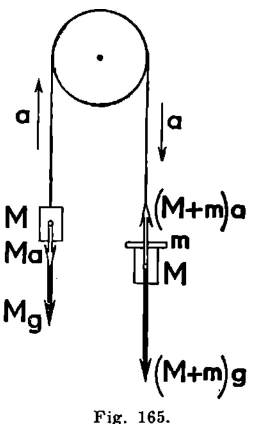


Fig. 165.

Si en el caso de la figura 166 suponemos que la polea se mueve en sentido opuesto al de las agujas del reloj, siendo la aceleración a, la fuerza ficticia actuante en M_1 estará dirigida hacia arriba, y la actuante en M_2, hacia abajo, por lo que:

$$M_1\ g - M_1\ a = M_2\ g + M_2\ a,$$

de donde:

$$a = \frac{M_1 - M_2}{M_1 + M_2}\ g. \qquad [11]$$

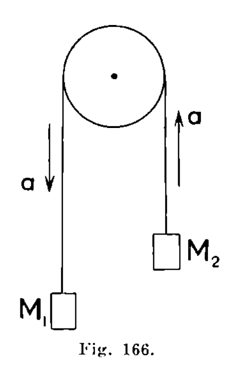


Fig. 166.

Si M_1 es mayor que M_2, a es positivo, y la polea se moverá realmente en el sentido opuesto al de las agujas del reloj; en caso contrario, siendo $M_1 < M_2$, a sería negativo, y ello significaría que el movimiento se produce en el otro sentido. La fuerza de tensión que soporta el hilo está dada por la expresión

$$F = M_2\, g + M_2\, a = \frac{2\, M_1\, M_2}{M_1 + M_2}\, g. \qquad [12]$$

4) Doble plano inclinado. — En un sistema como el representado en la figura 167, comenzamos por elegir a voluntad el sentido del movimiento. Supongamos, por ejemplo, que el carro m_1 baje y el m_2 suba. El sistema de las fuerzas $m_1\, g$, $m_1\, a$, $m_2\, g$ y $m_2\, a$ debe estar en equilibrio (agregando a ellas, desde luego, las reacciones de los vínculos). Tratamos el problema estáticamente, y siendo las componentes de las fuerzas $m_1\, g$ y $m_2\, g$ paralelas a los respectivos planos inclinados, iguales, respectivamente, a

$$m_1\, g \text{ sen } \alpha \qquad \text{y} \qquad m_2\, g \text{ sen } \beta,$$

la condición de equilibrio será, por tratarse de una polea fija, que la fuerza actuante de ambos lados sea igual, por lo que:

$$m_1\, g \text{ sen } \alpha - m_1\, a = m_2\, g \text{ sen } \beta + m_2\, a, \qquad [13]$$

de donde:

$$a = \frac{m_1 \text{ sen } \alpha - m_2 \text{ sen } \beta}{m_1 + m_2}\, g. \qquad [14]$$

La fuerza de tensión que soporta el hilo es, de acuerdo a [13]:

$$F = m_2\, g \text{ sen } \beta + m_2\, a,$$

que teniendo en cuenta a [14], se convierte en:

$$F \doteq \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} (\text{sen } \alpha + \text{sen } \beta) \ g. \qquad [15]$$

Cualquiera de los problemas del tipo de los que hemos resuelto hasta ahora aplicando el principio de D'Alembert, hubiera podido resolverse también dividiendo la *"fuerza total"* aplicada al sistema por la *"masa total puesta en movimiento"*. El dividendo de la [14] es, efectivamente, la fuerza total actuante sobre el sistema, dada por la diferencia entre las componentes paralelas a las longitudes de los planos inclinados de los pesos de los carros situados en ambos. Dicha fuerza f es:

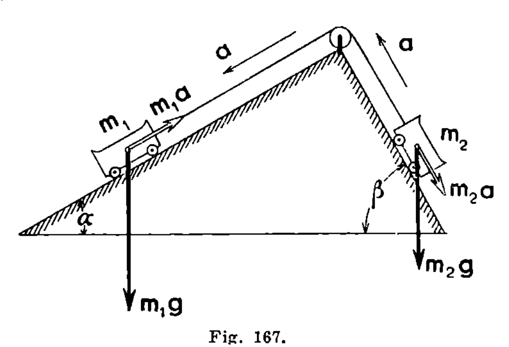


Fig. 167.

$$f = m_1 \ g \text{ sen } \alpha - m_2 \ g \text{ sen } \beta,$$

y la masa total puesta en movimiento es $m_1 + m_2$.

Observemos también que de la [14] se obtienen como casos particulares la [4], la [7] y la [11].

Para obtener la [4] basta suponer $m_2 = O$; la [7] corresponde al caso $\alpha = 0°$ y $\beta = 90°$, y la [11] a $\alpha = \beta = 90°$.

5) POLEA MÓVIL. — Sea un sistema como el de la figura 168. En este caso, ya no es posible calcular la aceleración dividiendo "la fuerza actuante sobre todo el sistema" por "la masa total puesta en movimiento". El sistema se encuentra en equilibrio cuando la masa M_1 es igual a la mitad de la masa M_2, por lo cual la "fuerza actuante", f, sería el exceso del peso de la masa M_1 con respecto a la mitad del peso de la masa M_2, o sea:

$$f = M_1 \ g - \tfrac{1}{2} M_2 \ g = (M_1 - \tfrac{1}{2} M_2) \ g. \qquad [16]$$

La masa total puesta en movimiento es $M_1 + M_2$, pero aquí la masa M_1 se mueve con cierta aceleración, y la M_2, con otra. Como en el mismo tiempo en que M_1 desciende cierto espacio e, la masa M_2 asciende en un trayecto $\frac{e}{2}$ (siendo los cordones que abrazan la polea móvil paralelos), la aceleración de M_2 será, en valor absoluto, igual a la

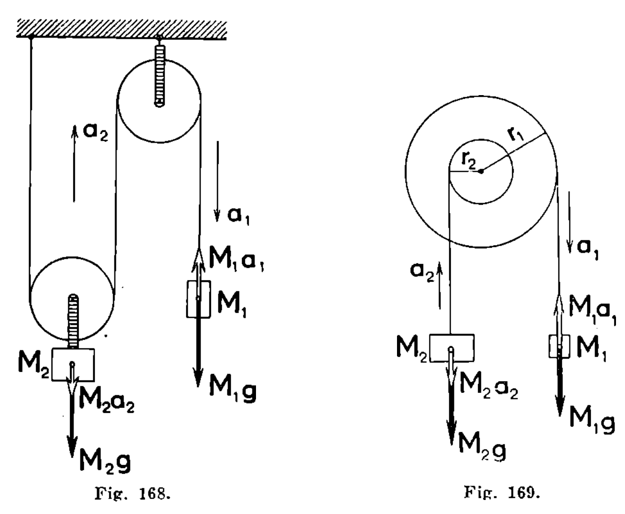


Fig. 168. Fig. 169.

mitad de la aceleración de M_1. Llamando a_1 a la aceleración de la masa M_1, y a_2 a la de la masa M_2, se tendrá:

$$a_2 = \tfrac{1}{2}\, a_1. \qquad [17]$$

Suponiendo que la masa M_1 descienda con la aceleración a_1, la fuerza ficticia que se supondrá actuando sobre ella, igual a $M_1\, a_1$, estará dirigida hacia arriba, en tanto que la fuerza ficticia $M_2\, a_2$, que se supondrá actuando sobre M_2, se ejercerá hacia abajo. De acuerdo con la ley de equilibrio de la polea móvil, deberá cumplirse que:

$$M_1\, g - M_1\, a_1 = \frac{1}{2}\,(M_2\, g + M_2\, a_2). \qquad [18]$$

De ésta y de la [17] resulta:

$$a_1 = \frac{(M_1 - \frac{1}{2} M_2)\, g}{M_1 + \frac{1}{4} M_2}, \qquad [19]$$

$$a_2 = \frac{(M_1 - \frac{1}{2} M_2)\, g}{2\, M_1 + \frac{1}{2} M_2}. \qquad [20]$$

Se ve, examinando estas fórmulas, que ni la aceleración a_1 ni la a_2 están dadas por el cociente entre "la fuerza actuante" y la "masa total puesta en movimiento".

En cuanto a la fuerza de tensión del hilo, está dada por cualquiera de ambos miembros de la igualdad [18], resultando así para ella, la expresión

$$F = \frac{3\; M_1 M_2}{4\; M_1 + M_2}\, g. \qquad [21]$$

6) Torno. — Admitiendo que la masa M_1, figura 169, baje con la aceleración a_1, y la M_2 suba con la aceleración a_2, deberá cumplirse que

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{r_1}{r_2}, \qquad [22]$$

y además, que el momento respecto al eje de giro de las fuerzas reales más las ficticias se igualen, por lo que

$$(M_1\, g - M_1\, a_1)\; r_1 = (M_2\, g + M_2\, a_2)\; r_2. \qquad [23]$$

De estas expresiones se obtiene:

$$a_1 = \frac{M_1\, r_1 - M_2\, r_2}{M_1\, r_1^2 + M_2\, r_2^2}\; r_1\, g, \qquad [24]$$

$$a_2 = \frac{M_1\, r_1 - M_2\, r_2}{M_1\, r_1^2 + M_2\, r_2^2}\; r_2\, g. \qquad [25]$$

Cabe observar que si $r_1 = r_2$, se obtiene, de cualquiera de estas expresiones, la aceleración de la máquina de Atwood.

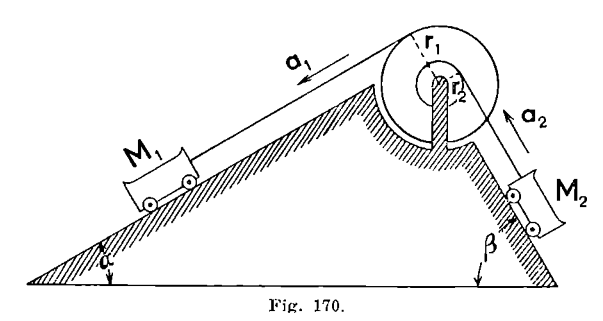


Fig. 170.

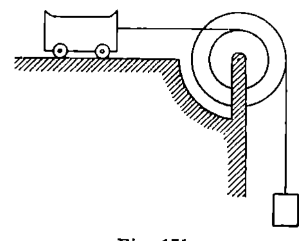
7) TORNO Y PLANO INCLINADO. — En un sistema como el de la figura 170, vale, además de la [22], la expresión

$$(M_1 g \; sen \; \alpha - M_1 \, a_1) \; r_1 = (M_2 \, g \; sen \; \beta + M_2 \, a_2) \; r_2, \quad [26]$$

de donde:

$$a_1 = \frac{M_1 \, r_1 \; sen \; \alpha - M_2 \, r_2 \; sen \; \beta}{M_1 \, r_1^2 + M_2 \, r_2^2} \; r_1 \, g, \quad [27]$$

$$a_2 = \frac{M_1 \, r_1 \; sen \; \alpha - M_2 \, r_2 \; sen \; \beta}{M_1 \, r_1^2 + M_2 \, r_2^2} \; r_2 \, g. \quad [28]$$



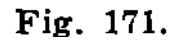


Fig. 171.

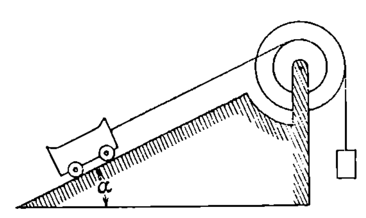


Fig. 172.

Es aconsejable proponer a los alumnos, para su resolución, antes del problema a que se refiere la figura 170, los que se indican en las figuras 171 y 172, que, desde luego, se pueden obtener como casos particulares de aquél.

Sistemas con dos grados de libertad

A los alumnos más adelantados, o más entusiastas, pueden proponérseles problemas del tipo siguiente:

8) Hallar las aceleraciones a_1, a_2 y a_3 de las masas M_1, M_2 y M_3, vinculadas en la forma que muestra la figura 173. En los problemas anteriores, a un desplazamiento cualquiera de una de las masas correspondía un desplazamiento bien determinado de la otra, y como además dichos desplazamientos eran lineales, el número de grados de libertad era sólo uno.

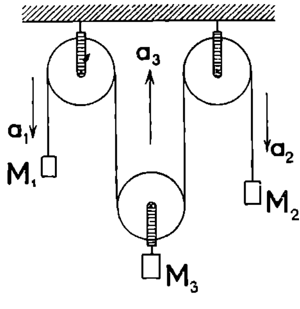


Fig. 173.

En el presente caso, si llamamos x_1 a un desplazamiento virtual, imaginado, de la masa M_1 y x_2 a otro desplazamiento, también virtual, de la masa M_2, el desplazamiento de la masa M_3 queda perfectamente determinado. Si consideramos a x_1 y x_2 positivos, cuando las masas M_1 y M_2 descienden, y contamos en cambio positivamente el desplazamiento x_3, hacia arriba, de la masa M_3, se tendrá, por la naturaleza del mecanismo, que

$$x_3 = \frac{x_1 + x_2}{2}. \qquad [29]$$

Relacionados los tres desplazamientos virtuales, x_1, x_2 y x_3, por una sola ecuación (la [29]), dos de ellos pueden considerarse independientes, y de ahí que el sistema tenga dos grados de libertad. De la [29] resulta, para la aceleración a_3, de la masa M_3, la expresión

$$a_3 = \frac{a_1 + a_2}{2}, \qquad [30]$$

siendo a_1 y a_2 las aceleraciones con que se mueven las masas M_1 y M_2.

De acuerdo con el principio de D'Alembert, podremos escribir las relaciones siguientes:

$$\frac{1}{2}(M_3\,g + M_3\,a_3) = M_1\,g - M_1\,a_1 \qquad [31]$$

$$\frac{1}{2}(M_3\,g + M_3\,a_3) = M_2\,g - M_2\,a_2. \qquad [32]$$

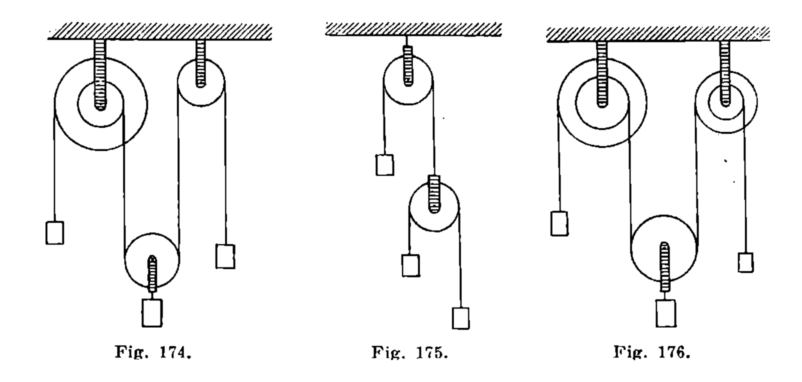


Fig. 174. Fig. 175. Fig. 176.

Resolviendo el sistema de estas tres ecuaciones, se obtiene:

$$a_1 = \frac{4\,M_1\,M_2 + M_1\,M_3 - 3\,M_2\,M_3}{4\,M_1\,M_2 + M_1\,M_3 + M_2\,M_3}\,.\,g. \qquad [33]$$

$$a_2 = \frac{4\,M_1\,M_2 + M_2\,M_3 - 3\,M_1\,M_3}{4\,M_1\,M_2 + M_1\,M_3 + M_2\,M_3}\,.\,g. \qquad [34]$$

$$a_3 = \frac{4\,M_1\,M_2 - M_1\,M_3 - M_2\,M_3}{4\,M_1\,M_2 + M_1\,M_3 + M_2\,M_3}\,.\,g. \qquad [35]$$

Como caso particular, puede lograrse que cualquiera de las tres masas permanezca en reposo mientras las

otras dos se mueven, lo que se presta para ser verificado experimentalmente de modo sencillo. Así, por ejemplo, para que la masa M_3 permanezca en reposo, basta con hacer que se cumpla

$$4\ M_1 M_2 = M_1 M_3 + M_2 M_3 .$$

Siendo:

$$M_1 = 6; \quad M_2 = 3; \quad \text{y } M_3 = 8$$

se obtiene:

$$a_1 = \frac{1}{3} g; \quad a_2 = -\frac{1}{3} g; \quad a_3 = 0 .$$

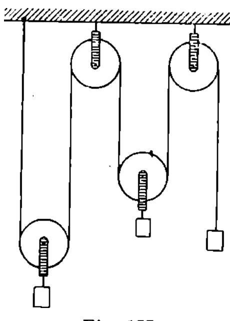


Fig. 177.

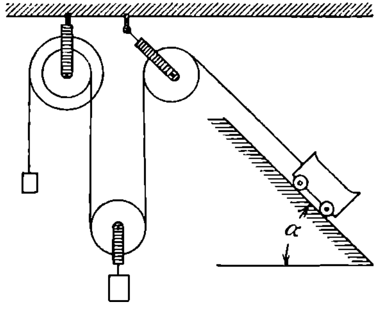


Fig. 178.

En forma análoga se podrían calcular las aceleraciones de cada una de las masas de sistemas análogos a los representados en las figuras 174 a 178.

Aplicación a las rotaciones

La forma más natural y más sencilla de introducir la noción de momento de inercia se logra por aplicación directa del principio de D'Alembert.

Si suponemos un cuerpo rígido, que pueda girar alrededor de un eje O (fig. 179), considerando un cilindro coaxial con dicho eje, unido al cuerpo, bastará ejercer una fuerza F sobre una cuerda arrollada al cilindro para

producir en el cuerpo un aumento constante de su velocidad angular.

Siendo γ la aceleración angular de giro, la aceleración tangencial a_1 de un punto de masa m_1, situado a la distancia r_1 del eje, será:

$$a_1 = \gamma\, r_1, \qquad [36]$$

y análogamente para los distintos puntos en que puede considerarse descompuesto el cuerpo. Si consideramos aplicadas a cada punto las fuerzas ficticias $m_1\, a_1$, $m_2\, a_2$, etc., de acuerdo con el principio de D'Alembert, el sistema constituído por la fuerza real F y las ficticias deberá estar en equilibrio, por lo que el momento de F, respecto al eje, deberá ser igual a la suma de los momentos de las fuerzas $m_1\, a_1$, $m_2\, a_2$, etc., o sea:

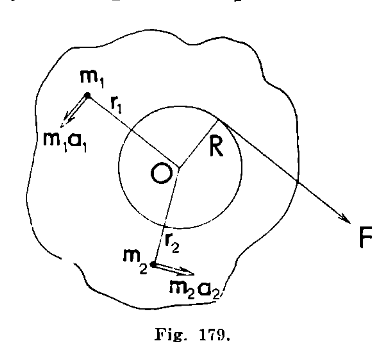


Fig. 179.

$$F\, R = m_1\, a_1\, r_1 + m_2\, a_2\, r_2 + \dots$$

que por [36] se convierte en:

$$F\, R = \gamma\; (m_1\, r^2_1 + m_2\, r^2_2 + \dots) = I\, \gamma$$

siendo:

$$I = \Sigma\, m_i\, r_i^2$$

el momento de inercia del cuerpo respecto al eje. Como $F\, R$ es el momento M de la fuerza aplicada, se obtiene, así:

$$\gamma = \frac{M}{I}\,. \qquad [37]$$

En esta demostración, parecería se ha omitido agregar

las fuerzas ficticias correspondientes a la aceleración centrípeta de cada punto.

Estas fuerzas ficticias, que no son otras que las fuerzas centrífugas, pasan todas por el eje de giro y, en consecuencia, se anulan por la reacción del mismo, ya que se trata de la rotación de un cuerpo rígido.

Observación: En el cálculo de la aceleración de las masas en movimiento de los sistemas que hemos considerado más arriba, se ha supuesto despreciable la masa de las poleas giratorias. Son muchos los alumnos que experimentan una desagradable sensación cuando se hace tal suposición, y quisieran saber no sólo cómo influye la masa de las mismas, sino la manera de hacerlas aparecer en el cálculo. El principio de D'Alembert señala, también aquí, el camino directo para lograr tal objetivo.

Fig. 180.

Calculemos, a título de ejemplo, siguiendo este camino, la aceleración de la máquina de Atwood, teniendo en cuenta la polea de radio R (fig. 180).

La aceleración angular γ que adquiere la polea, será

$$a = \gamma R,$$

y un punto de la misma, de masa m_1, situado a la distancia r_1 del eje de giro, adquirirá una aceleración tangencial a_1 tal, que:

$$a_1 = \gamma r_1 = \frac{a}{R} r_1 .$$

Además de las fuerzas reales M_1g y M_2g, y las ficticias M_1a y M_2a, cuyo brazo de palanca es R, debemos considerar las fuerzas ficticias $m_1 a_1$, $m_2 a_2$ ..., cuyos bra-

zos respectivos son r_1, r_2, ... La condición de equilibrio da:

$$(M_1 g - M_1 a)\, R = (M_2 g + M_2 a)\, R + m_1\, a_1\, r_1 + \\ + m_2\, a_2\, r_2 + \ldots$$

o sea:

$$(M_1\, g - M_1\, a)\, R = (M_2\, g + M_2\, a)\, R + \\ \frac{a}{R}\,(m_1\, r_1^2 + m_2\, r_2^2 + \ldots)\,;$$

y llamando I al momento de inercia de la polea respecto al eje, se obtiene:

$$a\,\left(M_1\, R + M_2\, R + \frac{I}{R}\right) = (M_1 - M_2)\; g\, R,$$

de donde:

$$a = \frac{M_1 - M_2}{M_1 + M_2 + \frac{I}{R_2}}\; g\,.$$

Naturalmente que en la enseñanza media no podrá darse todo lo que aquí hemos consignado respecto al principio de D'Alembert. Bastará con elegir dos o tres ejemplos sencillos, pero puedo asegurar, de acuerdo con mi experiencia personal, que el profesor será el primer asombrado al ver la facilidad con que los alumnos captan y aplican dicho principio, cuyo contenido es posible que a él mismo, en su hora, le haya costado no poco esfuerzo descifrar.

Rozamiento

En todos los cálculos que preceden se ha supuesto nulo el rozamiento, por lo cual, si se desea hacer un experimento cuantitativo, para verificar experimentalmente alguna de las fórmulas halladas, se encuentra que los resultados observados pueden diferir bastante de los previstos. Se subsana este inconveniente agregando una pe-

queña pesa adicional, que compense el efecto del rozamiento. Así, por ejemplo, si se trata de la máquina de Atwood, a una de las pesas se agrega una pequeña sobrecarga, que puede estar constituída por un trozo de lata, que se va recortando poco a poco, hasta lograr que su peso apenas alcance, por sí solo, a producir el movimiento del sistema. Esta pesa adicional, puesta sobre la pesa que descenderá durante el experimento, no significa ninguna "trampa" que deba ocultarse a los alumnos, sino que, por el contrario, conviene que ellos se enteren de su existencia y objeto.

Si se trata de un carrito que se hace deslizar por un plano inclinado, de la inclinación del plano deberá descontarse la inclinación correspondiente al ángulo de roce, y si se quiere obtener el valor de la aceleración de la gravedad, observando la aceleración de caída a lo largo del plano, no habrá que olvidar el efecto producido por el rodar del cuerpo, efecto del que ya nos hemos ocupado (Véase pág. 152). Las fórmulas que allí hemos obtenido se deducen también muy fácilmente aplicando el principio de D'Alembert.

Recapitulando

En lo que precede hemos abogado por que se introduzca en la enseñanza media el principio de D'Alembert, no tanto por su extraordinaria fecundidad, como por la claridad que lleva aparejada su introducción. Como lo hace notar *Planck*, en su *Tratado de mecánica*, el principio de D'Alembert no contiene en sí mismo nada que no esté contenido ya en los principios de la dinámica de Newton, y sin embargo, merece bien el nombre especial que se le asigna. Matemáticamente, consiste en una trivialidad, pues de la ecuación de Newton, fuerza igual a masa $\times$ aceleración,

$$F = m\,a,$$

se obtiene: $$F - m\,a = 0,$$

lo que significa que si a la fuerza F, actuante, se le resta una fuerza $m\,a$, igual al producto de la masa del cuerpo por la aceleración que adquiere, esta diferencia es igual a cero, o sea, el sistema de esas dos fuerzas ($F - m\,a$) estaría en equilibrio. La simple trasposición de un término permite efectuar el salto de la dinámica a la estática.

IX

CONCEPTO DE TEMPERATURA

Introducción. — Cociente y suma de temperaturas. — Diversas substancias termométricas. — Los gases como substancias termométricas. — Temperatura legal. — Restricciones en la elección de la substancia termométrica. — Dimensiones de la temperatura. — El gas ideal. — Escala logarítmica. — Temperatura termodinámica. — La y las temperaturas. — Invariancia y ordenamiento. — ¿Qué es una magnitud? — ¿Qué significa sumar magnitudes? — Temperatura calorimétrica. — Arbitrariedad de la escala. — La clave de la confusión. — Temperatura y tiempo. — Conclusión.

Introducción

En lo que al concepto básico de temperatura se refiere, no son precisamente los alumnos los que se ven envueltos en las mayores confusiones, sino que, por el contrario, aparecen ligados a la trama falaz de las mismas enjundiosos profesores y eximios tratadistas.

Existen autores que afirman que la temperatura *no* es una magnitud física. Entre nosotros, el representante más conspicuo de esa escuela que niega a la temperatura el carácter de magnitud física, es el doctor *Teófilo Isnardi.* A su nombre pueden agregarse los de los doctores *José Collo* y *Julio Rey Pastor.* Entre los clásicos tratados de Física que sostienen lo mismo, citaré solamente el de *H. Olivier.*

En cambio, afirman explícitamente que la temperatura es una magintud física, entre otros muchos, los siguien-

tes autores: *Max Planck, G. H. Bryan, A. Haas, R. Gans,* etc. Algunos de ellos consideran a la temperatura como el prototipo de las magnitudes escalares.

De esta insólita situación no se han librado, tampoco, los textos elementales dedicados a la enseñanza media, lo que ha ocasionado un estado de desconcierto improductivo entre el cuerpo de profesores. Algunos, en efecto, enseñan, y los alumnos repiten:

"Para el estado térmico de los cuerpos, no es posible definir la suma; el estado térmico no es, en consecuencia, susceptible de medida. La temperatura no es, por tanto, una magnitud física, como lo son, por ejemplo, la longitud, el tiempo, la masa, el volumen, etc.".

Otros, en cambio, enseñan:

"Se llama temperatura de un cuerpo a lo que indica un termómetro (construído de tal y tal manera, y graduado convencionalmente de tal y tal otra), cuando dicho termómetro se pone en contacto con el cuerpo. Si el termómetro en contacto con *A* indica 15º C, y en contacto con los cuerpos *X* e *Y* indica, por ejemplo, 10° C y 5° C, digo que la temperatura de *A*, en esa escala, es la suma de las temperaturas de *X* y de *Y*".

Frente a semejante estado de cosas, lo primero que cabe pensar es que se trata aquí, una vez más, de una cuestión de palabras, de terminología, y no de una cuestión de fondo. Anotemos, al margen, que las meras cuestiones de palabras son las que suscitan siempre las controversias más enconadas, debido, simplemente, a que los que discuten no se entienden: hablan idiomas diferentes.

Sin embargo, en la ciencia, y en particular en la Física, las cuestiones de palabras deben ser superadas mediante convenciones y definiciones adecuadas. Gran parte del trabajo científico no es otra cosa que la creación de un lenguaje científico.

Analizaremos en lo que sigue, los argumentos esgrimidos por los que afirman que la temperatura no es una magnitud física, y veremos, sin lugar a duda alguna, que dichos argumentos carecen por completo de consistencia.

Cociente y suma de temperaturas

Comenzaremos por transcribir aquí lo que se dice al respecto en el *Tratado de Física* de Isnardi-Collo (tomo de Calor), 1925. En la página 9, después de haber dicho en la 7 que no es posible establecer un sistema de medidas para los estados térmicos, por no ser posible la definición de *suma* de dos de dichos estados, se lee:

"Conviene insistir en que los números (temperaturas) que corresponden en una cierta escala a los diversos estados térmicos, *no* expresan medidas de los mismos. Para convencernos, basta calcular la relación de las temperaturas correspondientes a dos determinados estados térmicos, A_1 y A_2, en diversas escalas (centígrada, t y Fahrenheit, t'):

$$t_1 = 20^\circ \text{ C}; \qquad t_1' = 68^\circ \text{ F};$$

$$t_2 = 40^\circ \text{ C}; \qquad t_2' = 104^\circ \text{ F}.$$

"La segunda temperatura centígrada (t_2) es doble de la primera (t_1); pero sus correspondientes en la escala de Fahrenheit no están en la misma relación, porque ni unas ni otras expresan medidas de los estados térmicos correspondientes. La relación de dos magnitudes es, por el contrario, independiente del sistema de medidas en que se expresan".

Se advierte en seguida que si el cociente t_1/t_2 es diferente del cociente t_1'/t_2', ello se debe, simplemente, a que los ceros de ambas escalas no coinciden. Si al *"estado altimétrico"* de un punto (cumbre de una montaña) corresponde una altura de 6000 m, respecto al nivel del mar, y siendo la altura de otro punto respecto al mismo nivel igual a 3000 m, el cociente de ambas alturas es igual a 2. Si el nivel de origen es ahora la superficie de un lago situado a 2000 m de altura con respecto al nivel del mar, las alturas respecto al nivel del lago serán, respectivamente, iguales a 4000 m y 1000 m. En las temperaturas

centígradas, el cero corresponde, *por convención,* al hielo en fusión. En cambio, a este estado térmico le corresponde en la escala Fahrenheit el grado 32 : 32° F. Si referimos al mismo origen las indicaciones de ambas escalas, la relación se conserva. Restando 32° F a las temperaturas t'_1 y t'_2 del ejemplo, se tiene:

$$\frac{104^\circ \text{ F} - 32^\circ \text{ F}}{68^\circ \text{ F} - 32^\circ \text{ F}} = \frac{40^\circ \text{ C}}{20^\circ \text{ C}} = 2.$$

Llama enormemente la atención que esta circunstancia trivial quiera hacerse valer como argumento para negar a la temperatura el carácter de magnitud. Tanto más, cuanto en la fórmula establecida y utilizada para calcular los datos del ejemplo:

$$\frac{\text{C}}{100^\circ \text{ C}} = \frac{\text{F} - 32^\circ \text{ F}}{(212 - 32)^\circ \text{ F}},$$

se utiliza precisamente la igualdad del cociente de dos temperaturas, expresadas en ambas escalas, pero referidas al mismo origen. Parece, pues, que la elección arbitraria y puramente convencional del origen fuera una razón para negar a la temperatura el carácter de magnitud.

Cuando Celsius resolvió indicar con 0° la temperatura del hielo en fusión, procedió con la misma libertad con que procedemos nosotros todos los días, al tomar un punto arbitrario sobre el trazo representativo de una recta, haciéndole corresponder al mismo el número cero. Si se diera el caso de que, al hacer esa operación, un alumno nos preguntara cómo sabemos que el cero corresponde a ese punto y no a otro situado más a la izquierda o más a la derecha, lo mejor que podríamos hacer sería relatarle la divertida anécdota que refiere el físico Jordan [1] al tratar sobre la libertad que tiene la ciencia para designar y definir los conceptos que utiliza. La anécdota es la siguiente: Durante una erudita conferencia de Astronomía,

---

[1] P. JORDAN, *Über den positivischen Begrif der Wirklichkeit,* en *Naturwissenschaften,* 1934, pág. 485.

uno de los oyentes se levanta y pregunta: "Señor profesor: he comprendido cómo se hace para determinar la masa, la distancia, el volumen, etc., de la estrella de que usted nos ha hablado; pero, ¿podría decirnos cómo han hecho los astrónomos para averiguar que la tal estrella se llama Sirio?".

Después de haber hecho corresponder el número cero a un punto arbitrario de la recta de que hablábamos, nos falta todavía una unidad de longitud si deseamos expresar la distancia a que se encuentra del origen un punto cualquiera de la recta. Es necesario una nueva convención. Podemos tomar sobre la recta otro punto arbitrario, y hacerle corresponder un número también arbitrario, o tomar como unidad la distancia que separa dos trazos marcados sobre una regla, etc. Pero no bastan todavía estas convenciones. Si deseamos efectuar medidas reales, debemos postular la existencia del cuerpo rígido, y decir: "ESTO es, por convención, un *cuerpo rígido*".

Bien; sean sobre esa recta dos puntos P_1 y P_2, cuyas distancias al origen O son:

$$d_1 = 5 \text{ cm}; \; d_2 = 10 \text{ cm}.$$

Si un punto O' dista de O 4 cm, las distancias de P_1 y P_2 a O' son:

$$d_1' = 1 \text{ cm}; \; d_2' = 6 \text{ cm}.$$

Se tiene, entonces:

$$\frac{d_2}{d_1} = 2; \quad d_1 + d_2 = 15 \text{ cm};$$

$$\frac{d_2'}{d_1'} = 6; \quad d_1' + d_2' = 7 \text{ cm}.$$

Ante todo, pedimos disculpas por la elementalidad de estos ejemplos. Nos obliga a ello otro argumento que se pretende hacer valer para negar a la temperatura el ca-

rácter de magnitud. Este nuevo argumento no difiere esencialmente del anterior. Transcribimos a continuación lo que al respecto dice el doctor Rey Pastor en su *Análisis algebraico* (1922, página 196):

"Sin embargo, no puede decirse que una temperatura sea suma de otras dos, ni un nivel suma de otros. A primera vista ocurre afirmar que tal sucede cuando el número que marca el termómetro (o la cota, en el ejemplo del nivel) es suma de los otros números, pero esta definición no es independiente de la escala adoptada, y contiene por tanto, *un elemento arbitrario, extraño al concepto físico.* (Subrayado por nosotros). Si, por ejemplo, un cuerpo marca en la escala centígrada 15°, y otros dos cuerpos marcan 5° y 10°, parece que la temperatura de aquél es suma de las de éstos, pero si ahora tomamos un termómetro con escala Fahrenheit, cuyo cero es distinto del centígrado, los números que señala son respectivamente 59, 41, 50, y el primero ya no es suma de estos dos. Habría, pues, que apelar a una escala absoluta, y lo mismo en el caso de los niveles. En cambio, si el peso o el volumen de un cuerpo es suma de los pesos o volúmenes de otros, este concepto es independiente de la unidad que se adopte para medirlos".

Observemos, antes de seguir adelante, que si restamos 32° F a las temperaturas del ejemplo, se tiene:

$$(59^\circ\ \mathrm{F} - 32^\circ\ \mathrm{F}) = (41^\circ\ \mathrm{F} - 32^\circ\ \mathrm{F}) + (50^\circ\ \mathrm{F} - 32^\circ\ \mathrm{F})$$

Es lamentable la confusión en que se ha incurrido, al no distinguir entre unidad de medida y origen de la escala adoptada. El grado Fahrenheit (unidad en la escala F) es igual a 5/9 del grado centígrado. Además, ambas escalas difieren en el origen. De modo que si una temperatura es suma de otras dos, aquélla sigue siendo igual a las sumas de éstas, cualquiera sea la *unidad* adoptada; pero, claro está que si se cambia el origen, de lo que se habla es ahora de otra cosa.

Cuando decimos que tal cuerpo tiene una temperatura de 15° C, eso significa que la diferencia entre la tempe-

ratura de ese cuerpo y la del hielo en fusión es igual a 15/100 de la diferencia de temperatura entre el agua en ebullición y el hielo fundente. Si para el mismo cuerpo, un termómetro con escala Fahrenheit indica 59° F, ello significa que la diferencia de temperatura entre ese cuerpo y cierta mezcla frigorífica es igual a 59/212 de la diferencia de temperatura entre dicha mezcla y el agua en ebullición. Como el termómetro Fahrenheit marca en el hielo fundente 32° F, también en la escala Fahrenheit se cumple que la diferencia entre la temperatura del cuerpo y la del hielo en fusión es igual a 15/100 de la diferencia de temperatura entre el agua en ebullición y el hielo fundente:

$$\frac{59 - 32}{212 - 32} = \frac{15}{100}.$$

El "elemento arbitrario, extraño al concepto físico", de que habla Rey Pastor es, nuevamente aquí, la elección del origen. El elemento es arbitrario (convencional), pero no extraño al concepto físico. Para hablar con sentido de la altura de un punto, debo elegir arbitrariamente, convencionalmente, el nivel cero. Para relacionar diversos instantes de tiempo, se elige convencionalmente un cero arbitrario, que en nuestra cronología coincide con el 1º de enero del año del nacimiento de Cristo. Los instantes de tiempo de determinado día:

6 h p. m. y 3 h p. m.,

corresponden, con otro origen corrido en doce horas, a los instantes

18 h y 15 h.

Nadie ha de decir por eso que el tiempo no es una magnitud física, ya que figura como magnitud fundamental en todos los sistemas de medidas.

Agreguemos todavía otro ejemplo: El *"estado de movimiento"* de un punto en determinado instante, se mide por la velocidad del punto referida a determinado siste-

ma de coordenadas. No tiene sentido hablar de "la" velocidad de un punto si no se la refiere a determinado sistema. Sean, por ejemplo, los punto P_1 y P_2, que se mueven sobre la misma recta, en el mismo sentido, y cuyas velocidades, con respecto a un sistema S, son:

$$v_1 = 20 \text{ m/seg}; \quad v_2 = 10 \text{ m/seg}.$$

Respecto a otro sistema S', que se desplaza con respecto a S, sobre la misma recta, en el mismo sentido, con la velocidad de 5 m/seg, las velocidades de los mismos puntos serían (según la mecánica clásica):

$$v_1' = 15 \text{ m/seg}; \quad v_2' = 5 \text{ m/seg}.$$

En el sistema S, la velocidad de P_1 es doble de la de P_2, cualquiera sea la unidad en que se mida la velocidad. Pero la relación entre ambas velocidades, claro está que varía al variar el sistema al cual aquéllas se refieren.

Cuando se elige una determinada escala termométrica, para expresar con ella una temperatura, se ha elegido simultáneamente la unidad de medida y "el sistema" de referencia, que en este caso es la elección del punto cero. Obsérvese que los ejemplos transcriptos de Isnardi-Collo y Rey Pastor no podrían haberse formulado comparando los datos de la escala centígrada con la Réamur, que difieren solamente en la unidad de medida y no en el origen.

Se sobrentiende, en todo lo que precede, que se trata de diferentes escalas, pero de una misma substancia termométrica.

Los argumentos que hemos transcripto hasta ahora prueban solamente que el cero de la escala termométrica es puramente convencional, como lo es el nivel del mar, o cualquier otro, para definir una altura; como es convencional la elección del meridiano de Greenwich para expresar las longitudes geográficas, o el potencial eléctrico cero de la Tierra, etc., etc.

Agreguemos aquí, antes de seguir ocupándonos de la temperatura, que la distinción que hace Rey Pastor, se-

gún la cual el volumen o la masa serían propiamente magnitudes, porque no requieren de la elección convencional de un cero, en tanto que temperatura y nivel no lo son (ni el tiempo, ni la distancia, ni el potencial, etc., agregamos nosotros), es más aparente que real, y conduce a resultados tan absurdos como el siguiente: No tendría sentido decir, si se acepta ese punto de vista, que la masa de un cuerpo es la suma de las masas de sus partes, ni que el volumen es suma de partes de volumen. Para que se vea que es así, y fijar ideas, imaginemos que el cuerpo en cuestión es una columna cilíndrica, dispuesta verticalmente. Consideremos planos horizontales, que seccionen la columna en puntos cualesquiera de la misma. Elijamos como plano cero a uno cualquiera de ellos, y numeremos los demás de modo que dichos números expresen, en determinada unidad, la masa de columna comprendida entre el plano considerado y el plano de referencia. Tendremos, por ejemplo:

$$0 \text{ kg}, 5 \text{ kg}, 10 \text{ kg}, 15 \text{ kg}, \ldots$$

A estos mismos planos, y en la misma unidad, corresponderían, eligiendo como plano cero otro situado más abajo:

$$20 \text{ kg}, 25 \text{ kg}, 30 \text{ kg}, 35 \text{ kg}, \ldots$$

Pues bien, si se acepta el criterio del doctor Rey Pastor, ni una ni otra escala expresarían medidas de las masas de las porciones que limitan. Se ha introducido un "elemento arbitrario, extraño al concepto físico", cual es la consideración del origen.

"Si a primera vista ocurre afirmar

$$15 \text{ kg} = 5 \text{ kg} + 10 \text{ kg},$$

como en la otra escala, se tienen los "números" 35, 30 y 25, no siendo 35 suma de los otros dos, etc., etc.".

Habría que apelar, dice el doctor Rey Pastor, a una escala absoluta. Ésta correspondería, en el ejemplo de la

columna, al caso en que el plano cero pasara por la parte inferior de la misma. Se sigue de aquí que la masa de la columna sería suma de las masas de sus partes sólo cuando la división y la numeración se efectúa de cierta manera. En los demás casos, como no tendría sentido sumar, no podría decirse lo mismo. El ejemplo de la columna está realizado, en la prátcica, en la escala graduada marcada en los barcos, que indica el desplazamiento de los mismos. El cero de la escala corresponde, por lo general, a la línea de flotación del barco descargado. Si se blinda el barco, y se pinta junto a la vieja escala otra, con el cero más arriba, sería absurdo que se dijera, por esto, que ni una ni otra escala expresan medidas de la carga.

Diversas substancias termométricas

La pregunta acerca de si las indicaciones de un termómetro expresan o no medidas de los estados térmicos, o de las *verdaderas temperaturas* de los cuerpos, es de larga data. No son los argumentos que he transcripto los que se hicieron valer para formular tal pregunta, sino otros.

Hasta mediados del siglo pasado se aceptaba la teoría del flúido calórico. La temperatura de un cuerpo era algo así como la presión alcanzada por el flúido calórico contenido en el mismo. El verdadero termómetro, aquél que indicara "la" temperatura del cuerpo, tendría que haber sido algo así como un manómetro del flúido calórico. Para estos físicos, los termómetros comunes, de alcohol, mercurio, aire, etc., no medían "la" verdadera temperatura de los cuerpos. Si se comparan entre sí las indicaciones de dos termómetros, graduados según la misma escala, pero de substancias diferentes, alcohol y mercurio, por ejemplo, se comprueba que sólo coinciden en los puntos fijos de la escala adoptada. Sea la escala adoptada la centígrada, y las substancias termométricas, S y S'.

Exageraremos las diferencias que se observan con las

substancias termométricas comúnmente empleadas, y supondremos que para los cuerpos A y B se obtienen los siguientes valores, expresados en escala centígrada:

$$\theta\,(S)\begin{cases} A: 60^\circ\,\mathrm{C} \\ B: 30^\circ\,\mathrm{C}\end{cases} \qquad \theta\,(S')\begin{cases} A: 50^\circ\,\mathrm{C} \\ B: 35^\circ\,\mathrm{C}\end{cases}$$

Según la substancia S, la temperatura de A es doble de la de B; según la substancia S', la relación es otra. Lo mismo ocurre con las sumas.

Los físicos de antaño se preguntaban, entonces, cuál de los dos termómetros se aproximaría más en sus indicaciones a la *"verdadera temperatura"* del cuerpo. Si identificamos esta "verdadera temperatura" de que se habla, con la presión P del flúido calórico, o suponemos que esa "temperatura verdadera" τ sea una función lineal de P, en la escala centígrada la "temperatura verdadera" τ estaría definida por la expresión:

$$\tau = 100\,\frac{P - P_0}{P_{100} - P_0}\,, \qquad [1]$$

siendo P_{100} la tensión del flúido calórico de los cuerpos que están en contacto con los vapores de agua en ebullición, a la presión normal, y P_0 la tensión del mismo flúido cuando los cuerpos se encuentran en contacto con hielo en fusión, también a la presión normal. Pero para que la definición [1] tenga sentido físico, sería necesario indicar un procedimiento para medir la tensión del flúido calórico. No seamos, por el momento, muy exigentes. Coloquémonos mentalmente en el siglo pasado, dentro del marco de aquella teoría.

Tenemos, además de la definición [1], termómetros de mercurio, de alcohol, de aire, etc. Las indicaciones θ de un termómetro determinado, en escala centígrada, corresponden a la expresión:

$$\theta = 100\,\frac{V - V_0}{V_{100} - V_0}\,. \qquad [2]$$

Si el termómetro es de mercurio contenido en vidrio, V_{100} y V_0 expresan los volúmenes relativos del mercurio en *ese* vidrio, cuando el instrumento se encuentra en contacto con los vapores de agua en ebullición y hielo fundente, respectivamente, y V expresa el volumen relativo del mercurio cuando dicho instrumento se coloca en contacto con determinado cuerpo. Dentro de este marco de ideas, claro está que θ no expresa la "verdadera temperatura" τ, definida por [1].

Aquella temperatura τ *no es medible*, porque no se dispone de un instrumento para medir la tensión del flúido calórico. Ésta es la raíz histórica, que hace que se afirme, aun hoy, que "la" temperatura no es una magnitud medible. En lo que respecta al ejemplo, lo que corresponde decir, como veremos con más detalle más adelante, es: Con respecto a la substancia S, como substancia termométrica, la temperatura de A es doble de la de B en escala centígrada; con respecto a la substancia S', la relación es otra. En el sistema *escala-substancia* S, la suma de las temperaturas de A y B es de 90° C, y respecto al sistema S', la suma es 85° C.

Los gases como substancias termométricas

En el año 1815, los físicos Dulong y Petit efectúan una serie de determinaciones, en las cuales comparan la marcha de un termómetro de mercurio con otro de gas. A unos 300° C, la diferencia entre ambos llega a ser de unos 10° C. Se preguntan, entonces, cuál de los dos indicará la "verdadera temperatura". Se deciden por el termómetro de gas, pensando que en los gases, por ser nula la fuerza de cohesión, la *tensión del flúido calórico* debe aumentar paralelamente con la tensión propia del gas. A partir de entonces, se prefiere como substancias termométricas a los gases. Las indicaciones de un termómetro de gas, en escala centígrada, tendrían la expresión:

$$t = 100 \frac{p - p_0}{p_{100} - p_0}, \qquad [3]$$

donde p es la presión del gas cuando está en contacto con determinado cuerpo, teniendo los subíndices la misma significación que en [1] y [2]. Decir que t indica la temperatura verdadera, equivale, pues, a suponer que la presión p del gas es proporcional a la tensión P del flúido calórico:

$$p = KP, \qquad [4]$$

siendo K una constante.

Tal era lo que pensaban, aproximadamente, Dulong y Petit al decir que los termómetros de gas indicaban la temperatura verdadera.

Otra circunstancia hacía, también, que se prefiriera a los gases como substancias termométricas: Todos los gases llamados permanentes se dilataban en igual forma, o sea: las indicaciones de un termómetro de aire coincidían con las de otro de hidrógeno u oxígeno, etc.

Los físicos de la primera mitad del siglo pasado podían considerar entonces que el termómetro de gas era, verdaderamente, la realización del "manómetro del flúido calórico". Ellos indicaban la "verdadera temperatura" de los cuerpos, definida por [1].

Pero bien pronto se esfumaron estas ilusiones. A mediados del siglo XIX, merced a los trabajos de Mayer y Joule, la teoría del flúido calórico se hizo insostenible. Además, al aumentar la precisión de las medidas, se observó que los diversos termómetros de gas coincidían en sus indicaciones sólo en los puntos fijos de la escala elegida. Es más, aún: si se tienen dos termómetros de un mismo gas, las indicaciones de ambos difieren entre sí si son diferentes las presiones del gas a 0° C en ambos termómetros. Aunque las divergencias entre los diversos termómetros de gas son menores que en el caso de los líquidos, quedaba nuevamente indeterminada la noción de temperatura. Además, la definición [1] se mostraba aho-

ra, al tenerse que abandonar la teoría del flúido calórico, como totalmente desprovista de sentido físico.

Esto se expresa perfectamente bien en la página 64 de la obra de Isnardi-Collo, en la forma siguiente:

"La noción de temperatura tenía, por tanto, en la teoría del flúido calorífico, un significado anterior e independiente de toda determinación termométrica; pero actualmente, aquella cuestión carecería de sentido (§ 3º)". Lo lamentable, según nuestro criterio, es que se nos remita al § 3º, en el cual se afirma, en la forma que ya hemos visto, que los estados térmicos no son susceptibles de medida. Pero subrayemos esto: *La noción de temperatura adquiere sentido sólo después de las determinaciones termométricas.*

Temperatura legal

A cada substancia termométrica elegida corresponde una temperatura diferente. Sólo coinciden las indicaciones de los distintos termómetros para 0° C y 100° C. No basta, para *definir* la temperatura, la elección de los puntos fijos y de la escala. Es necesario, además, convenir en cuál ha de ser la substancia termométrica. La fórmula [2] debe considerarse, si V es el volumen relativo del mercurio, en cierta clase de vidrio, como la *definición* de la temperatura centígrada *mercurio-vidrio.* (Poincaré, Planck, etc.).

Si en la [3] suponemos que se trata de hidrógeno, mantenido a volumen constante, siendo $P_0 = 1$ m de mercurio, t es la llamada temperatura de hidrógeno, o temperatura legal, expresada en escala centígrada.

Consideremos que nos encontramos en una época anterior a la introducción hecha por lord Kelvin de la escala termodinámica de temperatura, definida en forma completamente independiente del comportamiento particular de cualquier substancia. En este caso, no tendría absolutamente ningún sentido hablar de *"la"* temperatura de un cuerpo si no se la refiere a determinada substancia ter-

mométrica. ¿Diríamos, por ello, que "la" temperatura es un ente no susceptible de medida? En realidad, la pregunta carece de sentido, pues, para formularla, habría que definir previamente a esa "la" temperatura.

Algo análogo ocurrió en otro capítulo de la Física. Los físicos buscaban poder hablar de "la" velocidad de un cuerpo "en el espacio", de la *velocidad absoluta,* sin tener que referirla a un sistema particular de coordenadas. La teoría de la relatividad mostró que carece de sentido la noción de velocidad absoluta. Pero no por eso la velocidad deja de ser una magnitud física. La velocidad de un punto, respecto a un sistema S, es V; respecto a otro sistema S' es V'. Lo que debemos tener presente es que la velocidad debe referirse siempre a determinado sistema de coordenadas.

En lo que a la búsqueda de un absoluto físico se refiere, se ha tenido más suerte con "la" temperatura que con "la" velocidad. Pero aun suponiendo que no fuera posible definir una temperatura termodinámica, lo que habría que hacer sería tener en cuenta en cada caso cuál es la substancia termométrica elegida, y tratar de establecer fórmulas o tablas que permitieran pasar de *una* temperatura a la *otra.*

Restricciones en la elección de la substancia termométrica

Hemos considerado en los párrafos anteriores, que las temperaturas se definen por las variaciones de volumen o de presión de ciertas substancias. En realidad, podría elegirse cualquier otro parámetro: resistencia eléctrica, índice de refracción, etc. Si el parámetro es g y la substancia S, la temperatura en escala centígrada, para S según g, estaría definida por la expresión:

$$t = 100 \frac{g - g_0}{g_{100} - g_0} \cdot \qquad [5]$$

En esta expresión, g es el valor que adquiere el parámetro de la substancia S elegida, en "contacto térmico" y en "equilibrio térmico" con el cuerpo cuya temperatura se desea medir; g_0 y g_{100} los valores del mismo parámetro cuando S se encuentra en equilibrio térmico, con hielo en fusión y agua en ebullición, respectivamente. Las condiciones que debe cumplir la substancia S y el parámetro g pueden enunciarse así:

1º) Si dos cuerpos, A y B, están en equilibrio térmico entre sí, es necesario que al establecer el contacto y equilibrio término entre A y S, y B y S, el parámetro g adquiera el mismo valor, independientemente del sentido en que se efectúe la operación.

De acuerdo con esto, no podríamos elegir como substancia termométrica al hierro, y como parámetro a la permeabilidad magnética del mismo, pues si A es un trozo de cobre, y B un imán, obtendríamos para la permeabilidad valores diferentes en sucesivas mediciones, que dependerían del orden en que se llevaran a cabo, y hasta de la posición de S.

2º) A dos valores iguales del parámetro g:

$$g_1 = g_2,$$

cuando S se encuentra en equilibrio térmico con A y con B, debe corresponder un estado de equilibrio térmico entre A y B.

Esta condición, recíproca de la anterior, excluye, por ejemplo, la utilización del agua como substancia termométrica, si se elige como parámetro el volumen o la densidad de la misma.

Por último, una vez elegida la substancia termométrica S y el parámetro g, es necesaria una convención para fijar los signos que figuran en la definición [5]. Si es:

$$g_{100} > g_0,$$

los signos serán los que figuran en [5]; si, por el contra-

rio, fuera: $g_{100} < g_0$

se tomaría:

$$t = 100 \frac{g_0 - g}{g_0 - g_{100}} . \qquad [5']$$

Esta convención corresponde a decir: la temperatura del agua en ebullición es mayor que la del hielo en fusión. Podría, desde luego, convenirse lo contrario: ello significaría permutar el sentido corriente de las palabras "caliente" y "frío".

Además, una vez elegida la substancia S y el parámetro g de la misma, es necesario imponer ciertas condiciones a los demás parámetros g_1; g_2; g_3; ... que caracterizan la substancia S. No basta, por ejemplo, elegir el hidrógeno como substancia termométrica, y a la presión como parámetro g. Se debe, además, imponer cierta condición al volumen; por ejemplo, que permanezca constante, etc. En los termómetros de líquido, el parámetro g es el volumen (relativo), y la presión es variable: la tensión de los vapores del propio líquido.

Dimensiones de la temperatura

¿Qué dimensiones debemos atribuir a la t definida por [5]? Las dimensiones de t coinciden con las dimensiones que *libremente* podemos atribuir a la constante 100, que figura en la misma. Algunos autores prefieren considerar a la temperatura como un número. Cuando proceden así, es que atribuyen a la constante 100 la dimensión cero. Pero esto acarrea todas las dificultades inherentes a los sistemas de unidades fundamentales insuficientes. Si en lugar del valor 100 para dicha constante, elegimos el valor 80, habremos definido, en lugar de los grados centígrados, los grados Réaumur. Si tomamos para la constante el valor 180, y sigue siendo g_0 el valor del parámetro g, estando S en contacto con hielo en fu-

sión, habremos definido el grado Fahrenheit, pero *no* la escala Fahrenheit.

Es necesario, pues, dimensionar a la constante que figura en [5]. Si el valor numérico de la constante es 100, la dimensión de ella será: grado centígrado [°C]. Se tiene, por lo tanto:

$$100\ [°C] = 80\ [°R] = 180\ [°F]. \qquad [6]$$

Debemos hacer aquí una advertencia importante, que si no se la tiene en cuenta puede conducir a los graves errores que señalamos al comienzo. La [6] vincula entre sí las diversas *unidades* de las tres clásicas escalas, pero no a las escalas mismas, lo que deberá tenerse en cuenta si se pasa de una escala a otra. Sea, por ejemplo, el coeficiente α de dilatación del hidrógeno, expresado en escala centígrada, mercurio-vidrio, cuyo valor aproximado es:

$$\alpha = \frac{1}{273}\left[\frac{1}{°C}\right] \qquad [7]$$

Para expresar este mismo valor en las *unidades* grado R y grado F, de acuerdo a [6], se tiene:

$$1\ °C = \frac{4}{5}\ °R = \frac{9}{5}\ °F,$$

resultando:

$$\alpha = \frac{1}{273}\,\frac{1}{°C} = \frac{1}{273}\,\frac{1}{\frac{4}{5}\ °R} = \frac{1}{273}\,\frac{1}{\frac{9}{5}\ °F} \qquad [8]$$

obteniéndose así:

$$\alpha = \frac{1}{273} \times \frac{5}{4}\left[\frac{1}{°R}\right] \qquad [9]$$

$$\alpha = \frac{1}{273} \times \frac{5}{9}\left[\frac{1}{°F}\right] \qquad [10]$$

La [9] expresa el valor de α en grados Réaumur y en escala Réaumur, en tanto que la [10] expresa el valor de α en la unidad grados Fahrenheit, *pero no en la escala Fahrenheit.* El valor dado por [10] corresponde, por ejemplo, al siguiente:

$$\alpha = \frac{V_{212} - V_{32}}{180\, V_{32}} .$$

Pero el valor de α en *escala* Fahrenheit, α', está definido por la expresión:

$$\alpha' = \frac{V_{212} - V_0}{212\, V_0} .$$

Efectuando el cálculo resulta:

$$\alpha' = \frac{1}{273 \times \frac{9}{5} - 32} \left[\frac{1}{°F} \right] \qquad [11]$$

Como se ve, el valor de [10] no coincide con [11]; ambos valores están expresados en la misma unidad pero en diferentes escalas, lo que naturalmente debe tenerse en cuenta.

El gas ideal

Podemos definir a un "gas ideal" como a una substancia que cumple con las condiciones siguientes:

1º) Vale para ella exactamente la ley de Boyle y Mariotte.

2º) El coeficiente de dilatación media, a presión constante, entre 0° C y 100° C, es igual al límite común hacia el cual tienden los coeficientes de dilatación media entre 0° C y 100° C de los gases reales, cuando la presión de los mismos, a 0° C, tiende a cero.

3º) El coeficiente de dilatación media del gas ideal es constante: independiente de los dos estados térmicos que se considere.

La tercera condición no es más que una definición de una nueva temperatura. La substancia termométrica es ahora el gas ideal.

El coeficiente de dilatación media de un gas real, entre 0° C y 100° C, puede hallarse experimentalmente sin termómetro alguno, pues en la escala centígrada, aquellas temperaturas son, por definición, las que corresponden al hielo en fusión y a los vapores de agua en ebullición. Los dos coeficientes de dilatación media, α y β, entre esas temperaturas, están definidos por las relaciones:

$$\alpha = \frac{V_{100} - V_0}{100\, V_0} \;; \quad \beta = \frac{p_{100} - p_0}{100\, p_0} \qquad [12]$$

Para los gases reales, los únicos con los cuales se puede experimentar, se observa que α es diferente de β, y que ambos dependen de la presión p_0 que tiene el gas estando en hielo en fusión. Experimentalmente, se ha encontrado que en el límite, para $p_0 = 0$, se tiene, para todos los gases reales, aproximadamente:

$$a = \beta = \frac{1}{273} \left[\frac{1}{°C}\right] \qquad [13]$$

Se comprende, sin embargo, que no se puede operar en la práctica con presiones p_0 del gas muy pequeñas, pues los errores relativos que se cometerían serían muy grandes. Las determinaciones se efectúan siempre con gases reales.

La temperatura centígrada estaría definida, para un gas ideal, por la expresión:

$$t_i = 100 \frac{V - V_0}{V_{100} - V_0}, \qquad [14]$$

y la absoluta, en grados centígrados, por:

$$T_i = 100 \frac{V}{V_{100} - V_0}, \qquad [15]$$

suponiendo que el gas se mantiene a presión constante. Los subíndices tienen el mismo significado de antes.

Según Rey Pastor (*Curso cíclico*, 1924, pág. 4), la temperatura absoluta (definida por [15]) sería propiamente una magnitud; la definida por [14], no lo sería. Se tiene, además, como se establece de inmediato, teniendo en cuenta [12] y [13]:

$$T_i = t_i + 273^\circ \text{ C} \qquad [16]$$

Según esto, existiría una temperatura absoluta, 273°C, la temperatura del hielo en fusión, que se puede sumar a algo que no es magnitud, la temperatura *ti*, dando por resultado una magnitud *Ti;* resultado a todas luces absurdo. Digamos, de paso, que la temperatura absoluta *Fi*, expresada en grados Fahrenheit, se obtiene de la temperatura *fi* en escala Fahrenheit, de acuerdo a [11], por la expresión:

$$F_i = f_i + 459{,}4^\circ \text{ F} \qquad [17]$$

Escala logarítmica

El coeficiente de dilatación α de un gas, a presión constante, se define por la expresión:

$$\alpha = \frac{1}{V_0} \frac{dV}{dt}, \qquad [18]$$

y al *postular* la constancia de α para un gas ideal, se está definiendo la temperatura. En la expresión [18], V_0 es el volumen del gas a cero grado.

El aumento de volumen que experimenta 1 cm³ de gas entre 0°C y 1°C es igual a:

$$\frac{1}{273} \text{ cm}^3;$$

entre 273°C y 274°C, el aumento de volumen experimentado por 1 cm^3 de gas es la mitad del anterior:

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{273} \text{ cm}^3.$$

Ahora bien, 1 cm^3 de gas a 273°C, se reduce a 0,5 cm^3 si la temperatura desciende hasta 0°C, por lo cual el volumen V_0 que figura en la [18], es 0,5 cm^3. Se ha objetado a la definición [18], que para definir el coeficiente de dilatación medio entre las temperaturas t y t' se haga intervenir al volumen que ocuparía el gas si su temperatura fuera igual a 0°C, pues se tendría:

$$\alpha = \frac{1}{V_0} \frac{V - V'}{t - t'}.$$

No creo que ésta sea una objeción consistente, pues definir es algo análogo a poner nombre a las cosas, para lo cual se tiene plena libertad. Lo único que debemos exigir es consecuencia con las definiciones.

De todos modos, se ha propuesto sustituir en la [18] V_0, volumen a 0°C, por el volumen V que ocupa el gas a la temperatura t. Se tiene así esta definición:

$$\gamma = \frac{1}{V} \frac{dV}{dt}. \qquad [19]$$

Si no exigimos mucha precisión al lenguaje hablado, podríamos traducir la [19] diciendo: "coeficiente de dilatación de un gas, a presión constante, es el aumento de volumen que experimenta la unidad de volumen del gas (dV/V) cuando la temperatura aumenta en una unidad (un grado, $1/dt$)".

Definamos ahora al gas ideal como aquel en el cual, además de cumplirse la ley de Boyle y Mariotte, el coeficiente γ se mantiene constante. Con esto hemos definido a la temperatura logarítmica. Para evitar confusiones designaremos a esta temperatura logarítmica con la le-

tra τ, que, desde luego, no tiene nada que ver con la τ que figura en [1]. De la [19] obtenemos:

$$V = V_0 \, e^{\gamma\tau} \,. \qquad [20]$$

Esta fórmula define la temperatura logarítmica τ; falta todavía definir la escala. Para ello tenemos plena libertad. Dalton propuso tomar para γ el valor:

$$\gamma = 0{,}01 \left[\frac{1}{\tau}\right]$$

pues el producto $\gamma\tau$ debe ser un número sin dimensiones.

Nosotros construiremos la escala de modo que corresponda al hielo en fusión la temperatura de 0°, y al agua en ebullición, a la presión normal, la temperatura logarítmica de 100°. Se trata, pues, de una escala *"centígrado-logarítmica"*. El coeficeinte de dilatación γ de un gas ideal, expresado en esta escala, es:

$$\gamma = \frac{1}{100} \, ln \, \frac{V_{100}}{V_0} = \frac{1}{100} \, ln \, \frac{373}{273} \qquad [21]$$

El valor de γ resulta:

$$\gamma = 0{,}00312 = \frac{1}{320} \left[\frac{1}{°L}\right] \cdot \qquad [22]$$

en la cual °L indica grados centígrados logarítmicos. Para pasar de la temperatura absoluta T a la temperatura logarítmica τ establecemos:

$$V = V_0 \, e^{\gamma\tau} = V_0 \, \alpha \, T,$$

de la cual, pasando de logaritmos naturales a vulgares, y efectuando los cálculos, resulta:

$$\tau = 740 \, log \, \alpha \, T \, [°L]. \qquad [13]$$

Al cero absoluto de la temperatura T corresponde en la escala logarítmica la temperatura $-\infty$. En la tabla

adjunta se han indicado algunos valores de la temperatura absoluta T, en grados centígrados (grados Kelvin), y los correspondientes en escala logarítmica y centígrada. Se ve, por la tabla, que si nos hubiéramos acostumbrado a la escala logarítmica, no nos parecería quizá tan cercana al "cero absoluto" la temperatura de un décimo de grado Kelvin, ni tan alta la temperatura de las estrellas.

T	τ	t
0	— ∞	— 273
0,1	— 2543	— 272,9
1	— 1803	— 272
10	— 1063	— 263
100	— 322	— 173
200	— 100,3	— 73
273	0	0
293	+ 22,4	+ 20
313	43,7	40
333	63,6	60
353	82,4	80
373	100	100
2730	740	2457
27300	1480	27027

La escala corriente de temperatura (centígrada o Fahrenheit) apareció por una circunstancia de orden práctico: la facilidad con que se puede dividir la columna termométrica en partes iguales. Vemos, pues, que el cero absoluto, y por lo tanto la temperatura absoluta, aparece por una convención: el modo como se define el coeficiente de dilatación de un gas ideal.

Temperatura termodinámica

Sean dos fuentes térmicas: S y S_0. Las temperaturas de las fuentes, medidas con determinado termómetro (determinada escala, determinada substancia termométrica y

(determinado parámetro), sean, respectivamente, θ y θ_0. Para fijar ideas, supondremos $\theta > \theta_0$. Entre dichas fuentes puede funcionar una máquina térmica. Ésta, en cada ciclo, sacará calor de la fuente caliente, transformará algo en trabajo mecánico y entregará el resto a la fuente fría. Si Q' es la cantidad de calor extraída de la fuente caliente, y Q'_0 la entregada a la fuente fría, en cada ciclo, el cociente:

$$\frac{Q'}{Q'_0},$$

depende, en general, de "la máquina" y de la substancia que recorre el ciclo. Si dicho cociente es uno, "la máquina" se reduce a transportar calor de una fuente a otra, y su rendimiento será cero. Si la máquina que funciona entre las fuentes fuera reversible, se demuestra, postulando la imposibilidad de un móvil perpetuo de segunda especie (2º principio), que aquel cociente no depende de la naturaleza de la máquina ni de la substancia que recorre el ciclo. Siendo, pues, Q y Q_0 las cantidades de calor que en cada ciclo extrae y entrega la máquina reversible de las fuentes, el cociente:

$$\frac{Q}{Q_0}$$

depende sólo de las temperaturas θ y θ_0 de las dos fuentes entre las cuales funciona la máquina. Lord Kelvin propuso, en 1848, definir las temperaturas T y T_0 de las fuentes de modo que se cumpla:

$$\frac{Q}{Q_0} = \frac{T}{T_0} \qquad [24]$$

Lo que se define, pues, es el cociente entre las temperaturas de dos fuentes térmicas. En palabras, esta definición podrá traducirse así: *El cociente entre las temperaturas de dos fuentes térmicas es igual al cociente entre las cantidades de calor que una máquina reversible inter-*

cambia con las fuentes en cada ciclo, al funcionar entre las mismas.

De la [24] se obtiene:

$$T = T_0 \frac{Q}{Q_0} \cdot \qquad [25]$$

Según esta definición, tenemos plena libertad para elegir el valor de T_0. Podemos considerar que T_0 es la temperatura del hielo en fusión, y atribuir a T_0 cualquier valor diferente de cero. Al fijar el valor T_0 fijamos la unidad de medida de la temperatura. Supongamos que elegimos para T_0 el valor 1. A la temperatura T de una fuente le corresponderá el valor 2, si una máquina reversible, que funcionara entre dicha fuente y el hielo, entregara a esta última 1 caloría por cada 2 calorías extraídas de la fuente caliente. Para que esto sucediera, puede calcularse que la fuente caliente tendría que tener una temperatura igual, aproximadamente, a 273°C de la escala del hidrógeno.

Si se desea conservar en esta escala de temperatura termodinámica la unidad grado centígrado, será necesario hacer que entre la temperatura termodinámica T_{100} del agua en ebullición y la temperatura termodinámica del hielo en fusión T_0, a la presión normal, exista una diferencia igual a 100, esto es, igual a 100 grados Kelvin (100°K):

$$T_{100} - T_0 = 100^\circ \text{ K}. \qquad [26]$$

Según esto, y de acuerdo a [24], se obtiene:

$$\frac{T_{100}}{T_0} = \frac{Q_{100}}{Q_0}; \quad \frac{T_{100} - T_0}{T_0} = \frac{Q_{100} - Q_0}{Q_0},$$

o sea, de acuerdo a [26]:

$$T_0 = 100 \frac{Q_0}{Q_{100} - Q_0} \; [^\circ \text{ K}] \qquad [27]$$

Si bien la "máquina reversible" es irrealizable, puede calcularse este valor suponiendo que una substancia cual-

quiera recorre un ciclo de Carnot entre el agua en ebullición y el hielo fundente. Lo único que debe conocerse es el comportamiento de la substancia que recorre el ciclo con respecto a *una* temperatura θ definida por la propia substancia que recorre el ciclo, o por otra substancia cualquiera. Se obtiene así, para cualquier substancia, el valor:

$$T_0 = 273{,}15^\circ \text{ K},$$

para la temperatura termodinámica del hielo en fusión. La temperatura T de otra fuente cualquiera será, de acuerdo a [25]:

$$T = 273{,}15 \frac{Q}{Q_0} \ [^\circ \text{ K}] \qquad [28]$$

en donde Q y Q_0 son las cantidades de calor que una máquina reversible intercambia en cada ciclo, al funcionar entre la fuente considerada y el hielo en fusión.

Se demuestra fácilmente que esta temperatura termodinámica T coincide con la temperatura T_i, definida con un gas ideal, siempre que se entienda que la energía interna de un gas ideal depende sólo de la temperatura (Ley de Joule). Puede, pues, establecerse:

$$T = T_i. \qquad [29]$$

La importancia de la temperatura termodinámica, definida por [25], radica por un lado en que en dicha definición no interviene substancia particular alguna, por lo cual bien merece el calificativo de absoluta, y por otro en que, mediante ella, es posible establecer la fórmula que permite pasar de una temperatura θ, definida por cualquier substancia, a la temperatura T, es decir:

$$T = F\ (\theta).$$

En la función $F\ (\theta)$ aparecen ciertos parámetros de la substancia que dependen de θ, parámetros que son ac-

cesibles a la medida. Desde luego, también puede expresarse θ en función de T:

$$\theta = f(T). \qquad [30]$$

La y las temperaturas

Hemos seguido a grandes pasos la noción de temperatura, tal como aparece dicha noción en los tratados:

Primero, una temperatura mercurio-vidrio y varias escalas convencionales, otra alcohol-vidrio, etc.; luego la temperatura hidrógeno, oxígeno, helio, etc., y después, la temperatura gas ideal, que coincide, por fin, con *la* temperatura termodinámica. Podríamos todavía haber mencionado las temperaturas definidas por las fuerzas electromotrices de determinados pares termoeléctricos, o por la resistencia eléctrica de ciertos conductores, tal como se utilizan para la determinación de bajas temperaturas.

El orden de exposición que se sigue en el desarrollo de la termodinámica corresponde, aproximadamente, al orden histórico.

Frente a esta situación, no es extraño, pues, que algunos autores hayan afirmado que "la" temperatura no es una magnitud física. Ahora estamos en condiciones de preguntar: ¿De qué temperatura hablan?

Lo que corresponde, colocándonos dentro del marco del desarrollo clásico de la termodinámica, es reconocer explícitamente, desde el comienzo, que la noción de temperatura sólo adquiere sentido después de fijar la manera de efectuar determinaciones termométricas. Según esto, existe *una* temperatura *relativa* al mercurio, *otra* relativa al alcohol, *otra* relativa a los gases, etc. El coeficiente de dilatación aparente del mercurio, en determinado vidrio, es constante con respecto a la temperatura *definida* con respecto al mercurio y a ese vidrio, pero dicho coeficiente deja de ser constante con respecto a la temperatura definida por otra substancia. Cabe, pues, decir que resulta cómodo introducir al comienzo *temperaturas relati-*

vas, pero de ningún modo afirmar que esas temperaturas relativas no expresan medidas de los estados térmicos de los cuerpos. Efectuando *medidas* con un termómetro de mercurio, podemos *medir* cantidades de calor y establecer el principio de equivalencia entre calor y trabajo, tal como lo hizo Joule por primera vez.

Invariancia y ordenamiento

Sean los cuerpos A_1, A_2, A_3 ... a los cuales corresponden las temperaturas:

$$\theta_1, \ \theta_2, \ \theta_3, \ \ldots$$

relativas a una substancia termométrica S. Para los mismos cuerpos y con respecto a otra substancia termométrica S', supongamos se tenga:

$$\theta_1', \ \theta_2' \ \theta_3', \ \ldots$$

Si se cumple que:

$$\theta_1 > \theta_2 > \theta_3 > \ \ldots$$

debe cumplirse también que:

$$\theta_1' > \theta_2' > \theta_3' > \ \ldots$$

El ordenamiento de los estados térmicos es, pues, en cierto modo, un invariante con respecto a las temperaturas relativas. Otro invariante es la igualdad de dos estados térmicos, pues si:

$$\theta_1 = \theta_2,$$

deberá ser:

$$\theta_1' = \theta_2'.$$

En cambio, si es:

$$\theta_1 = \theta_2 + \theta_3,$$

se tendrá, en general, aunque se trate de la misma escala:

$$\theta_1' \neq \theta_2' + \theta_3'.$$

Esto quiere decir que la suma de dos temperaturas no es un invariante, como tampoco lo es el cociente, ya que en general se tendrá:

$$\frac{\theta_1}{\theta_2} \neq \frac{\theta_1'}{\theta_2'}$$

¿Quiere decir esto, acaso, que no puede definirse la suma de dos temperaturas? ¿No podemos decir si la temperatura de un cuerpo A es suma de las temperaturas de los cuerpos B y C? Lo que no tiene sentido, por el momento, es hablar de "la" temperatura. Pero tiene pleno sentido decir que la temperatura relativa a la substancia S que la define, del cuerpo A, es suma de las temperaturas relativas a S de los cuerpos B y C. Si así no fuera, ¿qué sentido tendrían todas las operaciones algebraicas que se efectúan con la "letra" t, símbolo de la temperatura relativa al mercurio, o a los gases, etc.?

¿Qué es una magnitud?

En la *Lógica matemática*, de Burali-Forti, se define nominalmente a las magnitudes absolutas por medio de nueve proposiciones. Lo de *nominalmente* quiere decir que conviene en dar el nombre de magnitud absoluta a las "clases homogéneas de elementos" que cumplen con aquellas condiciones.

Entre las magnitudes absolutas que satisfacen dichas proposiciones pueden indicarse la longitud, el volumen, los números reales positivos, la edad de las personas, etc.

La temperatura absoluta, definida por un gas ideal, o la temperatura termodinámica, que coincide con aquélla, cumple con todas esas proposiciones. Justamente, el nombre de temperatura absoluta proviene de esa circunstan-

cia. Recordemos que la [15] definía la temperatura absoluta T. *Todas las condiciones que cumple V son cumplidas también por T, como es fácil ver.* Por ejemplo:

Si:	$V = 0$	es	$T = 0$.
Si a	V_1	corresponde	T_1,
y „	V_2	„	T_2,
„	$V_1 + V_2$	„	$T_1 + T_2$,

Si $V_1 > V_2$ es $T_1 > T_2$.

La tercera proposición de Burali-Forti, referente a las magnitudes absolutas, puede expresarse así:

Si:

$$x \neq 0 \qquad x + y \neq 0,$$

lo que excluye el caso de las magnitudes con signo o relativas, las que estudia *después* de definir la resta, como operación inversa de la suma.

Entre las magnitudes relativas o con signos podemos citar: Los números reales; la altura de un punto con respecto a un plano horizontal (definida como la longitud del segmento de perpendicular bajada al plano desde el punto, considerada positiva o negativa según que el segmento se encuentre a uno u otro lado del plano) ; cada una de las tres coordenadas cartesianas de un punto con respecto a una terna de ejes convencional; el tiempo, para el cual es necesario fijar, lo mismo que para las coordenadas, un origen convencional, etc.

El doctor Rey Pastor dice (*Curso cíclico,* pág. 4) que si bien el nivèl de un punto o altura no es una magnitud, la *diferencia* de altura entre dos puntos, "que es lo que se mide", sería en cambio una magnitud. Tendríamos así que:

$$H = h_1 - h_2,$$

diferencia de alturas de dos puntos, P_1 y P_2, sería una magnitud, pero no lo serían ni h_1 ni h_2.

Preguntamos nosotros: Si h_1 y h_2 no son magnitudes, porque no tiene sentido la suma, ¿qué sentido puede tener la diferencia? ¿Puede definirse la resta entre dos entes que no son magnitudes, y para los cuales no puede definirse la suma? Hallar la diferencia:

$$h_1 - h_2$$

¿no es encontrar un H que, sumado a h_2 dé h_1?

Lo que corresponde decir es, en cambio: La altura con respecto a cierto nivel es una magnitud relativa (con signo); para estas alturas puede definirse una operación que cumple con las leyes formales de la suma (y la resta). La diferencia entre dos alturas, referidas a cierto nivel, es un invariante con respecto al nivel de origen, o sea, dicha diferencia no depende de dicho nivel. En cambio, no encontramos nada lógico que se nos hable de *diferencia* entre dos entes para los cuales se dice que es imposible definir la suma.

¿Qué significa sumar magnitudes?

La igualdad y la suma de dos segmentos puede definirse sin tener el concepto de número; lo mismo cabe decir para la igualdad y la suma de la superficie de dos polígonos, etc. La operación suma de dos segmentos se traduce geométricamente por un transporte de ambos sobre una recta, efectuado de cierta manera. En forma análoga puede operarse con otros entes.

Pero si pasamos de las magnitudes geométricas a las magnitudes físicas, ya no es tan fácil definir la igualdad ni la suma. Pensemos en el tiempo. Para definir la igualdad de dos intervalos de tiempo se requiere definir la simultaneidad, para lo cual es necesario hacer intervenir rayos de luz, espejos y un sistema particular de referencia. La suma tampoco se logra, en la generalidad de los casos, por acoplamiento. *No se debe, pues, confundir sumar con juntar.* La masa de una persona es suma de las

masas de otras dos, si aquélla equilibra a éstas, colocadas juntas en uno de los platillos de una balanza. Pero para saber si la edad de una persona es suma de las edades de otras dos, no ganaremos nada con juntar a estas últimas.

La definición de edades iguales no ofrece tanta dificultad, pues admitiendo que sabemos definir la simultaneidad, diríamos que dos personas tienen igual edad, si es que sus nacimientos fueron simultáneos.

El problema, ahora, es el siguiente: ¿Puede definirse la *edad suma* de otras dos, antes de haber dado una manera para medir el tiempo? Creemos que esta definición es imposible. Pero si ahora indicamos la manera de medir el tiempo con un reloj, y ese reloj puede ser la Tierra, la edad E de una persona la definiríamos por el tiempo transcurrido, indicado por el reloj, desde el momento de su nacimiento hasta el instante considerado. No ofrece ahora ninguna dificultad decir cuándo E es suma de E_1 y E_2.

Exactamente lo mismo ocurre con la temperatura. No se puede definir la suma de dos estados térmicos antes de haber indicado un procedimiento para medir lo que por definición llamaremos temperatura. Antes de Fahrenheit, el creador de la primera escala termométrica, la temperatura, que ni siquiera estaba definida, por esto mismo, por no estar definida, no podía ser, claro está, magnitud alguna.

En Burali-Forti, página 414, se define el producto de un determinado valor x de una magnitud con signo, por un número real q, y se demuestra que cualquier valor y de la misma magnitud, puede expresarse así:

$$y = q \times x, \qquad [31]$$

siendo x un valor fijo diferente del valor nulo. Con esto, la suma de magnitudes se reduce a suma de números reales, pues:

$$\Sigma\, y = x\, \Sigma\, q. \qquad [32]$$

Claro está que con esto no basta todavía para operar

algebraicamente con magnitudes no homogéneas. Es necesario, además, dar sentido al producto o al cociente de dos magnitudes no homogéneas, lo que se hace por medio de convenciones más o menos explícitas. Pero no es éste, ahora, nuestro problema.

Temperatura calorimétrica

Hasta ahora hemos discutido la noción de temperatura siguiendo en sus lineamientos generales la forma que es habitual en la introducción de dicho concepto. La sola enumeración de todas *las temperaturas* que se considera necesario mencionar para llegar a *la temperatura termodinámica,* es suficiente para que se comprenda que el camino que se ha seguido hasta ahora no se caracteriza, precisamente, por su elegancia ni por su rigor. En un trabajo que publicamos en colaboración con el doctor Sábato [1] hacíamos resaltar esta circunstancia y otros argumentos de mucho más peso todavía. No encontramos extraño, por ello, dado el *"camino espiralado"* que se sigue en el desarrollo expositivo de la termodinámica, que esté todavía en discusión si el concepto básico de la misma es o no una magnitud física.

En dicho trabajo hemos fundamentado la termodinámica, siguiendo un camino enteramente nuevo. Definimos allí *la cantidad de calor,* prescindiendo de toda noción de temperatura, por la masa de hielo fundido en un calorímetro de hielo, y propusimos como nueva unidad de cantidad de calor la *hielo-caloría,* igual a la cantidad de calor que hace fundir a un gramo de hielo, o 1/80 gramo de hielo si se quiere que la nueva unidad no difiera mayormetne de la "caloría de 15". Definida la cantidad de calor que "gana" o "cede" el calorímetro, es fácil establecer el principio de equivalencia no sólo teórica, sino también

---

[1] E. LOEDEL PALUMBO y E. R. SÁBATO, *Contribución a la fundamentación de la termodinámica,* en *Anales de la Sociedad Científica Argentina,* t. CXXXIII, p. 222, 1942.

experimentalmente. Téngase presente que operando con el calorímetro de hielo, no es necesario tener en cuenta para nada la capacidad calorífica del vaso.

La temperatura calorimétrica, con respecto a un cuerpo C, puede definirse del siguiente modo: Se pone el cuerpo C en contacto térmico con vapores de agua en ebullición a la presión normal, y se lleva luego al calorímetro de hielo. Sea m_{100} la masa de hielo fundido. Si ahora llevamos el mismo cuerpo a otra fuente térmica F, y de allí al calorímetro de hielo, se fundirá cierta masa m de hielo. La temperatura centígrada calorimétrica, con respecto al cuerpo C, está definida por la expresión:

$$\theta = 100 \frac{m}{m_{100}} \text{ [°Cc]}. \qquad [33]$$

Naturalmente que el cuerpo C debe mantenerse, en estas operaciones, a presión constante, y el tiempo de contacto del cuerpo C con los vapores de agua en ebullición o con la fuente debe ser suficientemente grande, hasta lograr que las masas de hielo fundido no dependan de dicho tiempo. Se tiene, pues, un modo de medir *una* temperatura con una balanza.

Si imaginamos que el cuerpo C es una esfera de hierro de unos 725 g, m_{100} resulta ser igual a 100 g, y tendríamos así que un gramo de hielo fundido equivaldría a *1* grado centígrado calorimétrico de C. Sí en lugar de fundirse hielo se solidifica una masa m de agua, habría que tomar a esa masa con signo negativo.

Aparentemente, la "temperatura calorimétrica" es sólo una temperatura más. Podría pensarse que no puede reportar ventaja alguna, ya que en esta definición se considera implícitamente la constancia del calor específico de la substancia del cuerpo C, por ejemplo hierro, así como en la temperatura volumétrica del mercurio, lo que aparece constante, por definición, es el coeficiente de dilatación.

Sin embargo, no es así. En lugar de definir la temperatura por un parámetro particular de determinada subs-

tancia, se utiliza en esta definición cantidades de calor. Y esto es de gran importancia teórica. Veamos por qué.

Con el cuerpo C, que hemos llamado cuerpo de prueba, es fácil definir, aun antes de la introducción de la escala [33], qué es lo que se entiende por fuentes homotérmicas y homogéneas, con respecto al cuerpo C. Una fuente es térmicamente homogénea respecto a C, si dicho cuerpo hace fundir siempre la misma masa m de hielo, cuando se le lleva en contacto con diferentes partes de la fuente. Si se tienen dos fuentes homogéneas respecto a C, para las cuales se obtienen con C las masas de hielo fundido m_1 y m_2, se dirá que son homotérmicas (igual temperatura) respecto a C si:

$$m_1 = m_2,$$

y heterotérmicas si:

$$m_1 \neq m_2,$$

Con esto solamente, ya es posible enunciar el segundo principio de la termodinámica: *"Es condición necesaria y suficiente, para el funcionamiento de una máquina térmica, disponer de dos fuentes que sean heterotérmicas con respecto a algún cuerpo de prueba C"*.

Y ahora, *puede demostrarse* que si dos fuentes son homotérmicas con respecto a algún cuerpo C, deberán ser homotérmicas con respecto a cualquier otro cuerpo. Se tiene entonces una definición de temperaturas iguales, independiente de cualquier substancia termométrica. En cambio, cuando se elige para definir la temperatura un parámetro particular, por ejemplo el volumen, tal demostración es imposible. Piénsese en un "termómetro de agua". Dos fuentes que están a igual temperatura volumétrica con respecto al agua, no están a igual temperatura volumétrica con respecto al mercurio. Un termómetro de mercurio indica 2°C y 6°C, y un termómetro de agua indicaría igual temperatura para ambas fuentes.

Además, si dadas dos fuentes térmicas, F_1 y F_2, y un

cuerpo de prueba, C, en sucesivos contactos con ellas produce la fusión de las masas de hielo m_1 y m_2, tal que:

$$m_1 > m_2,$$

puede demostrarse también que para otro *cuerpo cualquiera* C' se obtendrán las masas m_1' y m_2', tales que:

$$m_1' > m_2',$$

de lo cual resulta que el ordenamiento de las temperaturas calorimétricas obtenido con un cuerpo cualquiera C, es independiente de la naturaleza del cuerpo. En otros términos, como consecuencia del segundo principio, y expresándonos en la forma habitual, diríamos: no existen cuerpos con calor específico negativo. En cambio, existen substancias con coeficientes térmicos que cambian de signo para ciertos parámetros. La introducción de la temperatura calorimétrica hace posible razonar, apoyándose en el segundo principio, con cantidades de calor, cantidades de calor que deben ser definidas, para no caer en un círculo, en forma independiente de la noción de temperatura.

Claro está que la temperatura calorimétrica definida con el hierro, no coincide más que en los puntos fijos con la temperatura calorimétrica definida, por ejemplo, con el plomo.

Pero si para el hierro es:

$$\theta_1 > \theta_2,$$

tendrá que ser para el plomo y para cualquier otra substancia:

$$\theta_1' > \theta_2'.$$

Aparte de estas ventajas de orden teórico, pensamos que se puede lograr una gran precisión en la determinación de temperaturas bajas utilizando al efecto un calorímetro de hielo apropiado.

Naturalmente que, en la práctica, siempre seguirán

empleándose los termómetros de mercurio o los que utilicen las variaciones de cualquier otro parámetro. Si se utilizan las variaciones de volumen de una substancia, en lugar de las condiciones que hemos mencionado en el apartado de la página 316, bastará con decir: Una substancia termométrica debe ser tal, que el coeficiente térmico de cierto parámetro, con respecto a la temperatura calorimétrica, definida por un cuerpo cualquiera, no cambie de signo en el intervalo en que dicha substancia se ha de emplear para definir con ella la temperatura.

En cuanto a saber si la temperatura calorimétrica, con respecto a un cuerpo *C*, definida por [33], es o no una magnitud física, basta con observar dicha fórmula.

Es más, aún: puede definirse la igualdad y la suma de dos estados térmicos, con respecto a un cuerpo *C*, antes de definir la escala termométrica. En efecto: si para dos fuentes, F_1 y F_2, el cuerpo *C* hace fundir las masas de hielo m_1 y m_2 (*C* debe estar en contacto con las fuentes un tiempo igual o mayor al "tiempo de saturación"), si:

$$m_1 = m_2,$$

diremos que las temperaturas de las fuentes son iguales. Esta definición de igualdad es, como vimos, independiente del cuerpo *C*. Si para tres fuentes, F_1, F_2 y F_3, se tiene:

$$m_1 + m_2 = m_3,$$

diremos que la temperatura de la fuente F_3 es suma de las temperaturas de F_1 y F_2. Claro está que esta definición de suma depende de la naturaleza del cuerpo de prueba utilizado.

Si queremos obtener una definición de *"la"* temperatura, independiente del comportamiento particular de cuerpo alguno, debemos sustituir el cuerpo de prueba por una máquina reversible, que podemos suponer funciona entre la fuente y el calorímetro de hielo.

Si la máquina reversible produce en el calorímetro, en

cada ciclo, la fusión de una masa m_0 de hielo y un trabajo A, siendo este trabajo A, por el principio de equivalencia, equivalente a cierta cantidad de calor, o, lo que es lo mismo, equivalente a cierta masa m de hielo fundido, llamando T a la temperatura termodinámica de la fuente, y T_0 a la del hielo en fusión, se tendrá:

$$\frac{T}{T_0} = \frac{m_0 + m}{m_0} \qquad [34]$$

Arbitrariedad de la escala

No nos referiremos, en este apartado, a las tres clásicas escalas que se usan en termometría. Deseamos señalar aquí un carácter convencional, común a todas las escalas termométricas en uso. Este carácter convencional consiste en la división en partes iguales de la "columna termométrica". Se advierte bien el carácter convencional, de definición, consistente en asignar, por ejemplo, la temperatura de 0° al hielo en fusión, y la de 100° a la de los vapores de agua en ebullición, y se advierte esto bien, precisamente porque existen otras escalas en uso, en donde se conviene otra cosa. La elección de la substancia termométrica, para definir *una temperatura,* se ve también que es asunto de mera convención. En cambio, de lo que generalmente no se tiene plena conciencia es del hecho de que podría *definirse* una temperatura, efectuando las divisiones de la columna termométrica en forma casi enteramente arbitraria, imponiéndole a ese modo de dividir un mínimo de condiciones. Para hacer resaltar esto, que juzgamos de suma importancia, construiremos una escala *"algo"* más arbitraria que las escalas comunes, y definiremos con ella *una* temperatura y probaremos que, a pesar de su arbitrariedad, satisface todas las condiciones que debe reunir una magnitud física. Para construir esta escala, numeremos en orden las letras del *Quijote,* comenzando por cero, y numeremos, también en

orden, las letras *e* que se van sucediendo. A cada letra *e* corresponden dos números:

$n = 0$	10	20	30	36	47	... 900	903	905	...
e	e	e	e	e	e	... e	e	e	...
$C = 0$	1	2	3	4	5	... 98	99	100	...

Si imaginamos que escribimos a máquina el texto del *Quijote* sobre una tirilla de papel (sin signos de puntuación y sin espacios entre palabras), y reducimos el tamaño de la tirilla de modo que al aplicarla extendida sobre la columna termométrica la E cero coincide con el cero común, y la e para la cual $C = 100$ con el punto cien, los números C indicarán, por definición, la temperatura expresada en esta escala que podría llamarse, para evitar confusiones, *temperatura cervantina en e.* Quizás alguien piense que los grados de temperatura definidos por esta escala no son todos iguales entre sí. Estando el termómetro bien calibrado, la separación entre las divisiones 98 y 99, por ejemplo, es menor que la separación entre las divisiones 4 y 5. Razonar así significaría estar pensando en la escala corriente. Los grados de esta escala "cervantina" son, claro está, *por definición,* iguales entre sí.

Si a una C corresponde un número n, la temperatura θ en escala corriente centígrada se obtendría así:

$$\theta = 100 \frac{n}{905} \cdot \qquad [36]$$

Si una temperatura C está comprendida entre K y $K + 1$, siendo K entero, o sea, si:

$$C = K + h,$$

siendo: $0 < h < 1$, el número q correspondiente a C se obtiene por la expresión:

$$q = n + (n' - n)\ h \qquad [37]$$

siendo n el número correspondiente a K y n' el número

correspondiente a $K+1$. Así, por ejemplo, a la temperatura $C = 3,50$ corresponde la temperatura centígrada 3,65. Con extender la escala simétricamente con respecto al cero, se tendrían las temperaturas negativas.

Con esta definición de temperatura, los coeficientes de dilatación, los calores específicos, etc., variarían en forma brusca, con discontinuidades en sus derivadas primeras, pero no por ello dejaría de ser esa temperatura, así definida, una magnitud física. Y es una magnitud, por la sencilla razón de que, a pesar de la arbitrariedad de las convenciones hechas, se ha logrado establecer una correspondencia unívoca y continua entre los *estados térmicos* y los *números reales*.

La clave de la confusión

Dijimos, al comienzo, que en el "problema" que se plantea, acerca de si la temperatura es o no una magnitud física, se trata más bien de una cuestión de palabras que de una cuestión de fondo. Pero hay algo de lo uno y de lo otro. El doctor T. Isnardi [1], en un trabajo sobre la "temperatura empírica", se expresa en los siguientes términos:

"Cada uno de los infinitos parámetros así definidos, θ, φ, ..., se denomina una *temperatura empírica.* La posibilidad de substituir uno por otro se expresa habitualmente diciendo que las propiedades del equilibrio térmico no determinan la *escala termométrica.* Una temperatura empírica sólo debe satisfacer a una condición: tener un mismo valor en todos los sistemas en equilibrio térmico recíproco; y recíprocamente. Es decir, debe haber una correspondencia biunívoca entre los *estados térmicos* y las respectivas temperaturas empíricas; y esta sola condición, evidentemente, no determina a *la* temperatura

---

[1] T. ISNARDI, *La noción de temperatura empírica*, en *Ciencia y técnica* (Revista del Centro de Estudiantes de Ingeniería de Buenos Aires), junio de 1942, pág. 408.

empírica: siempre es posible, a partir de una de ellas, efectuar una substitución biunívoca y continua para obtener otra temperatura empírica".

Estamos en un todo de acuerdo con lo que precede, menos en el artículo LA, subrayado por nosotros. Más adelante se transcribe esta cita de Mach: "En la Naturaleza existen estados térmicos; pero la noción de temperatura existe solamente por nuestra arbitraria definición, que hubiera podido ser cualquiera otra. Hasta muy recientemente, sin embargo, los investigadores de este capítulo parecen haber buscado, consciente o inconscientemente, una medida natural de la temperatura, una verdadera temperatura, o una *especie de idea platónica de la temperatura*".

Los que pensaban que por detrás de las medidas termométricas debía buscarse a *la verdadera temperatura,* es lógico que creyeran que aquellas medidas no eran tales, o sea, que las indicaciones de un termómetro no daban una medida del estado térmico de los cuerpos. Con respecto al *tiempo,* hay quien cree lo mismo. Pero para la Física, el tiempo es lo que se determina con un "reloj". Este reloj puede ser un péndulo, la ley de gravitación de Newton, un reloj de cuarzo, o un rayo de luz. Al respecto, dice Poincaré (*La valeur de la science,* página 44):

"De tal modo que la definición implícita adoptada por los astrónomos puede resumirse así: El tiempo debe ser definido de tal modo, que las ecuaciones de la mecánica sean tan simples como sea posible. En otros términos: no hay una manera de medir el tiempo que sea más verdadera que otra; la que es generalmente adoptada, es sólo más cómoda. De dos relojes, no tenemos derecho alguno de decir que el uno marcha bien y el otro mal; podemos solamente decir que se tiene cierta ventaja al referirse a las indicaciones del primero".

Anteriormente, en la página 38 de la misma obra, se puede leer: "Cuando digo que entre las 12 y las 13 horas transcurre el mismo tiempo que entre las 14 y las 15 horas, ¿qué sentido tiene esta afirmación? La menor re-

flexión muestra que ella no tiene ningún sentido por sí misma. No tendrá más que el que yo quiera darle, por una definición que importará, desde luego, cierto grado de arbitrariedad".

Por lo tanto, lo que ocurre con la medida del estado térmico de los cuerpos ocurre con todas las medidas de las diferentes magnitudes físicas. La ciencia está hecha a base de convenciones. Estas convenciones determinan el lenguaje científico. Cuando una convención es aceptada unánimemente, nos olvidamos con facilidad del carácter convencional de la misma. En cambio, cuando existen sobre un mismo asunto convenciones diferentes, se manifiesta bien el carácter, en cierto grado arbitrario, de las mismas.

Esto es lo que ocurre con la medida de los estados térmicos. Se habla de "la" temperatura en lugar de hablar de esta o de aquella temperatura, definida por tal o cual convención. Se dice "la" temperatura empírica, en lugar de decir *las* temperaturas empíricas. Como entre las infinitas temperaturas empíricas que pueden definirse no hay motivo alguno para preferir una a la otra, *a no ser la simplicidad de las ecuaciones de la termodinámica,* se saca de ello una de estas dos consecuencias, ambas erróneas:

1º) La temperatura (algo así como la idea platónica de que habla Mach), *la verdadera medida* de los estados térmicos de los cuerpos, no se logra con las escalas y termómetros comunes.

2º) La posibilidad de cambiar la escala termométrica de infinitos modos hace aparecer a una temperatura cualquiera como una variable termodinámica, que carece, en general, de significado físico inmediato y *"excluye toda posible interpretación de la misma como medida de alguna magnitud física".* (T. Isnardi).

Dijimos que consideramos erróneas las dos conclusiones, pero, en verdad, ambas difieren más en la expresión verbal que en su contenido.

Cabe, además, la siguiente conclusión: No tiene sen-

tido hablar de la temperatura de un cuerpo si no se indica el modo como aquella temperatura ha sido definida. La noción de "temperatura en sí" tiene tanto sentido como la noción de "velocidad en sí" o de "tiempo en sí", etcétera.

En cambio, tiene sentido preguntar acerca de cuál de las infinitas temperaturas que pueden definirse hace que las ecuaciones de la termodinámica sean lo más simples posible. Esa temperatura es, posiblemente, la que recibe el nombre de temperatura absoluta, y la *que goza de todos los caracteres que debe reunir una magnitud física, caracteres que también son comunes, como lo hemos probado, a cualquier temperatura empírica.*

Reproduciremos, antes de terminar, otro párrafo de E. Mach, que también inserta el doctor Isnardi en su trabajo últimamente citado.

"La temperatura es, según lo dicho hasta aquí, y como se lo reconoce fácilmente, nada más que una *caracterización* o una *designación* de los estados térmicos mediante un *número*. Este número térmico sólo tiene las propiedades de un *número de inventario*, mediante el cual un mismo estado térmico puede ser nuevamente reconocido y, si fuera necesario, nuevamente buscado o realizado".

Así es, efectivamente. Piénsese en nuestro ejemplo de página 340, donde introducimos la *"temperatura cervantina en e"*.

Como se ve, Mach combate la posición de aquellos autores que consideraban a la temperatura como un ente metafísico. Muestra el carácter relativo de la misma haciendo notar que la temperatura no es más que un "número de inventario"; inventario que, como otro cualquiera, no puede hacerse sino a base de convenciones. Sintetizando, puede entonces decirse: Llamo temperatura a lo que indica tal termómetro. Esta *tal* temperatura es eso, y solamente eso. Que en otro catálogo (otro termómetro), al mismo estado térmico corresponda otro número, es natural, desde el momento que las convenciones son otras. Lo que se debe concluir de aquí es que el concepto de

temperatura no es ni puede ser anterior a las medidas termométricas, pero de ningún modo que la temperatura no es una magnitud física. ¿Puede acaso medirse una longitud sin formular explícita o implícitamente convenciones especiales?

¿Tiene acaso sentido decir que un segmento tiene una longitud doble de la de otro segmento, independiente del sistema de referencia y del sistema que ha servido de base para las medidas? Sin citar el ejemplo de la teoría de la relatividad, ¿no se puede acaso cambiar el sistema de axiomas de congruencia, y tener una representación de una geometría no euclidiana en una porción de plano euclidiano?

De esto concluímos que no tiene sentido hablar de una *longitud en sí;* que lo que llamamos longitud de un segmento *es también un número de inventario,* inventario que hemos establecido sóbre las bases de ciertas convenciones (geometría euclidiana, cuerpo rígido), pero carecería enteramente de sentido concluir, de aquí, que "la" longitud no es una magnitud física.

Se comprende ahora cuál ha sido el proceso psicológico que ha conducido a ciertos autores a la afirmación de que la temperatura no es una magnitud física: Cuando se puso de manifiesto que carecía de sentido buscar "la" temperatura en calidad de ente absoluto, por detrás de las medidas termométricas, dijeron: "la" temperatura no existe; las medidas termométricas no son entonces medidas de "la" temperatura, y si las *medidas termométricas* no miden "algo", ellas no son, por lo tanto, medidas de nada. Queda entonces *"excluída toda posible interpretación de las mismas como medida de alguna magnitud física".*

De aquí que en algunos tratados encontremos expresiones como ésta: "Lo que indica un termómetro no es una medida de la temperatura, porque la temperatura no se puede medir". En lugar de decir: "llamaré temperatura a lo que indica tal termómetro, del mismo modo que a tal estrella convengo en ponerle el nombre de Sirio".

Temperatura y tiempo

Para finalizar, destacaremos a continuación, que puede establecerse entre los conceptos de tiempo y temperatura un paralelismo formal, del cual surge, sin lugar a dudas, la tesis: *Cualquier argumento que se pretenda hacer valer para negar a la temperatura el carácter de magnitud, es aplicable también al tiempo.*

En términos jurídicos, diríamos: Temperatura y tiempo tienen exactamente el mismo derecho a ser considerados como magnitudes físicas.

Tenemos *un* tiempo definido por el ángulo horario del Sol; *otros*, por los ángulos horarios de la Luna o de tal o cual planeta o estrella, y *otro* definido implícitamente por las ecuaciones de la mecánica. Análogamente, se tiene *una* temperatura definida por la dilatación del mercurio; otras, por la de tales o cuales substancias, y *otra* por las ecuaciones de la termodinámica.

En el cuadro de la página siguiente se aprecia esta correlación formal.

Si definimos el tiempo por un reloj de sol, aparecerá muy sencilla la ley del movimiento diurno de ese astro, pero más complicadas otras leyes de la Física (las de la electrólisis, por ejemplo), y figuraría por todas partes la ecuación del tiempo de los astrónomos, lo que sería, sin duda alguna, muy apreciado por los adoradores del Sol, que tendrían así un motivo más para suponerlo causa, dueño y señor de todo el Universo, ya que, entre otras cosas, la posición del Sol sería la *causa* de la irregularidad en el movimiento de los péndulos [1].

---

[1] Lo escrito hasta aquí, del presente capítulo, es casi una trancripción textual de los siguientes trabajos del autor: "*La temperatura y las magnitudes físicas*", en *Anales de la Sociedad Científica Argentina, tomo* CXXXV, 1943, y "*La temperatura, el Tiempo y las magnitudes físicas*", en *Revista de la Unión Matemática Argentina,* vol. X, 1945.

Tiempo, definido por	*Temperatura, definida por*
Relojes de Sol Luna	Termómetros de Mercurio Alcohol
estelares { Sirio, Antares, Punto vernal	gases reales { hidrógeno, oxígeno, helio
o por las ecuaciones de la mecánica.	o por las ecuaciones de la termodinámica.
Las indicaciones de un reloj de sol difieren bastante de las de otro de luna, siendo en cambio casi coincidentes las de los distintos relojes estelares.	Las indicaciones de un termómetro de mercurio difieren bastante con las de otro de alcohol, siendo en cambio casi coincidentes las de los termómetros de gases.
El tiempo definido por un reloj estelar cualquiera difiere muy poco del tiempo definido por las ecuaciones de la mecánica que corresponde a las indicaciones de un reloj ideal.	La temperatura definida por un termómetro de gas cualquiera difiere muy poco de la temperatura definida por las ecuaciones de la termodinámica, que corresponde a las indicaciones de un termómetro de gas ideal.
Los tiempos t_1; t_2; t_3; ... definidos por los relojes R_1; R_2; R_3; ... están vinculados al tiempo t, definido por las ecuaciones de la mecánica, por funciones más o menos complicadas:	Las temperaturas t_1; t_2; t_3; ... definidas por los termómetros T_1; T_2; T_3; ... están vinculadas a la temperatura t, definida por las ecuaciones de la termodinámica, por funciones más o menos complicadas:
$t = f_i (t_i)$	$t = F_i (t_i)$
(Ecuación del tiempo en el caso del Sol).	(Fórmula de lord Kelvin).

Conclusión

En lo que a la enseñanza se refiere, los alumnos no encuentran, en general, dificultad alguna en asimilar correctamente el concepto de temperatura. Naturalmente que si se comienza por decirles que la "temperatura no se puede medir", que "no es una magnitud", etc., tienen que formarse, a partir de ese momento, una extraña opinión, no sólo acerca de aquel concepto, sino de toda la Física, y hasta de las Matemáticas. Felizmente, el que esto escribe jamás enseñó que la temperatura no se puede medir por no ser ella una magnitud, por lo cual ignora cómo reaccionan ante esa explicación aquellos alumnos que cultivan su propia personalidad, y que son capaces de pensar por sí mismos. ¿No habrá preguntado nunca algún alumno, a su profesor, cómo es que opera algebraicamente con la letra t, símbolo de la temperatura, siendo que ésta no es una magnitud, porque para ella "no puede definirse la suma"? ¿No se habrá quedado perplejo el mismo alumno, cuando el mismo profesor que le enseñó que la temperatura no se puede medir, le hace *medir* con un termómetro y un calorímetro una cantidad de calor, y le dice que ésta sí, es una magnitud? Y cuando el profesor lo aplaza si no sabe escribir la fórmula

$$Q = m\,c\,(t - t'),$$

referente a la cantidad de calor que gana o pierde un cuerpo, y en la que aparece la diferencia entre dos temperaturas, ¿no se habrá sublevado interiormente pensando que no puede tener sentido la resta, si es que no lo tiene la suma?

Es indudable que muchas de estas cuestiones deben haberse formulado en más de una clase y ante más de un profesor.

En cambio, nada más sencillo que, siguiendo el camino indicado en su *Termodinámica* por el genial físico y matemático Henri Poincaré, se comience por enseñar cómo es-

tá hecho un termómetro, cómo se gradúa, y decir que se llama temperatura de un cuerpo a lo que indica aquel instrumento cuando se lo pone en "contacto térmico" con el mismo. A su debido tiempo se introducirá, luego, la temperatura absoluta y la significación de la misma, dentro del marco de la teoría cinética.

X

LA FÍSICA DE NUESTROS DÍAS EN LA ENSEÑANZA

La evolución de la Física y su repercusión en la enseñanza. — La constante de Planck. — Teoría de Bohr. — Algunas preguntas interesantes. — Relatividad. — Física nuclear.

La evolución de la Física y su repercusión en la enseñanza

Si examinamos los programas o los textos corrientes en uso en la actualidad, y comparamos su contenido con lo que es la Física de nuestros días, encontramos a aquéllos en evidente retraso. Se requiere cierto tiempo para que los descubrimientos y su interpretación sean asimilados y elaborados en forma adecuada por los encargados de difundirlos.

Es, pues, natural y explicable ese retraso en la mayoría de los casos, aunque resulta sin embargo completamente inexplicable en algunos. Hace, por ejemplo, casi medio siglo que Planck introdujo en la Física su teoría de los cuantos y la constante *h*, que hoy lleva su nombre, y no obstante permanece ella ignorada hasta hoy por la mayoría de los programas y los textos dedicados a la enseñanza media.

Otro tanto ocurre con la teoría de la relatividad, establecida por Einstein en 1905, y que, a pesar de la ava-

lancha bibliográfica que originó en su hora, sigue hasta hoy sin encontrar su lugar en los planes de enseñanza.

Igualmente, es muy poco lo que se enseña hoy día acerca de la estructura del átomo y de los fenómenos que tienen su asiento en el núcleo del mismo. Entre la masa de los profesores existe la idea de que se trata de asuntos que se encuentran fuera del alcance de los alumnos. El origen de esta creencia proviene del hecho psicológico de *confundir lo nuevo con lo difícil.* Examinando textos viejos dedicados a la enseñanza, inferimos, a través de ellos, que lo mismo que ocurre hoy ha ocurrido antes.

Así, por ejemplo, en la edición de 1860 del clásico tratado de Física de Ganot no se mencionan para nada, en la parte de mecánica, las palabras *energía* y *trabajo,* y sólo en una nota, en letra pequeña, se alude, en la parte de calor, a una *nueva teoría,* en la que "trabajan desde hace algunos años geómetras y físicos, y que designan con el nombre de *teoría dinámica del calor*". Aunque se citan en esa nota los nombres de Joule y Mayer, no se describe ninguno de los célebres experimentos realizados por el primero, casi veinte años antes (en 1842), para determinar el equivalente mecánico del calor. Es casi seguro que la enorme mayoría de los profesores de Física de enseñanza media de fines del siglo pasado considerarían también que estaban "más allá del alcance de sus alumnos" el concepto de energía y el principio de conservación de la misma.

Si hoy se pusiera a votación, entre el profesorado dedicado a la enseñanza media, si se debe o no incorporar a los planes de estudio la teoría de la relatividad y la de los cuantos, los que creemos que así debe hacerse experimentaríamos una aplastante derrota, como la que hubieran experimentado hace cincuenta años los que propugnaban entonces que se enseñara de una vez lo relativo a la energía y al equivalente mecánico del calor.

La constante de Planck

Si alguien piensa que no debe hablarse aún en la enseñanza de la teoría de los cuantos de Planck, por ser ella sólo una especulación teórica, sin aplicación alguna, recordaré que la constante que lleva el nombre del ilustre físico debe ser conocida por el médico radiólogo para utilizar adecuadamente su tubo de rayos X, pues mediante ella se vincula la diferencia de potencial empleado en la ampolla con el poder de penetración de los rayos. La clave del efecto fotoeléctrico, base de la construcción de las células fotoeléctricas, que entre otras mil aplicaciones hace que se pongan en marcha en forma casi mágica las escaleras del subterráneo, y que permiten convertir en sonido las manchas impresas en los bordes de las películas sonoras, es también la constante de Planck. Sin ella no se puede interpretar siquiera la radiación térmica de una plancha caliente, y mucho menos la irradiación del Sol y de las estrellas. Con su auxilio se miden, en cambio, las temperaturas estelares, con la misma seguridad de una determinación directa practicada con un horno cualquiera, que se tenga al alcance de la mano. En fin, todos los fenómenos en que se establece un intercambio de energía entre radiación y materia aparecen regulados por esa constante universal, tan importante como la constante de gravitación o el equivalente mecánico del calor. ¿Se concibe que en la actualidad no se diga una palabra siquiera a los alumnos de enseñanza media de la teoría de los cuantos, y que continúen ignorando el nombre de Planck?

Las ideas fundamentales de esta teoría no ofrecen dificultad alguna. Todo consiste en que los átomos o las moléculas de los cuerpos absorben o emiten energía en forma discontinua, por sorbos, por átomos de energía.

Si la energía irradiada o absorbida por un átomo tiene la frecuencia ν, el *cuanto* mínimo de la energía de esa clase, de esa frecuencia, que el átomo es capaz de emitir o absorber, tiene el valor ε tal, que:

$$\varepsilon = h\,\nu.$$

Para que los alumnos asimilen el contenido de esta fórmula sencillísima, es necesario hacer que se ejerciten en algunos problemas numéricos del tipo siguiente: Calcular el valor del cuanto de energía correspondiente a luz de tal longitud de onda. Desde luego, habrá que habituarlos a operar utilizando las potencias de 10. Si se trata de una longitud de onda $\lambda = 6000$ Angström (luz amarilla), comenzarán por calcular la frecuencia ν aplicando la fórmula:

$$\nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \times 10^{10}\ \dfrac{\text{cm}}{\text{seg}}}{6000 \times 10^{-8}\ \text{cm}} = 5 \times 10^{14} \left[\frac{1}{\text{seg}}\right],$$

donde c es la velocidad de la luz, y un Angtröm, igual a 10^{-8} cm. Tomando para la constante de Planck el valor

$$h = 6{,}6 \times 10^{-27}\ \text{erg} \times \text{seg},$$

resulta:

$$e = 6{,}6 \times 10^{-27}\ [\text{erg} \times \text{seg}] \times 5 \times 10^{14} \left[\frac{1}{\text{seg}}\right] =$$

$$= 33 \times 10^{-13}\ \text{erg}.$$

El "átomo de energía" o *cuanto* de luz de *esa longitud de onda*, o la energía del *fotón* correspondiente, tiene entonces ese valor, y el átomo de materia capaz de emitir o absorber luz de esa frecuencia lo hará solamente por *números enteros* de esos fotones.

Con varios ejercicios de esta clase, los alumnos encuentran que la energía de cada fotón es tanto mayor cuanto menor es la longitud de onda, y entenderán de inmediato la ley fundamental de Einstein, del efecto fotoeléctrico.

Teoría de Bohr

Naturalmente que el alumno quiere saber por qué los átomos absorben o emiten energía de determinada longitud de onda en forma de cuantos, y nada más fácil que satisfacer esa curiosidad excursionando con ellos por el apasionante capítulo de la estructura atómica.

No es necesario, para dar las ideas esenciales de la teoría del genial físico danés, tratar de la "cuantificación del rotador", y hacer el cálculo de la energía de las órbitas, supuestas circulares para el caso del átomo de hidrógeno. Basta con comparar los diferentes niveles de energía del átomo con una escalera de escalones desiguales, e imaginar que el único electrón que rodea al núcleo puede saltar de modos diversos de un escalón a otro.

Para dar cuenta del comportamiento del átomo de hidrógeno en forma completa, y en líneas generales de cualquier otro, es necesario suponer que la energía correspondiente a cada piso o escalón está dada por la fórmula:

$$E_n = E_o \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) \qquad [1]$$

Para el átomo de hidrógeno:

$$E_o = 218 \times 10^{-13} \text{ erg}, \qquad [2]$$

y convendrá que los alumnos, antes de seguir adelante, calculen la energía correspondiente para diversos valores del *número entero n*, y que hagan una gráfica que represente dichos niveles o escalones a escala. Obtendrán, así, una tabla como la que sigue:

n	E
1	0
2	$163{,}5 \times 10^{-13}$ erg
3	$193{,}7 \times$ ”
4	$204{,}4 \times$ ”
5	$209{,}3 \times$ ”
6	$211{,}9 \times$ ”
⋮	⋮
∞	$218 \times$ ”

Se les dirá, ahora, que ya están ellos mismos en condiciones de calcular, utilizando la tabla precedente, o lo que es lo mismo la fórmula [1], la longitud de onda de cualquiera de las líneas espectrales emitidas por los átomos de hidrógeno. Supongamos que se les proponga hallar la longitud de onda correspondiente a la luz que emite el átomo, cuando su único electrón planetario salta del piso 3 al 2. De acuerdo con la tabla que ya han calculado, el átomo irradiará en ese salto la energía:

$$E_3 - E_2 = (193{,}7 - 163{,}5)\ 10^{-13} \text{ erg} = 30{,}2 \times 10^{-13} \text{ erg.}$$

Esta energía, que se irradia en forma de luz, constitutuye un "cuanto de energía" o, lo que es lo mismo, un cuanto de luz, o fotón. Como la energía de éste se obtiene multiplicando la constante de Planck h por la frecuencia ν, deberá ser:

$$h\,\nu = E_3 - E_2$$

o sea:

$$\nu = \frac{E_3 - E_2}{h}, \qquad [3]$$

con lo cual están ya aplicando la llamada "condición de frecuencia" de Bohr. Numéricamente obtendrán:

$$\nu = \frac{30{,}2 \times 10^{-13} \text{ erg}}{6{,}6 \times 10^{-27} \text{ erg} \times \text{seg}} = 4{,}58 \times 10^{14} \left[\frac{1}{\text{seg}}\right].$$

Como entre la frecuencia, la velocidad c de la luz y la longitud de onda λ existe la relación:

$$\nu = \frac{c}{\lambda}; \qquad \lambda = \frac{c}{\nu},$$

se obtiene:

$$\lambda = \frac{3 \times 10^{10} \dfrac{\text{cm}}{\text{seg}}}{4{,}58 \times 10^{14} \dfrac{1}{\text{seg}}} = 0{,}655 \times 10^{-4} \text{ cm}$$

o lo que es lo mismo:

$$\lambda = 6550 \times 10^{-8} \text{ cm} = 6550 \text{ A.}$$

Conviene que los alumnos se acostumbren a hacer intervenir en estas cuestiones lo que se llama *número de ondas por centímetro* N, igual al número de ondas que caben en la longitud de un centímetro, y que no es más que el valor recíproco de la longitud de onda. En este caso se obtiene:

$$N = \frac{1}{\lambda} = 16900 \left[\frac{1}{\text{cm}}\right],$$

lo que quiere decir que la longitud de onda de esta luz, que corresponde a la línea $H\alpha$ del hidrógeno, es tal que caben en un centímetro 16900 longitudes de onda.

Quizá se piense que es inútil hacer un cálculo de esta clase cuando es tan fácil obtener de la fórmula [1] la ley general que da la longitud de onda de todas y cada una de las líneas del espectro del hidrógeno; pero la única manera de que los alumnos se familiaricen con esta clase de cálculos, en que interviene la constante de Planck, la velocidad de la luz, la frecuencia, etc., es hacer que ellos mismos los realicen.

Si escribimos ahora el valor de la energía correspondiente a dos niveles cualesquiera, n y k, de acuerdo a [1]:

$$E_n = E_o \left(1 - \frac{1}{n^2}\right); \quad E_k = E_o \left(1 - \frac{1}{k^2}\right)$$

e imaginamos que el átomo pase, por un salto de su electrón luminoso (pues también así se le llama), del nivel n al k, la diferencia de energía está dada por:

$$E_n - E_k = E_o \left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2}\right),$$

y la frecuencia de la luz emitida será, de acuerdo a [3]:

$$\nu = \frac{E_n - E_k}{h} = \frac{E_o}{h} \left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2}\right).$$

El número de ondas N que caben en un centímetro es:

$$N = \frac{1}{\lambda} = \frac{\nu}{c}$$

por lo que:

$$N = \frac{E_o}{h\,c} \left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2}\right). \qquad [4]$$

De acuerdo con los valores de E, h y c que se han dado, resulta para el factor que aparece en el segundo miembro el valor:

$$R = \frac{E_o}{h\,c} = 110\,000 \left[\frac{1}{\text{cm}}\right].$$

Como en las medidas de la longitud de onda se alcanza una precisión muy grande, el valor que hay que tomar para la constante R, llamada constante de *Rydberg*, es:

$$R = 109678 \left[\frac{1}{\text{cm}}\right].$$

Se trata, ahora, de hacer que los alumnos interpreten la fórmula [4], siendo para ello lo más adecuado hacer que calculen los números de ondas por centímetro corres-

pondientes a diferentes valores de k y de n. Para proceder sistemáticamente, se les hará llenar un cuadro como el que sigue:

$k \backslash n$	2	3	4	5
1	82259	97492	102823	105291
2		15233	20564	23032
3			5331	7799
4				2468

$k \backslash n$	6	7	....	∞
1	106631	107440	....	109678
2	24372	25181	....	27419
3	9139	9948	....	12186
4	3808	4617	....	6855

Los números de la primera fila se han obtenido haciendo en la fórmula [4] $k = 1$, y dándole a n los valores 2, 3, 4, ... Estos números corresponden a los números de onda de las líneas de la serie de Lyman, que yace en la región ultravioleta del espectro. Los de la segunda fila corresponden a la serie de Balmer, que se encuentra en la región visible del espectro, y cuyas cuatro primeras líneas se denominan $H\alpha$, $H\beta$, $H\gamma$ y $H\delta$, y cuyos colores son, respectivamente, rojo, verde, azul y violeta. La tercera y cuarta fila dan, por último, los números de onda de las llamadas series de Paschen y Brackett, situadas en el infrarrojo.

Desde luego, los alumnos advertirán que una vez calculados los números de ondas de las líneas de la primera serie, los de la segunda se obtienen con sólo restar del primero los sucesivos valores obtenidos. Así, en la intersección de la tercera columna con la segunda fila se obtiene el número 15233, igual a 97492 - 82259. Análoga-

mente pueden obtenerse los valores correspondientes a las filas restantes.

Puedo asegurar que ni aun los alumnos más indiferentes dejan de sentirse impresionados al captar, que con la simple fórmula

$$N = R\left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2}\right),$$

puede calcularse con asombrosa precisión la longitud de onda de todas las líneas espectrales del hidrógeno. Al observar, entonces, el espectro de este elemento con un espectroscopio, o simplemente aplicando junto al ojo un prisma o una red de difracción, y mirando a través de uno u otra, un tubo de Geissler con hidrógeno enrarecido, excitado por una descarga eléctrica, no pueden dejar de formular mil y una preguntas.

Se les ha dicho que la raya de luz roja que están observando proviene de saltos del electrón, que van desde el tercero al segundo piso del átomo, en tanto que la siguiente se origina por saltos que se cumplen entre el cuarto piso y el segundo. Como ambas rayas son observadas simultánueamente, es natural que pregunten por qué en unos átomos el electrón saltarín alcanzó el tercer piso, en otros el cuarto, en otros el quinto, etc. Debe, pues, explicárseles el proceso de excitación. Cuando por el tubo no pasa corriente alguna, es necesario admitir que los átomos se encuentran todos con su electrón luminoso situado en el piso bajo del mismo, en el llamado *nivel fundamental*. El paso de la corriente eléctrica consiste en electrones que se mueven de uno a otro electrodo, y que encuentran en su trayecto a los átomos, contra los cuales chocan. En estos choques, los átomos absorben energía: unos más, otros menos, y esta absorción se traduce por un salto del electrón que va desde la planta baja a un piso superior. Algunas veces el choque es tan intenso, que el salto efectuado por el electrón resulta demasiado grande, y se separa por completo del núcleo atómico: en esto consiste el proceso de *ionización*. Pero entre los miles de

millones de átomos contenidos en el tubo, en todo momento habrá muchos millones que tienen su electrón luminoso en el segundo piso, y otros muchos también que han alcanzado el tercero, el cuarto, el quinto, el sexto, etc. ¿Por qué no se quedan tranquilos en las alturas? Acaso sientan un vértigo especial, y se lanzan escaleras abajo. Los más impacientes optan por tirarse directamente, cualquiera sea la altura a que se encuentran, hasta la planta baja, y en estos prodigiosos saltos emiten luz ultravioleta, que el espectrógrafo resuelve en las líneas de la serie de Lyman.

Algo más prudentes son los electrones que, al caer, eligen como punto final de su acrobático salto el segundo piso, originando así las líneas visibles de la serie de Balmer. Pero en el segundo piso no pueden permanecer mucho tiempo, y se lanzarán desde allí al piso fundamental, emitiendo luz correspondiente a la primera línea de la serie de Lyman. Claro está que si en el brevísimo tiempo en que el electrón permanece en el segundo piso, el átomo absorbe algo de energía, proveniente del choque de un electrón ,o de algún otro átomo, en lugar de realizar su salto final hasta el piso bajo podrá elevarse hasta un piso superior.

Los electrones más temerosos descenderán, después de haber ascendido, escalón por escalón, y emitirán así, al ir cayendo, luz correspondiente a la primera línea de cada una de las series.

El proceso de emisión y de absorción de luz se cumple exactamente, en todos los átomos, de la misma manera como se realiza en el átomo de hidrógeno. La única diferencia consiste en la diversa disposición de los diferentes niveles de energía entre los átomos de unos y otros elementos. Tratándose de las moléculas, los niveles le energía se encuentran en ellas sumamente juntos, originando esto los llamados *espectros de bandas.* Observando con un espectroscopio el espectro del hidrógeno, se percibe claramente que las líneas de la serie de Balmer, por ejemplo, se encuentran sobre un fondo luminoso, for-

mado por infinidad de líneas de débil intensidad, situadas muy juntas unas a las otras. Por esta razón, aunque no lo queramos, tenemos que decir a nuestros alumnos algunas palabras referentes a los espectros de bandas, pues es imposible que dejen de preguntar qué son esas líneas que tienen ante sus ojos. En el tubo de Geissler se tienen moléculas formadas por dos átomos de hidrógeno. Al efectuar la descarga eléctrica se produce, por el choque de los electrones contra las mismas, la disociación de las moléculas en átomos. Pero no todas las moléculas se disocian; cierto porcentaje de ellas quedan sin disociarse, y la luz emitida por el tubo es una mezcla de luz irradiada por los átomos y por las moléculas. Como los dos átomos de éstas vibran alrededor de una posición media, y también rotan alrededor del centro de masa molecular, las variaciones de estas energías de vibración y rotación dan cuenta, conjuntamente con los saltos de uno de los electrones, de los diferentes niveles de energía que originan los espectros de bandas, que, aunque mucho más complicados que los de líneas, también responden en su configuración al cálculo que de ellos puede hacerse aplicando la teoría de los cuantos.

Algunas preguntas interesantes

Cuando el profesor se lo propone, los alumnos preguntan aquello que él quiere que pregunten. Naturalmente que algunas veces el procedimiento falla, y el alumno pregunta lo que menos deseamos. Cuando hablamos de los espectros de líneas provenientes de los átomos, no deseamos hacer ninguna incursión por los espectros de bandas originados por las moléculas, pero nuestros alumnos, que acaban de observar esos espectros, nos exigen les demos algunas noticias de ellos. Ésa fué, la razón de las pocas líneas dedicadas a ese asunto en el párrafo precedente. Aquí deseamos ocuparnos de otras cuestiones.

Consideremos dos átomos de hidrógeno, ambos excitados y con su electrón luminoso en el tercer piso.

En uno de ellos, el electrón salta de ese tercer piso al primero, originando luz correspondiente a la segunda línea de la serie de Lyman, en tanto que en el otro átomo, idéntico al primero, el electrón salta del tercer piso al segundo, y luego de éste al primero, dando origen, en estos dos saltos, a dos fotones, cuyas longitudes de onda corresponden, respectivamente, a la primera línea de la serie de Balmer, y también a la primera línea de la serie de Lyman. Si ninguno de nuestros alumnos nos pregunta por qué siendo los dos átomos idénticos se efectúa en uno de ellos el salto de una manera y en el otro de otra, somos nosotros los que, en desquite, les formularemos esa pregunta. Y viviendo por unos momentos el inquietante problema que tanto ha preocupado a los físicos, cada uno de ellos formulará la hipótesis que le parezca más plausible, hasta que, finalmente, tendremos que decirles que cada átomo se comporta como una diminuta ruleta, y que a cada salto corresponde cierta *probabilidad.*

Estás probabilidades, distintas para cada pasaje, se conocen por las intensidades de las líneas espectrales: las más intensas corresponden a saltos más probables.

Pero más extraordinario que esto es todavía lo siguiente: Si el electrón salta de la órbita 3 a la 1, ya al iniciarse el salto el átomo debe comenzar a emitir ondas, y el *tren de ondas* correspondiente al fotón emitido debe tener una longitud igual al camino que recorre la luz en el tiempo que tarda el electrón en saltar de uno a otro nivel. Para fijar ideas: si suponemos que el electrón tarda en efectuar su salto un centimillonésimo de segundo, en ese tiempo la luz recorre tres metros, y tres metros deberá ser, en consecuencia, la distancia entre la "cabeza" y la "cola" del tren de ondas emitido. Pero en todo este tren de ondas, la longitud de onda tiene un valor constante, valor que está determinado no sólo por la posición inicial del electrón, sino también por su posición final. Cuando el electrón salta del nivel 3 al 1, la longitud de

onda es, de acuerdo al cuadro de la página 359, igual a:

$$\lambda_{3,1} = \frac{1}{97492} \text{ cm} = 1026 \text{ A},$$

en tanto que cuando salta del mismo nivel 3 al 2, la longitud de onda es:

$$\lambda_{3,2} = \frac{1}{15233} \text{ cm} = 6565 \text{ A}.$$

Ocurre como si el electrón, al *iniciar* su salto desde el tercer piso, ya *"supiera"* hasta dónde habrá de llegar. La condición de frecuencia de Bohr, dada por la, en apariencia, inofensiva e inocente fórmula:

$$\nu = \frac{E_n - E_k}{h},$$

hace depender la frecuencia, y por lo tanto la longitud de onda de la luz emitida, de la posición inicial y final del electrón. En la Física clásica existen muchas fórmulas de este tipo, pero que no encierran las dificultades de la que precede. Así, por ejemplo, si un cuerpo parte del reposo y pasa sobre la superficie de la Tierra, desde un nivel h a otro inferior h', por convertirse en el pasaje la energía potencial en cinética, la velocidad adquirida por el cuerpo será tal que

$$\tfrac{1}{2} v^2 = g\ (h - h').$$

También aquí la velocidad adquirida depende de la posición inicial y final, pero dicha velocidad ha ido aumentando en forma continua, y en cada lugar el valor de la misma era el correspondiente a la altura del punto por donde el cuerpo pasaba.

En cambio, en la fórmula que da la frecuencia, ya desde el principio dicha frecuencia está determinada por la posición a que llegará el electrón en su posición final. El presente aparece así determinado no sólo por el pa-

sado, sino también por el futuro. El presente está constituído, aquí, por las primeras ondas del tren de ondas emitido por el átomo; el pasado, por el nivel inicial de energía desde donde partió el electrón, y el futuro, por el nivel adonde llegará.

¿Que los alumnos no podrán comprender esto? Si no lo comprenden, darán con ello una prueba de su inteligencia. Los físicos tampoco lo comprenden, y la genialidad de Bohr consistió, justamente, en esa audacia sin límites de fundamentar toda su teoría en una fórmula que parece ser absolutamente incomprensible. ¿Por qué esa fórmula es incomprensible? ¿Se trata acaso de una limitación de nuestra razón? De lo que aquí se trata es, sencillamente, que en el dominio del átomo no es ya válido el principio de causalidad de la física clásica. A pesar de la aparente sencillez del enunciado *"a iguales causas iguales efectos"*, y a pesar, también, de que parece ser indispensable la adopción de ese principio para hacer factible una descripción científica de los hechos de la Naturaleza, los físicos han tenido que arrojarlo por la borda para poder interpretar lo que ocurre en el dominio del átomo. En el capítulo siguiente trataremos esta cuestión con mayor detenimiento.

Debemos hacer notar aquí, que no es fundamental que una teoría aparezca como incomprensible. La teoría de la gravitación, de Newton, y la fórmula según la cual un cuerpo actúa misteriosamente a la distancia sobre otro, es también incomprensible, por lo cual los cartesianos jamás se resignaron a aceptarla. Es muy posible que comprender no consista más que en habituarse.

El esbozo que hemos hecho, en las líneas que preceden de la teoría de Bohr, es ya suficiente para poder interpretar todo lo referente a los espectros ópticos y a los de los rayos Röentgen. Desde luego que podrá prescindirse, si se quiere, de todo desarrollo matemático, pero creemos firmemente que no debe omitirse el dar las ideas fundamentales de la teoría.

Relatividad

Ciertamente, es intrínsecamente más difícil dar las ideas fundamentales de la teoría de la relatividad que de la teoría de los cuantos.

Tenemos tan arraigado en nuestro espíritu el concepto de un espacio y un tiempo absolutos, que sin ellos parece que desapareciera todo sostén posible para nuestro pensamiento. Ante todo, comencemos por aclarar qué es lo que entendemos por espacio y tiempo absolutos. Si decimos que un cuerpo se mueve con una velocidad constante de 100 Km/hora, y no indicamos ningún cuerpo material que sirva de referencia a ese movimiento, y le atribuímos, a pesar de ello, un sentido a aquella proposición, es que estamos pensando en el espacio absoluto. Diríamos, entonces, que el cuerpo se mueve *en el espacio* con tal o cual velocidad. Cuando viajamos en un automóvil descubierto, advertimos bien el efecto de nuestro movimiento con respecto al aire, y tiene perfecto sentido decir que un cuerpo se mueve *en esa masa de aire*, como también lo tiene el hablar del movimiento de un pez *en el océano*. Debido a que los movimientos que observamos se efectúan siempre en un medio material, y dada la imposibilidad psíquica de concebir un espacio vacío, atribuímos sentido a la frase: "Tal cuerpo se mueve en el espacio". Somos profundamente imaginativos: para unos, "el espacio" es gris, para otros, rosado, y el que más o el que menos se lo representa como una masa de algo. La física clásica llenó el espacio geométrico, primero con su éter mecánico, y luego con el éter electromagnético. Cualesquiera fueran las propiedades de esos medios, tenía pleno sentido hablar de la velocidad de un cuerpo *en el espacio*, pues el espacio estaba lleno de éter. Los físicos se propusieron, entonces, medir la velocidad de la Tierra *en el espacio*, es decir, con respecto al éter, que debía llenarlo por completo, pero fracasaron totalmente en su intento. Quiso explicarse el fracaso mediante extrañas

hipótesis, hasta que al fin Einstein, en 1905, dijo a los físicos: "Señores, sus experimentos han fracasado por la sencilla razón de que el espacio está vacío. No puede entonces determinarse la velocidad de un cuerpo *en el espacio*, por lo cual no tiene sentido hablar de un movimiento sin referirlo a algo material". Así, pues, el éter, para la teoría de la relatividad, no existe.

La teoría de la relatividad aparecida en 1905, es la llamada teoría *restringida* de la relatividad. Se refiere solamente a movimientos relativos, rectilíneos y uniformes. Diez años más tarde, el mismo Einstein pudo generalizar su teoría para cualesquiera movimientos. Se trata de la teoría generalizada de la relatividad, que se la conoce también con el nombre de *teoría de la gravitación*, ya que con ella se explican, sin suponer fuerza alguna de tipo newtoniano, los fenómenos que en la mecánica clásica eran atribuídos a la acción gravitatoria. Refirámonos ahora a la teoría restringida, y supongamos en un lugar cualquiera dos vagones de tren que se muevan, el uno con respecto al otro, con movimiento rectilíneo y uniforme, y con determinada velocidad. Llamemos *A* a uno de los vagones, y *B* al otro. Para fijar ideas, supondremos que *B* tiene, con respecto a *A*, una velocidad de 100 km/hora. Si se piensa en un espacio absoluto, cabría preguntar: ¿es realmente *B* el que se mueve y *A* está en reposo, o viceversa? Se debe empezar por comprender que esta pregunta no tiene sentido. *B* se mueve con respecto a *A*, y *A* se mueve (en sentido opuesto y con igual velocidad) con respecto a *B*. Si imaginamos que cada uno de los vagones está lleno de pasajeros, los de *A* describirán el movimiento de *B* refiriéndolo a un sistema de coordenadas fijo en *A*, y los de *B* adoptarán igualmente, para referir el movimiento de *A*, otro sistema de coordenadas fijo a su vagón. Claro está que los dos sistemas son, entre sí, completamente equivalentes. No lo serían, en cambio, en un espacio absoluto, porque en él *A* y *B* se moverían con diferente velocidad, pudiendo ocurrir que uno de ellos estuviera "*realmente*" en reposo y el otro no.

Se tiene así el siguiente enunciado para el llamado principio de relatividad:

Todos los sistemas que se trasladen, unos respecto a los otros, con movimiento rectilíneo y uniforme, son equivalentes entre sí. ¿Qué quiere decir que son equivalentes? Quiere decir que si en el sistema vinculado a *A* se verifica determinada ley física, la misma ley se verificará, igualmente, para el sistema vinculado a *B*.

Si los pasajeros de *A* comprueban que en su vagón, por el pasaje de una corriente eléctrica, la aguja magnética se desvía de tal o cual modo, los pasajeros de *B*, si efectúan el mismo experimento, comprobarán exactamente lo mismo. En un espacio absoluto no ocurriría esto: la velocidad del sistema con respecto al éter, influiría en el fenómeno.

En realidad, la equivalencia se refiere a sistemas *inerciales*, en los cuales vale el principio de inercia. Si un sistema es inercial, cualquier otro que se traslade con respecto a él con movimiento rectilíneo y uniforme será también inercial.

El segundo postulado que sirve de base a la teoría de la relatividad, es el siguiente:

La luz se propaga con velocidad constante en cualquier dirección, y su valor no depende ni del movimiento de la fuente ni del del sistema de referencia.

De acuerdo con este postulado, los pasajeros de *A* comprobarían, al encender dentro de su vagón una bujía, que al cabo de cierto tiempo la superficie de onda de la luz emitida es una superficie esférica, con centro en la bujía. Los de *B*, desde luego, comprobarían igual cosa. La segunda parte del postulado de la constancia de la velocidad de la luz da, como hemos dicho ya en otra parte, una definición del tiempo. El reloj patrón está constituído aquí por un rayo de luz.

Verdaderamente, no pueden ser más simples los dos principios que sirven de base a la teoría de la relatividad. Las consecuencias que se extraen de ellos son, no obstante inusitadas.

¿Será posible dar algo más de lo que precede, de la teoría de la relatividad, en la enseñanza media? Creo que sí. El camino a seguirse podría ser, quizás, el bosquejado al final de esta obra.

En lo que a la teoría generalizada se refiere, es necesario mencionar, al tratar de ella, para que se comprendan las ideas fundamentales de la misma, las geometrías no euclidianas, que algún día tendrán que ser incorporadas también a los cursos de Matemáticas elementales.

Física nuclear

Es de imperiosa necesidad, en la época actual, por razones obvias, mencionar los hechos más salientes de la física del núcleo, que, por otra parte, no ofrece dificultad alguna. Tal vez el párrafo que precede asombre a más de un lector que, enterado por las revistas científicas, o por las obras especializadas, de los trabajos efectuados al respecto en estos últimos tiempos, piense que no es posible poner al alcance de los alumnos de enseñanza media esos hechos que aparentan ser tan complicados. Lo que ocurre es que en las revistas y obras especializadas se analizan circunstanciadamente los hechos observados, dando a conocer todas las razones que se tienen para interpretarlos de tal o cual manera. En resumen, se sigue en ellas el laborioso camino inductivo, que trata de formar manojos con los hechos dispersos, y es necesario mencionar las razones que se han tenido para dar una u otra interpretación. Pero es mucho más fácil recorrer ese mismo camino escaleras abajo, partiendo de los manojos, hasta llegar a los hechos. Así, por ejemplo, es difícil y laborioso llegar al modelo atómico de Rutherford partiendo de sus experimentos de dispersión de las partículas α, pero es muy fácil, en cambio, interpretar aquellos experimentos, así como los rastros fotografiados en la cámara de Wilson, partiendo del modelo ya hecho. El método inductivo es apropiado para ser seguido en la la-

bor de los seminarios, pero, salvo excepciones, ofrece dificultades muy grandes en la enseñanza. Piénsese, por ejemplo, que el descubridor del efecto magnético de la corriente eléctrica, Oersted, no consiguió resumir sus observaciones en una regla, que fué formulada algo más tarde por Ampère. ¿A quién se le podría ocurrir seguir el método inductivo, para explicar la regla del nadador, de Ampère? Para seguirlo habría que considerar decenas de casos particulares, cuya misma descripción sería sumamente difícil: el conductor sobre la aguja, el conductor debajo de la aguja, el conductor vertical u horizontal, y la corriente con tal o cual sentido, etc. Todos estos hechos están reunidos en un manojo, y ese manojo es, en este caso, la regla del nadador. Análogamente, un incontable número de hechos de física atómica se han reunido en un "manojo", que es, en este caso, un modelo atómico.

Admitiendo que el núcleo está formado por la unión de protones y neutrones, es fácil dar cuenta de lo que son elementos isótopos, no ofreciendo ninguna dificultad la explicación del funcionamiento de un espectrógrafo de masas.

El hecho de que en el núcleo no existan electrones, a pesar de lo cual se desprenden del mismo, en los fenómenos de radiactividad natural o artificial, partículas beta, puede explicarse por la conversión de un neutrón en un protón, COMO SI el neutrón estuviera constituído por la fusión íntima de un protón y un electrón.

La interpretación de las ecuaciones de la química nuclear ofrecen menos dificultad todavía que las de la química corriente, siendo quizá más difícil explicar el porqué y el cómo de la energía irradiada por un fósforo al encenderse, que dar la razón de la liberada en la partición de los núcleos atómicos, y que servirá para poner a prueba el equilibrio de los hombres.

XI

LA CAUSALIDAD EN LA FÍSICA ACTUAL

Introducción. — Consideraciones generales. — Repercusión en el campo filosófico. — Enunciado de Laplace. — Un fusil de electrones. — Interacción entre el observador y el sistema observado. — Formulación del principio de Heisenberg. — Justificación del principio. — Significación del principio.

Introducción

Ciertos asuntos alcanzan en un momento dado tal resonancia, que es imposible dejar de ocuparse de ellos. Hace unos veinte años, el que esto escribe hubo de dar a sus alumnos del Colegio Nacional de La Plata muchas clases extraordinarias, a instancia de ellos mismos, sobre la teoría de la relatividad y las geometrías no euclidianas. En todas partes se hablaba entonces de la relatividad del espacio y del tiempo, y casi no pasaba día sin que en los periódicos más difundidos se diera alguna noticia sobre las comprobaciones astronómicas de la teoría, o las discusiones que la misma suscitaba entre físicos y filósofos.

Los profesores de Filosofía se creían también obligados a mencionar en sus clases, junto al nombre de Kant, el de Einstein, y, como es natural, si los alumnos entendían poco de lo que había dicho el uno, no entendían nada de lo que había dicho el otro. Recurrían entonces a su profesor de Física, y entendían todavía menos. La experiencia recogida entonces ha servido para que las gene-

raciones siguientes se llamaran a silencio y no preguntaran más. De veinte años a esta parte, el interés filosófico que suscitó en su hora la teoría de la relatividad se ha dirigido hacia la teoría de los cuantos. En 1927 cayó en el campo de la Física y de la Filosofía una tremenda bomba, como un anticipo de la atómica, que hizo impacto sobre el propio principio de causalidad, y desde entonces son muchos los que quieren saber qué es lo que ha pasado en la Física.

Estimo que a más de uno de mis colegas, alguno de sus alumnos le habrá preguntado si es cierto que "los electrones tienen voluntad", o si es verdad que ellos son "libres", y como el deber fundamental del profesor es satisfacer y fomentar la curiosidad de sus alumnos, trataré de exponer en el presente capítulo lo que al respecto podría intentar enseñarse de ese apasionante asunto, si es que las circunstanicas se presentan propicias para ello.

Consideraciones generales

Hasta 1927 se ocupaban del problema de la causalidad casi exclusivamente los filósofos. Que la ley causal se cumplía con todo rigor en el mundo físico, era algo que nadie o casi nadie osaba discutir. Lo que se discutía era si dicha ley tenía validez en el dominio del espíritu.

Pero el problema de la causalidad y el de la libertad de nuestras acciones no interesa solamente al reducido círculo de físicos y filósofos. El hombre del pueblo siente también la angustia del mismo problema, y cree encontrar una solución cuando, resignado, masculla entre dientes: ¡*"Estaba escrito"*!

Dije ya que se admitía como algo incuestionable, hasta hace poco tiempo, la validez estricta de la ley causal en el mundo físico. Pero, cosa curiosa: si hojeamos cualquier tratado clásico de física, no encontraremos en él una palabra siquiera que se refiera a la ley causal. Mejor dicho: encontramos en casi todas las páginas las palabras *causa*

y *efecto;* se nos dice, a propósito de determinado fenómeno, que tales y cuales han sido las causas que lo han producido; pero lo que falta es la formulación explícita del principio de causalidad.

En 1927, el joven físico alemán Werner Heisenberg establece, para la física del átomo, un principio llamado de incerteza o de indeterminación. Antes de ocuparnos de la formulación y del alcance del nuevo principio, trataremos de esbozar las reacciones que el mismo suscitó en diferentes círculos de físicos y filósofos.

Unos recibieron regocijados la buena nueva, que venía del campo de la Física: He aquí, decían, descubierta la clave de la Física cuántica. La ley causal, expresaban, no es válida en el dominio del átomo; los electrones se comportan como si fueran libres; la cadena causal se ha roto; desde el mismo campo de la Física, y por obra de físicos, han sido conmovidos en sus cimientos los estrechos y rígidos muros de una física causalista, dentro de la cual no había espacio ni aire suficiente para albergar al espíritu humano.

La brecha abierta en la causalidad, agregaban, permite comprender cómo el espíritu puede actuar sobre la materia sin estar esclavizado por ella; los propios físicos han arrojado por la borda la ley causal, y han dado de este modo razón a los que desde hace mucho sacaron de su propia conciencia la certeza de la libre determinación del espíritu humano.

En otro sector no fué recibido con tanta algarabía el principio de indeterminación. Desde él se oían voces que se expresaban más o menos en los sigiuentes términos: El llamado principio de indeterminación de Heisenberg muestra solamente que en el dominio del átomo deben aplicarse leyes de carácter estadístico. Ya la Física ha aplicado estas leyes en muchos de sus capítulos, y lo ha hecho, no porque no valga en los procesos individuales la ley causal, sino por la imposibilidad humana de considerar aisladamente esos hechos. El principio de Heisenberg puede muy bien ser, decían, una etapa provisoria del

desarrollo de la Física, que es de desear llegue a ser superada, para volver al marco de una Física causalista.

Hemos esquematizado, en lo que precede, las reacciones que suscitó la aparición del principio de indeterminación de Heisenberg en el mundo de los físicos. En los trabajos inmediatamente posteriores a los de Heisenberg se nota una verdadera desorientación en todo lo que se refiere a fijar el alcance y contenido del nuevo principio. El mismo Heisenberg, en su primera memoria, parece asignarle al principio de incerteza un lugar opuesto al de la ley causal; se expresa de tal modo, que podría traducirse su pensamiento en la siguiente forma: "Tales y tales hechos prueban que la ley causal no puede aceptarse como válida en el dominio del átomo". Sin embargo, en una segunda memoria rectifica este punto de vista, en la forma que mencionaremos más adelante.

Repercusión en el campo filosófico

Pero el revuelo que produjo entre los físicos la aparición del principio de indeterminación, nada fué, en comparación, con el estupor que provocó entre los filósofos. ¡Y no era para menos! Supongamos que a alguien que haya leído, aunque sea someramente, a Hume y a Kant se le dice que un físico ha probado experimentalmente —pues el principio de indeterminación se basa en la experiencia— que la ley causal es falsa.

Esto es tanto como si alguien nos dijera que ha logrado probar, mediante experimentos, que siete más cinco no son 12...

Hume, en efecto, demostró que la ley causal no puede ser probada ni desmentida por la experiencia. Si al hacer un experimento observamos un resultado opuesto al esperado, *estamos obligados a pensar* que ha intervenido en este caso una causa fortuita; la validez del principio de causalidad no puede, pues, estar en juego en experimento alguno; dicha validez es, por el contrario, un presupuesto

de toda posible experiencia. En otras palabras: el principio de causalidad es una forma de nuestro pensamiento. En el lenguaje kantiano, esto se expresa diciendo que se trata de un *juicio sintético a priori.* Aclaremos, con algunos ejemplos sencillos, lo que esto significa. Si se dice:

Los hombres ciegos no ven, equivale a decir *los ciegos son ciegos,* y el atributo está contenido en el sujeto. Un análisis del sujeto permite obtener el atributo. Un juicio de esta clase se llama, por esta razón, analítico. En cambio, si decimos: "*Los ciegos son desconfiados*", el atributo no está contenido en el sujeto. Dicho juicio podrá ser falso o verdadero, y para formularlo hemos debido efectuar una síntesis de diversas observaciones o experiencias. Se trata, pues, de un juicio sintético.

Los juicios analíticos son juicios *a priori;* para su formulación no se necesita efectuar experimento alguno, pero lo que expresan son verdaderas trivialidades. Nadie que no sea un sofista emplea en el lenguaje corriente juicios analíticos.

Los juicios sintéticos, en cambio, expresan siempre algo nuevo, y se efectúan después, o sea *a posteriori,* de ciertas observaciones o experiencias; y si bien son más ricos en contenido que los pobres juicios analíticos, no tienen nunca el grado de certeza de aquéllos. Este grado de certeza de los juicios analíticos no aumenta con el número de observaciones o de experimentos que efectuamos para verificarlos.

Los juicios de la Matemática pura, ¿serán analíticos? ¿serán sintéticos? Consideremos el ejemplo preferido por el mismo Kant. Cuando afirmamos que siete más cinco son doce, la idea del número doce no está contenida en los números siete y cinco ni en su reunión; el predicado no está implícito en el sujeto, por lo cual no puede obtenerse por un simple análisis de éste. El juicio no es, por tanto analítico. Supongamos que dicho juicio lo hubiera formulado después de observar lo que pasa con dos conjuntos de cinco y siete manzanas. El juicio, efectuado a raíz de mis observaciones sobre esos dos conjuntos, sería,

por esa razón, sintético, pero dicho juicio lo puedo extender en seguida a otros dos conjuntos de bolitas o de personas. El grado de certeza de mi juicio no depende del número de veces que lo haya verificado ni de la variedad de los objetos utilizados. Este juicio sintético, siete más cinco igual a doce, tiene todo el grado de certeza de los juicios analíticos, y es, además, un juicio *a priori;* anterior a toda experiencia. Por estas razones, Kant considera, además de los juicios analíticos (*a priori*) y de los juicios sintéticos (*a posteriori*), los *juicios sintéticos a priori.*

Además de los juicios de la Matemática pura, sería también para Kant un juicio sintético *a priori* el que correspondería a la noción de causalidad.

Sean dos trozos de vidrio aproximadamente iguales. Dejemos caer uno de los trozos desde una altura de un metro sobre un piso de baldosas. El trozo se hace añicos. Si ahora me dispongo a dejar caer el segundo trozo en la misma forma, como lo hice con el anterior, estamos seguros que también se quebrará en pedazos. Si ello no sucediera, no pensaríamos, de ningún modo, que ha fallado el principio de que "a iguales causas, iguales efectos"; pensaríamos, más bien, que los trozos de vidrio no eran del todo iguales, o que no se los ha dejado caer del mismo modo. Pero admitamos que el segundo trozo también se rompa. Si en el primer experimento hemos contado el número de pedazos, y hemos anotado cuidadosamente la forma y el lugar de caída de cada uno de ellos, ahora, al efectuar el segundo experimento, estamos también seguros que por más precauciones que tomemos, ni el número ni la distribución ni la forma de los trozos será la misma. ¿Es que dudamos acerca de la validez del principio de causalidad? No, de ningún modo. De lo que dudamos es de que sea posible realizar dos experimentos en circunstancias exactamente idénticas. Si los sucesos son simultáneos, o sea, si dejamos caer simultáneamente los dos trozos de vidrio, se efectuarán en diferentes lugares del espacio, y ya las circunstancias no serán idénti-

cas. Si en cambio los sucesos se efectúan uno después del otro, ha cambiado en el lapso transcurrido la posición de otros cuerpos del Universo, por ejemplo, la posición del Sol con respecto al lugar del experimento, y *a priori* no podemos afirmar que la posición del Sol no tenga influencia en la distribución de los trozos de vidrio de nuestro ejemplo.

De lo que precede se desprende que el principio de causalidad que aplicamos en la vida diaria, y también en la ciencia, no es el principio de que "a iguales causas, iguales efectos", sino el que se podría enunciar, en forma mucho más modesta, del siguiente modo, "a causas aproximadamente iguales, suceden efectos aproximadamente iguales".

Enunciado de Laplace

Comprendiendo estas dificultades, Laplace dió un enunciado del principio de causalidad en el cual hacía intervenir al Universo entero. El enunciado de Laplace es el siguiente:

"Una inteligencia que en un instante dado conociera todas las fuerzas que actúan en la Naturaleza, y la posición y velocidad, en ese instante, de todas las partículas del Universo, podría, si fuera suficientemente poderosa, someter al análisis todos esos datos, y obtendría así, por una y la misma fórmula, tanto el movimiento de los cuerpos celestes como el del más liviano de los átomos; para esa inteligencia nada sería incierto, y ante sus ojos se haría presente tanto el pasado como el futuro".

Esta formulación del principio de causalidad le fué sugerida a Laplace, sin duda alguna, por la perfección alcanzada por la mecánica celeste. El mismo Laplace agrega:

"La trayectoria descripta por una simple molécula de aire o vapor está, con seguridad, tan determinada como las órbitas de los planetas; la diferencia proviene, únicamente, de nuestro desconocimiento".

Antes de seguir adelante observaremos que la formulación de Laplace del principio de causalidad, en la cual hace intervenir una inteligencia extrahumana, no difiere en esencia, de la formulación vulgar que mencionamos al comienzo, y que se sintetiza en la frase: *"está escrito"*.

Veamos ahora qué es lo que tiene que decir de nuevo la física atómica de nuestros días acerca del principio de causalidad. El enunciado de Laplace, y refiriéndonos a una sola partícula y prescindiendo de toda inteligencia extrahumana, puede descomponerse en dos partes:

Primera: Si se conoce en un instante dado la posición y la velocidad de una partícula, se puede (*segunda parte*), conociendo además las fuerzas que actúan sobre la misma, calcular su posición y su velocidad en un instante posterior cualquiera. Como para efectuar este cálculo es necesario el conocimiento de la ley, se presupone aquí la invariancia de la misma.

Un fusil de electrones

Recordemos el ejemplo de los dos trozos de vidrio, y reemplacémoslos por dos partículas elementales, las más elementales que conoce la Física: dos electrones. Hacemos que uno de ellos pase a través de un orificio e incida luego sobre una placa fotográfica, donde quedará marcado el lugar del impacto. En una palabra: nuestro experimento ideal consiste ahora en tirar al blanco con electrones. Dejaremos que pase el segundo electrón por el mismo orificio, en condiciones exactamente análogas a las de antes, y nos encontraremos con que en general incide en otro punto distinto de la placa. Pensamos que esta falta de coincidencia se deba quizás a alguna imperfección de nuestro fusil de electrones. Perfeccionamos entonces el fusil, haciendo que los electrones pasen por un canal muy delgado, uno después del otro, y nos encontramos que, cuanto más delgado es el canal o caño de nuestro fusil, tanto más impreciso es el tiro. Pasa con los

electrones como con la luz: Si queremos obtener un haz muy delgado de luz podría ocurrírsenos hacer que pasara a través de dos orificios muy pequeños practicados en dos pantallas. Pero al hacer este experimento, nos llevamos un gran chasco: cuanto más pequeño es el segundo orificio, tanto más abierto es el haz de luz que de él procede. Este fenómeno, que no es otro que el de *difracción,* se explica admitiendo que la luz consiste en un proceso ondulatorio. Con los electrones ocurriría exactamente lo mismo en la boca de nuestro supuesto fusil. Los electrones se difractan. El primero en reconocer la naturaleza ondulatoria de un haz de electrones fué el físico francés Luis De Broglie, en el año 1924.

La longitud de "onda de materia" λ, que debe considerarse asociada a una partícula de masa m, que se mueva con la velocidad v, está dada por la relación

$$\lambda = \frac{h}{m\,v},$$

en que h es la constante de Planck.

Interacción entre el observador y el sistema observado

Ante estos resultados, obtenidos con nuestro supuesto fusil de electrones, pensamos que las discrepancias en el lugar del impacto se han de deber a diferencias en la posición y velocidad inicial de cada uno de ellos. Para verificar si es efectivamente así, procedemos a medir, con la mayor exactitud posible, la posición y la velocidad inicial del supuesto electrón. El experimento que estamos suponiendo es de naturaleza ideal: nos colocamos mentalmente en este plano: tenemos electrones y aparatos perfectos, con los cuales se puede registrar el paso de los mismos por determinados puntos. Se trata de saber si, por medio de medidas, podríamos verificar que dos electrones dotados inicialmente de la misma velocidad, y partiendo del

mismo lugar, llegan, en experimentos sucesivos, al cabo de idéntico tiempo, al mismo punto.

Para observar el electrón debemos iluminarlo, y al chocar la luz contra el mismo, lo desvía. El electrón parte de aquí y llega a allá. Suponemos que ha recorrido cierta trayectoria, y que ha empleado cierto tiempo en ir de lo que llamamos *aquí* a lo que llamamos *allá*. Pero si queremos verificar el paso del electrón por una posición intermedia, lo iluminamos, con lo cual, por el impulso recibido por la luz, irá ahora a otra parte. El observador perturba al sistema observado.

Lo mismo ocurre cuando queremos sorprender con una mirada introspectiva el proceso íntimo de nuestras voliciones: el proceso es perturbado por la fijeza de la atención del observador. En el mundo físico se había supuesto, hasta hace muy poco, que por lo menos en principio era posible eliminar la influencia del observador sobre el hecho observado. Si iluminamos una piedra que cae, para obtener una película del proceso de la caída, ni se nos ocurre siquiera pensar que la presión de la luz pueda perturbar el movimiento de la piedra. Pero si en lugar de la piedra es una partícula muy pequeña, un electrón o un átomo, al choque de cada fotón sobre la misma experimentará una desviación nada despreciable. Las colas de los cometas se dirigen alejándose del Sol, a causa, precisamente, de la presión de la luz.

Por estas y otras circunstancias, si alguien nos dice: "Supongamos que conocemos con toda exactitud la posición y la velocidad de un electrón en un instante dado"... Heisenberg nos enseña que debemos responder así: "No, no es posible suponer tal cosa. No es por falta de imaginación; si usted quiere, puedo suponer que viajamos y llegamos hasta la Luna, el Sol o cualquier estrella; no hay nada que en principio se oponga a ello, pero no puedo suponer algo que sea *en principio* imposible". En la misma naturaleza de las cosas reside la imposibilidad de medir con absoluta precisión, simultáneamente, la posición y la velocidad del electrón. La constante de acción de

Planck, cuya soberanía es incuestionable en el dominio del átomo, no es otra cosa que la medida cuantitativa de dicha imposibilidad.

Suponer, pues, que se puede medir con toda exactitud, simultáneamente, la posición y velocidad de un electrón, equivale, por ejemplo, a suponer que una bala atraviesa un vidrio sin horadarlo.

Formulación del principio de Heisenberg

Tratemos ahora de formarnos una idea exacta acerca del contenido del principio que ha sustituído al de causalidad en el dominio del átomo. Supongamos que se mide en un momento dado, con la mayor precisión posible, la posición y velocidad de un electrón. La frase *"con la mayor precisión posible"* significa aquí, no una posibilidad humana, limitada por la mayor o menor precisión de nuestros aparatos, sino la máxima precisión que es dable alcanzar idealmente. Hemos determinado así la posición, que representamos por un punto, pero como inevitablemente habrá cierto grado de incerteza, para valorar a ésta trazamos una esfera con centro en el punto, y de cierto radio. El radio de esta esfera mide el error máximo que puede haberse cometido en la medida de la posición del electrón. En otras palabras: de acuerdo con nuestra medida, el electrón podría encontrarse en cualquier punto del interior de esa esfera. Simultáneamente hemos determinado, también, la velocidad del electrón, que representamos por medio de un vector de cierta longitud, con su origen en el centro de la esfera representada anteriormente. Pero en esta medida habremos cometido también, *inevitablemente,* cierto error, y para tener una representación del mismo consideraremos otra esfera con centro en el extremo del vector. Según esto, la velocidad que podría haber tenido el electrón en el instante de la medida, puede ser representada por cualquier vector de origen en el centro de la primera esfera, y de extremo en un punto interior cualquiera de la segunda.

De acuerdo con esta representación, el radio de la primera esfera mide el error que se cometió en la determinación de la posición del electrón, y el radio de la segunda esfera da una medida del error cometido en la determinación de la velocidad. Por esta razón, llamaré a la primera esfera *esfera de posición,* y a la segunda, *esfera de velocidad.*

Ahora bien, el principio de Heisenberg puede enunciarse diciendo que los radios de estas dos esferas están entre sí en razón inversa, o lo que es lo mismo, *el producto de ambos radios es constante.* Esto significa que, en principio, puede llevarse a cabo una medida, de tal modo que el radio de la esfera de posición sea extremadamente pequeño, pero en ese caso, el radio de la esfera de velocidad será extremadamente grande. Inversamente: si determinamos con mucha precisión la velocidad, lo que en nuestra representación significa que el radio de la esfera de velocidad es pequeño, quedará muy indeterminada la posición. Luego, pues, no existe límite alguno para determinar, con la presición que se quiera, *separadamente,* la posición o la velocidad de un electrón. La limitación está cuando se quiere determinar *simultáneamente* ambas magintudes. Si el radio de una de las esferas disminuye, el radio de la otra aumenta. Dije ya que el producto de estos dos radios es constante. ¿Cuánto vale esta constante? El valor de ella es igual a la constante de acción de Planck dividida por la masa de la partícula que se considere. Llamando, pues, R_1 al radio de la primera esfera, y R_2 al radio de la segunda (radio cuyas dimensiones son las de una velocidad), el principio de Heisenberg se expresaría por la fórmula siguiente:

$$R_1 \times R_2 = \frac{h}{m}$$

en que h es la constante de Planck, y m, la masa de la partícula.

Con esta fórmula ante los ojos, se comprende cómo la Física ha podido vivir bajo la ilusión determinista hasta

hace tan poco tiempo. La constante de Planck, *h*, tiene un valor extremadamente pequeño, del orden de diez a la menos veintisiete si se la expresa en unidades del sistema C. G. S., por lo cual, para la masa de las partículas comunes que considera la Física macroscópica, el segundo miembro puede ser considerado igual a cero. Si este segundo miembro es cero, los radios de ambas esferas podrían ser idealmente nulos. De ahí que en la mecánica clásica tenga pleno sentido decir: sea una partícula de masa *M*, que tiene tal posición y tal velocidad. Pero si la masa de la partícula es muy pequeña, como la de un electrón, cuya masa es del orden de diez a la menos veintiocho gramos, el valor de la constante del segundo miembro, h/m, está muy lejos de valer cero. Para un electrón, h/m vale 7 centímetros × centímetro sobre segundo. Esto significa que si el radio de la esfera de posición de un electrón vale 1 centímetro, el radio de la esfera de velocidad valdrá 7 cm/seg.

De aquí que en lugar de decir: "sea una partícula que en tal instante tiene tal posición y tal velocidad", deba decirse: "sea una partícula que, en tal instante, la probabilidad de encontrarse en tal parte es tanto, y la probabilidad de que tenga tal velocidad, tanto"...

Justificación del principio

Hemos dicho ya que esta limitación en la determinación simultánea de la posición y de la velocidad de una partícula reside no en una imperfección o limitación humana, sino en la propia naturaleza de las cosas. Para comprender esto es necesario que imaginemos cómo deberíamos realizar las medidas si quisiéramos mucha precisión en la determinación de la posición o, por el contrario, en la de la velocidad.

Consideremos que deseamos fijar con precisión la posición de la partícula. Utilizamos para ello un microscopio. Para iluminar la partícula podemos utilizar luz

roja, o azul, o luz ultravioleta, o rayos X, etc. Digamos, desde ya, que se trata de un microscopio perfecto, y que no es necesario que apliquemos el ojo al ocular del mismo. El ojo puede ser reemplazado por una película fotográfica sensible a la luz empleada. ¿Cuál de todas esas luces será más conveniente? Los biólogos, que se dedican a estudiar la sutil estructura de la célula, saben que llega un momento en que, por grande que sea el aumento utilizado, no es posible distinguir con precisión ciertos detalles. El microscopio tiene determinado *poder separador,* y este poder separador depende de la longitud de onda de la luz empleada.

Se obtiene mayor poder separador, es decir, se aprecian mejor los detalles, con luz azul que con luz roja. Con luz ultravioleta, de longitud de onda más corta, el poder separador es mayor, y sería mayor todavía si utilizáramos rayos X o rayos gamma. Si queremos ver separados dos pnutos que disten entre sí un millonésimo de centímetro, es indispensable que utilicemos luz de longitud de onda inferior a aquella distancia. Iluminados los puntos con luz de longitud de onda algo mayor, las dos imágenes se superpondrán, y veremos, en lugar de dos, una única mancha. Del mismo modo, si deseamos que el radio de nuestra esfera de posición sea igual, a lo más, a un millonésimo de centímetro, en la determinación deberemos utilizar luz de longitud de onda en algo inferior a aquella longitud. Pero, he aquí que la partícula que estamos examinando recibe un impulso al ser chocada con la luz. Este impulso perturbador, que hará variar la velocidad de la partícula, es tanto mayor cuanto menor sea la longitud de onda de la luz empleada. Los fotones correspondientes a la luz roja son portadores de un impulso relativamente pequeño, y ya el impulso es mayor para la luz azul, y mayor todavía para los rayos X o los gamma.

Como el impulso mecánico de los fotones es igual a la constante de Planck sobre la longitud de onda, resulta de aquí, casi inmediatamente, que la velocidad de la partícula examinada variará entre tales límites, que hace que el

producto de la incerteza de la posición por el producto de la incerteza de la velocidad, por la masa, sea igual a la constante de Planck.

En efecto: si iluminamos la partícula de masa m con luz de longitud de onda igual a λ la incerteza, en lo que se refiere a la posición de la misma, será igual, justamente, a λ, o sea:

$$R_1 = \lambda .$$

Esto, en un caso ideal, pues en general deberá ser $R_1 > \lambda$. Los fotones de luz de longitud de onda λ tienen un impulso mecánico I, igual a:

$$I = \frac{h}{\lambda} .$$

Al chocar estos fotones con la partícula de masa m, producen en ella una variación $\triangle v$ de su velocidad, tal que:

$$m \, . \, \triangle v = \frac{h}{\lambda} ,$$

de donde:

$$\triangle v = \frac{h}{m \, \lambda} .$$

En el mejor de los casos, el error cometido en la determinación de v será sólo $\triangle v$, por lo cual, para el caso ideal, pondremos:

$$\triangle v = R_2,$$

de donde el producto

$$R_1 \, . \, R_2 = \frac{h}{m} ,$$

que es la fórmula correspondiente al enunciado del principio de Heisenberg.

Significación del principio

¿Se desprende de todo esto, acaso, que el principio de causalidad en el dominio del átomo es falso?

No; no es falso ni verdadero: es una proposición carente de sentido. Si enunciamos el principio diciendo, por ejemplo, que "todo lo que sucede es lo que debe suceder", queda reducido así a lo que los lógicos llaman una *tautología,* pues, ¿qué es lo que debe suceder?... Lo que sucede.

Si, en cambio, tratamos de enunciarlo como una proposición real, esto es, como una proposición que se refiera al comportamiento del mundo físico, debemos darle tal forma que sea dicho principio controlable experimentalmente. Y esto es lo imposible.

Para valorar el alcance del vuelco que ha experimentado la Física de nuestros días, volvamos a Kant. Consideremos, para ejemplificar, un triángulo cuyos vértices se encuentran en los centros de tres estrellas determinadas. Si de ese triángulo afirmo que es isósceles, se trata aquí de un juicio sintético, que podrá ser falso o verdadero, lo que se decidirá por medio de mediciones. En cambio, si de ese triángulo afirmo que la suma de sus tres ángulos es igual a dos ángulos rectos, este juicio sería para Kant un juicio sintético *a priori.* Para el solitario filósofo de Köenigsberg, la geometría euclidiana era un presupuesto anterior y necesario a toda experiencia. Era una forma de nuestro pensar. Para la Física actual, en cambio, el juicio que expresa que la suma de los tres ángulos de aquel triángulo es igual a dos rectos, es simplemente un juicio sintético y, por añadidura, presumiblemente falso.

Esta posibilidad del hombre, de cambiar lo que se creía que era una forma invariable de su pensamiento: el espacio, el tiempo, la causalidad... para ordenar dentro de nuevos marcos la multitud de hechos de la expe-

riencia, es lo que Reichenbach llama la revolución copernicana de nuestros tiempos.

Se pensará, quizá, que aun queda la Aritmética, en su simplicidad y pureza, para mostrarnos que, pese a todas las crisis y a todas las tormentas, permanecerá por siempre incólume e invariable. ¿Podemos, acaso, pensar en un mundo en que cinco más siete no sean doce? Creo que sí, pues el pensamiento humano no tiene más limitaciones que algunos pocos principios lógicos, y quizá la Física nuclear del futuro se llegue a asentar sobre una nueva aritmética, en la cual cinco neutrones más siete neutrones podrían no ser doce neutrones.

Si pensamos que las fuerzas no se suman aritméticamente, sino vectorialmente, esto es, que una fuerza de cinco kilogramos más otra de siete kilogramos dan en general, una suma diferente de 12 kilogramos, y esto en nuestro mundo familiar de dimensiones medias, ¿por qué habrán de sumarse los neutrones en la misma forma en que se suman las manzanas?

¿Por qué la suma no ha de depender de su distribución y de su distancia?

Una cosa son las proposiciones puramente lógicas, y otra las proposiciones de la Física. Un litro de agua y un litro de alcohol ocupan separadamente un volumen total de dos litros, pero mezclados, el volumen total es menor.

Vemos así, una vez más, que la misión de la ciencia consiste en ordenar los hechos, los datos de la experiencia. Para este ordenamiento debemos ajustarnos a ciertas normas, como hace un bibliotecario con los libros de su biblioteca.

Si el número o la variedad de libros a ordenar se hiciera muy grande, puede llegar un momento en que el bibliotecario se vea obligado a ajustarse a un nuevo criterio de ordenamiento. El espacio y el tiempo absoluto de la Física newtoniana, y su estricta causalidad, fueron normas aptas para el ordenamiento hasta fines del siglo pasado. Pero se descubren nuevos hechos, para los cuales no había dentro de esas normas casilleros adecuados. Y

el hombre de ciencia cambia entonces sus normas, *inventa* un nuevo modo de clasificación, y a eso se le llama una *teoría física.*

No porque la Física actual haya sustituído el rígido concepto de causalidad por el más elástico de probabilidad ha aumetnado la conciencia de nuestra libertad; no. Sentimos que la conciencia de nuestra libertad y del poder de creación del espíritu humano ha aumentado, porque hemos sido capaces de sustituir por nuevas normas lo que se creía que eran formas invariables de nuestro pensar.

XII

LA HISTORIA DE LA FÍSICA EN LA ENSEÑANZA DE LA FÍSICA

El fermento histórico. — Perspectiva histórica. — Dos puntos de vista. — Los hechos culminantes de la historia de la Física.

El fermento histórico

Lo primero que debe procurar un maestro de verdad, es que se despierte el interés de sus alumnos por el asunto que deberá explicarles. Los resortes espirituales que actúan en este despertar son de naturaleza tan variada y compleja, que no es posible dar reglas infalibles, en todos los casos, para ponerlos en juego cuando se desea. A algunos les entusiasman los experimentos; a otros, las aplicaciones; a éstos, las consecuencias de orden teórico o especulativo, en tanto que los de más allá permanecen absolutamente impasibles ante todo, con el espíritu como encogido de hombros.

Es fácil mantenerse en esta impasibilidad frente a un aparato o ante una fórmula, pero ya no es tan fácil permanecer indiferente ante las luchas y los afanes de los hombres. Cada uno de nosotros podría hacer suya la clásica sentencia latina de Terencio: *"Hombre soy, y nada de lo humano me es extraño."* Por eso, cuando detrás de las frías fórmulas que escribimos en el encerado, o en el

telón de fondo de las teorías y maravillas de la técnica, de que informamos a nuestros alumnos, hacemos que aparezcan los perfiles humanos que les dieron vida, hasta los más reacios comienzan a sentir que nada de todo aquello puede serles absolutamente ajeno. Si se establece un engranaje espiritual entre nuestros alumnos y la época o el momento en que surge determinada idea, si aquéllos sienten las inquietudes y las dudas que aguijonearon entonces a los sabios, se encontrarán en condiciones de adueñarse del nuevo conocimiento y sentirlo como algo propio. Se me dirá que no es posible el establecimiento de aquel engranaje, pues se oponen a él mil factores adversos, de distinta índole. Efectivamente, sólo podremos tomar algo así como un girón de una época, que en su totalidad, por razones obvias, no podemos aprehender. Además, la mentalidad ya madura del sabio parece diferir demasiado de las mentalidades juveniles en formación, para que puedan establecerse entre ambas los contactos que habrían de superar tiempo y distancia.

Desde luego que para identificarnos mentalmente con Newton, en el momento en que apareció en él la idea de la gravitación, tendríamos que ser tan geniales como él, y estar en posesión, por lo menos, de todos los conocimientos que aquél tenía entonces. Argumentos de esta naturaleza tienen sólo validez efectista, pues si bien es imposible la "identificación" mental absoluta con nada ni con nadie, no es imposible alcanzar cierto grado de comprensión y, hasta diría, de compenetración. Naturalmente que no todos los asuntos se presentan con la misma facilidad para ser captados dentro de su génesis histórica, que es la manera, sin duda alguna, de captarlos vivos.

Consideremos, a título de ejemplo, que se trate de una clase acerca de la máquina neumática. Si nos limitamos a decir que ésta fué inventada en 1650 por Otto de Guericke, burgomaestre de la ciudad de Magdeburgo, no habremos hecho más que atiborrar la mente de nuestros alumnos con un nombre y una fecha más.

Los caminos que pueden seguirse para intentar el

engranaje mental con una época y con un asunto de tanta trascendencia para la Física son, desde luego, muy variados. El profesor deberá elegir aquel que más se amolde con su propio temperamento, para que su exposición tenga el calor y la vehemencia propia de lo que dice, después de haberlo sentido de verdad. No debe aparecer ante sus alumnos como un mero repetidor de lo que dicen tales o cuales textos, sino más bien como si hubiera sido él un testigo presencial de la época y de los hechos que refiere. Es en las consideraciones históricas donde mejor se manifiestan los conocimientos de "primera" o de "segunda mano". Circunscribiéndonos al ejemplo que estábamos considerando, uno de los caminos a seguir podría ser el comenzar por hacer alguna referencia biográfica sobre Otto de Guericke y de la agitada época en que le tocó vivir, ya que la guerra de los treinta años (1618-1648) coincidió con el período de mayor actividad de su vida, durante la cual actuó con entusiasmo y dignidad en la vida política de su país. Pues bien, el párrafo que el lector acaba de leer, no es ya de "segunda", sino de *"tercera"* o *"cuarta"* mano. El que esto escribe sabe muy poco de la guerra de los treinta años, e ignora casi en absoluto las actividades políticas que desplegó durante su vida el inventor de la máquina neumática. Por eso, si para ubicar en el tiempo a Otto de Guericke se hace referencia a la guerra de los treinta años, y se menciona, por ejemplo, que el célebre experimento de los hemisferios de Magdeburgo fué realizado por él, por primera vez, en la ciudad de Ratisbona, en 1654, en presencia del emperador Fernando III, ello podrá ser dicho con propiedad por alguien que sepa algo más de lo que sabe el autor de este libro acerca de quién era aquel emperador. Preferimos, por eso, ubicar al que fué burgomaestre de Magdeburgo ya en 1646, pensando que tenía 40 años de edad cuando murió Galileo, en 1642, y que logró pleno éxito con su máquina de hacer el vacío en el mismo año 1650 en que moría Descartes, el filósofo que "había demostrado, con muy buenas razones", que tal cosa era imposible.

Pero lo que a mí personalmente más me llama la atención, en este episodio de la historia de la Física, es que, realmente, Otto de Guericke no inventó absolutamente nada, no obstante lo cual debe ser considerado, y con justicia, el inventor de la máquina neumática. Esto, que parece una contradicción, no lo es. Veamos por qué. Guericke, en efecto, se limitó a dar otro uso a las bombas que se construían y utilizaban en su época, extrayendo con ellas aire en lugar de agua. ¡Y hubo que esperar dos mil años para encontrar que las bombas que se tenían a mano desde la época de Aristóteles podían ser utilizadas con ese objeto! Quizá sea precisamente esta circunstancia la que deba hacerse valer para aumentar la gloria del físico alemán. No podemos dejar de recordar aquí, a propósito de lo que precede, lo dicho por Rutherford en cierta oportunidad: "Los hombres, incluso los sabios, no ven más allá de su nariz; cuando alguien ve sólo una pulgada más, ése es un genio".

Otto de Guericke es de los pocos sabios que ha dejado un minucioso relato de sus experimentos, de sus ensayos y hasta de sus fracasos. Por eso podemos seguirlo paso a paso en su "invención". Lejos estuvo de que se le ocurriera de golpe el extraer el aire, directamente, con una bomba aspirante. Por el contrario, comenzó por extraer el agua de un tonel, totalmente lleno, para que aquél quedara luego vacío; pero ocurrió que el aire iba entrando por las rendijas y los poros de la madera, lo que reconoció por el ruido que se producía al burbujear aquél en el agua. ¿Será realmente —se habrá dicho nuestro investigador— que la Naturaleza siente horror al vacío? Allí, cerca de él, estaba la obra recientemente aparecida del gran matemático y filósofo francés, Renato Descartes, que había leído con tanta avidez.

Seguramente, después de este fracaso, en su mente repercutiría el párrafo en que el gran filósofo decía:

"A la pregunta de qué sucedería en el caso de que Dios mismo retirase la totalidad de la materia contenida en un recipiente, sin dejar que otra materia fuese a ocu-

par el espacio dejado libre por la primera, puede contestarse: las paredes del recipiente se juntarían. Es decir, que si entre dos cuerpos no se encuentra nada, éstos deben tocarse, pues toda distancia significa extensión, y una extensión sin substancia es imposible".

Se había propuesto hacer el vacío en un recipiente, y pesaban en su contra dos mil años de tradición, la opinión de todos los filósofos, y ahora, además, éste, su primer fracaso. Lo alentaba, en cambio, la idea, como lo expresa en su obra, de que "en las cuestiones de las ciencias naturales no tienen valor alguno los bellos discursos y las disputas"..., "siendo preferible dejar hablar a los hechos", haciendo caso omiso de las opiniones de los que no los tienen en cuenta, y que, "como los topos, excavan en la obscuridad". Prosiguió así con sus ensayos, y en un segundo experimento introdujo su tonel dentro de otro, también lleno de agua; pero ocurrió que ahora era el agua del tonel exterior la que entraba a través de los poros y las rendijas del que pretendía vaciar. Es imposible dejar de pensar en que muy bien pudo haberse desalentado ante estos dos fracasos, que un espíritu menos sagaz hubiera considerado como irrefutables pruebas de la teoría del "horror al vacío". Su bomba funcionaba bien, pero había que cuidar que no entrara materia alguna en sustitución de la que se extraía.

Para lograr esto, hace construir una esfera de cobre, la llena de agua y le aplica la bomba en la parte inferior. Al principio, todo marcha bien, pero al poco tiempo la bomba se atasca: sus fuerzas no son suficientes para accionar el émbolo. Necesita el auxilio de tres hombres, que tiran del mismo con todas sus fuerzas; pero de pronto... ¿otra vez el horror al vacío?... la esfera se aplasta como si hubiera sido de papel. ¿No es justamente esto lo que afirmaba Descartes? ¿Vale acaso la pena insistir, después de tres fracasos tan rotundos? El investigador de Magdeburgo no se desanima, y encarga ahora que le construyan otra esfera de metal más resistente que la anterior, y logra al fin el objeto con tanto empeño bus-

cado. Tiene que pasar todavía algún tiempo hasta que se le ocurra aplicar la bomba directamente al recipiente con aire, sin llenarlo previamente de agua, y más tiempo todavía para reconocer que la bomba funciona igualmente aunque el cilindro de la misma se coloque en la parte superior, pues no es por el peso del aire —como creía Guericke al comienzo— que éste pasa al cuerpo de la bomba, sino por su expansibilidad, que descubrió justamente a raíz de sus experimentos. Pero lo más notable es que desde mucho tiempo antes se hacían vacíos de igual grado y en idéntica forma a la empleada por Guericke con su máquina, sin que nadie, ni el mismo Galileo, lo advirtiera. Esto sucedía cuando se accionaba una bomba aspirante para extraer agua de un pozo y el tubo de aspiración tenía una longitud mayor de diez metros. De modo, pues, que ya se tenía la máquina neumática, ya se había hecho el vacío con ella, y nadie lo había visto: Otto de Guericke no la inventó, la descubrió. Pero, ¿cómo es posible tanta miopía? ¿Cómo se explica que durante dos mil años los hombres no hayan visto nada, y de golpe, en la misma época, siguiendo caminos diferentes, a Torricelli se le ocurre cambiar por mercurio el agua de las bombas, pues ésta se resistía a subir más allá de cierta altura, y a Guericke utilizar las mismas bombas, mostrando así los dos, de diferente manera, que el tan mentado "horror al vacío" no era más que un cuento para niños?

Bertrand Russell diría que esto prueba, una vez más, lo que él llama la nefasta influencia de Aristóteles, originada por el respeto casi sagrado que se tenía por todo lo que aquél había afirmado. Bastó que Galileo pusiera en ridículo a los peripatéticos, que persistían en sostener la infalibilidad del filósofo griego, para que los hombres, liberados de sus prejuicios y a la luz del método experimental, pudieran ver un poquito más allá de su nariz.

Ejemplos de esta naturaleza se encuentran en todos los capítulos de la ciencia. Los sabios que la impulsan resultan, cuando se sigue el rastro de sus investigaciones,

dignos de admiración, por su perseverancia y por la voluntad que despliegan para alcanzar el objeto deseado, pero, salvo unas pocas cabezas geniales, el resto, como muy bien lo hace notar Ramón y Cajal, posee las facultades que son comunes a todos los mortales, amén de la miopía de que nos habla Rutherford. Si se contempla a la distancia el resultado de la labor de los hombres de ciencia, es difícil que podamos interesarnos de verdad por un producto que juzgamos exótico y extraño.

Pero si advertimos que los autores de esos productos son hombres iguales a nosotros; si nos hacemos la presuntuosa pero saludable ilusión de que, en su lugar, hubiéramos podido también llegar a los resultados a que ellos llegaron, no sólo nos interesaremos por lo que hicieron, sino que también sabremos emularlos.

Dentro de diez o veinte años, los sabios de hoy entregarán a algunos de los que en la actualidad son nuestros alumnos, la antorcha encendida que ilumina el campo del conocimiento, para que custodien su fuego y aumenten su brillo. Decenas de miles de muchachos esperan ansiosos la palabra de aliento que los impulse a alistarse en el ejército de la ciencia, cuya historia actúa como fermento psíquico, que funde el hielo de la indiferencia y estimula la voluntad.

Perspectiva histórica

Además del valor fermentario de las referencias históricas, que hemos destacado en el párrafo precedente, en ciertos asuntos tienen ellas una importancia particular, proveniente del hecho de que aquéllos no podrían ser entendidos por completo, y mucho menos valorados en su alcance, si se prescindiera del estudio de su génesis. Ocurre esto, especialmente cuando se estudia cierta teoría o cierta concepción que en su hora fué considerada como revolucionaria. Así, por ejemplo, el principio de la conservación de la energía sólo puede ser captado en toda

su significación después de analizar las ideas que acerca del calor y del flúido calórico tenían los físicos hasta mediados del siglo pasado. Es fácil hacer que nuestros alumnos repitan que el calor no es más que una manifestación del movimiento de las moléculas de los cuerpos, pero es difícil hacer que entiendan de verdad todo lo que eso significa. *"Entender de verdad"* es tener de algo un conocimiento vivo, que en este caso se manifestaría en mil formas diversas, ante los hechos en apariencia más triviales de la vida diaria. El alumno que entendió de verdad, en la clase de hoy, el contenido de las ideas de Mayer y de los experimentos de Joule, no podrá dejar de pensar, cuando se encuentre en su casa, a la hora del almuerzo, si la sopa está algo fría, que sus moléculas no se mueven con suficiente rapidez, y tal vez piense, al mandarla calentar, que esa orden podría traducirse por la expresión: "Deseo que las moléculas del caldo se muevan con mayor velocidad".

Para lograr esto, sabe que aquél debe ser colocado sobre el fuego, y la pregunta inevitable que se formulará a sí mismo, o que planteará ante su profesor, es: ¿Qué es el fuego? Se encuentra allí un trozo de carbón incandescente; el profesor de Química le enseñó ya que la combustión no es más que una oxidación, y que esa reacción se efectúa con "desprendimiento de calor". Tal vez sepa, también, que 1 kilogramo de carbón produce, al quemarse, 8000 calorías. Pero, ¿en que consiste y cómo interpretar ese "desprendimiento de calor"? Y aquí tendrá que pensar que los átomos de oxígeno, al unirse con los de carbono —tal vez para festejar esa unión—, danzan vertiginosamente y chocan, al igual que en las reducidas salas de baile, con las otras parejas, es decir, con las otras moléculas y con los otros átomos. El entusiasmo crece, el baile se generaliza, y el piso y las paredes tiemblan. Las moléculas del fondo de la cacerola no pueden dejar de participar en este torbellino de movimiento; algunas de ellas son directamente alcanzadas por los choques de alguna pareja desorbitada, en tanto que la mayoría se ve

obligada a moverse con más vivacidad, debido al temblor que se propaga en todas direcciones, a causa de aquel tumulto. Y así les llega el turno a las moléculas del líquido próximas al fondo; grupos de ellas que, por los choques recibidos, comienzan a agitarse más velozmente, se dirigen hacia arriba, en tanto que su lugar es ocupado por otras que descienden, al parecer curiosas por ver lo que pasa.

Después de unas cuantas vueltas completas por toda la sala de baile, habrán adquirido, en término medio, la velocidad adecuada, la que gusta a nuestro paladar.

¡Pero si esto es introducir el caos en la Física! Así, de esta manera, se habrán expresado los físicos contemporáneos de Mayer, y no es de extrañar que no hayan tomado en serio sus concepciones, que inevitablemente conducen a la imagen que hemos bosquejado líneas más arriba. Es natural que Poggendorff rehusara publicar, en los *Anales de Física y Química*, el trabajo que Mayer le remitiera en junio de 1841. ¿Sobre qué base, en efecto, se apoyaba el desconocido médico de Heilbronn, para pretender revolucionar hasta en sus cimientos toda la Física? ¿Acaso era suficiente, para aceptar tales ideas, el hecho, conocido desde tiempo atrás, de que el calor específico de los gases a presión constante es mayor que a volumen constante?

En cambio, frente a esa imagen caótica a que conduce la supuesta equivalencia entre calor y trabajo, se alzaba la concepción clásica, en la que el calor era realmente calor; en que un cuerpo caliente posee más cantidad de calor que ese mismo cuerpo cuando está frío, cantidad de calor que se podía medir perfectamente con un calorímetro. Y lo que medimos y denominamos cantidad de calor, tenía que ser cantidad de algo, de algo que pasa de los cuerpos calientes a los fríos, y nada más simple, ni nada más lógico, que asimilar ese algo a un flúido imponderable. Al calentar un cuerpo, su flúido calórico aumenta, y aumenta, en consecuencia, la presión del mismo. El pasaje de calor de unos cuerpos a otros, hasta alcanzar el

equilibrio térmico, se explicaba así, de esta manera, con la misma facilidad con que se explica el pasaje de un gas entre dos recipientes, y si se le hubiera preguntado a Mayer qué es lo que era en su extraña teoría la temperatura, es necesario confesar que no lo hubiera sabido explicar muy bien. Su concepción fué un destello genial, que apenas iluminó el comienzo del largo camino que sería recorrido más tarde por los Helmholz, los Boltzmann, los Clausius y los Maxwell. Él tuvo la audacia de dar el primer paso, y pudo hacerlo porque no llevaba consigo el pesado lastre de conocimientos que tenían los físicos de su época. Aunque suene como una paradoja, esto es así. Mayer revolucionó la Física porque sabía poca Física, porque no era un físico profesional, como tampoco lo era su contemporáneo, el fabricante de cerveza James Prescott Joule. En ciertas etapas del desenvolvimiento científico, parece ser indispensable la contribución de un extraño, que contemple de lejos el panorama, sin perderse en detalles, auxiliado y sostenido por cierto grado de ignorancia. Esta condición, que suele ser necesaria, no es, por desgracia, suficiente.

Dos puntos de vista

Los dos ejemplos históricos considerados en los párrafos precedentes han sido presentados desde puntos de vista diametralmente opuestos. Al examinar los trabajos de Guericke lo hicimos de tal modo, que su invención quedaba reducida poco menos que a la nada, en tanto que la obra de Mayer parecía surgir casi por milagro. Si se quiere hacer historia, no debe adoptarse ni uno ni otro punto de vista. Ambos conducen a una valoración falsa. Por eso debe contemplarse el hecho histórico desde todos los ángulos posibles. Pero aquí no nos estamos ocupando de la historia de la Física, sino de la enseñanza de la Física.

Las referencias históricas constituyen, para nuestro

objeto, sólo un auxiliar más. Desde luego que no debemos alterar el hecho histórico, pero sí podemos presentar la faceta del mismo que nos parezca más adecuada.

Nos hubiera sido igualmente fácil presentar la obra de Mayer en la misma forma en que lo hicimos al hablar de Guericke. Para ello, hubiéramos mencionado los trabajos del conde de Rumford, que observó y hasta midió el calor desprendido al taladrar un cañón, y el experimento de Davy, que logró fundir en el vacío, por frotamiento, dos trozos de hielo. Hubiéramos hecho notar que estos experimentos se llevaron a cabo cuarenta años antes de los trabajos de Mayer y de las medidas de Joule, y hubiéramos dicho también que se sabían medir cantidades de calor, que desde la más remota antigüedad se sabía que por el frotamiento los cuerpos se calientan, y, entre signos de admiración, habríamos destacado que a nadie se le había ocurrido efectuar siquiera una sola medida cuidadosa de ese fenómeno que se observaba diariamente. Del mismo modo, la obra de Guericke hubiera podido ser examinada desde el polo opuesto al que hemos adoptado líneas más arriba. Fué él, en efecto, el primero en revelar, mediante experimentos directos, el enorme valor de la fuerza originada por la presión atmosférica; el primero también —puesto que no conocía los experimentos de Torricelli— en arremeter contra una tradición de más de dos mil años; el que pudo explicar lo que para el mismo Galileo constituyó un enigma, etc., etc.

Se comprende, así, lo que hemos dicho ya: que son muchos y diversos los caminos que se pueden seguir para presentar ante nuestros alumnos un mismo hecho histórico. Los dos que hemos examinado podrían sintetizarse así: en uno de ellos, el asombro lo suscita el hecho de que tal descubrimiento no se haya efectuado antes, en tanto que en el otro nos preguntamos acerca de cómo pudo realizarse. El interés se despierta más fácilmente por el primer método; la valoración, por el segundo, que si se exagera demasiado, conduce a una admiración improductiva.

Los hechos culminantes de la historia de la Física

Hasta ahora hemos considerado las referencias históricas como un auxiliar más de nuestra labor. Pero ciertos hechos tienen un valor intrínseco, educativo, que es necesario no olvidar. Pueden enseñarse muy bien las leyes de la caída de los cuerpos sin mencionar a Galileo, o limitándose a decir que fueron descubiertas por el sabio italiano en tal fecha. Pero un profesor de Física tiene, en mi concepto, la obligación inexcusable de decir a sus alumnos lo que significó aquel descubrimiento, y hacer que comiencen a vislumbrar la trascendencia que ha tenido su obra. Galileo no es grande por el número de descubrimientos que efectuó, sino por haber señalado el camino que debe seguirse para encontrar la verdad. Su obra se prolonga hasta hoy; su método es el mismo de la ciencia de nuestros días, y por eso todos los sabios, incluso los actuales, deben ser considerados como sus discípulos. Los primeros de ellos fundaron, al poco tiempo de la muerte del maestro, la primera academia científica, cuyo nombre es ya una enseñanza: *Academia del cimento* (Academia de la experimentación), y cuyo lema: "*Provando e riprovando*" (Probando y volviendo a probar), pueden hacer suyo todos los investigadores del mundo.

Igualmente, el momento en que se descubre la ley de gravitación, cuando se encuentra que la caída de los cuerpos en la superficie de la Tierra está regida por la misma ley a que se ajustan los astros en sus trayectorias celestes, tiene una significación tan honda en la historia de la humanidad, que no puede dejar de ser considerado con la debida extensión y con la debida exaltación. Poincaré hace notar que si nuestro cielo estuviese siempre cubierto de nubes, como el de Júpiter, nuestra ciencia no hubiera podido desarrollarse. La noción de ley —de ley científica— aparece por la observación del movimiento de los astros, y es en el ilimitado laboratorio de los cielos donde el hombre pudo poner a prueba, por primera vez, la po-

tencia de su espíritu. Y esa misma mecánica extraída de los espacios siderales, es la que aplicamos hoy en la construcción de nuestros aviones.

Aparte de esos dos momentos singulares de la historia de la Física representados por los nombres de Galileo y Newton, existen en casi todos sus capítulos hechos significativos, que no pueden dejarse de lado. No daré de los mismos nómina alguna, por juzgarlo enteramente ocioso, pero sí advertiré que del examen de todos y cada uno de ellos se desprende que si la ciencia avanza, se debe no sólo al esfuerzo de unos pocos hombres excepcionales, sino, y principalmente, a la incansable labor de un verdadero ejército de investigadores anónimos.

XIII

LOS PROGRAMAS DE FÍSICA

La Física en los planes de estudio. — Síntesis y conocimientos latentes. — Las Matemáticas y la Física en los planes de estudio. — Distribución del programa en lecciones.

La Física en los planes de estudio

AMPLITUD. — Un hecho es incuestionablemente cierto: la ciencia progresa al paracer sin límites, mientras que la duración de la vida del hombre sigue siendo harto limitada. En los programas de Física que sirvieron de guía a los estudios de nuestros padres no figuraba, ni podía figurar, una sola palabra referente a la estructura del átomo, a los rayos X, radiotelefonía, radiactividad, etc. ¿Es posible, en la actualidad, dejar de tratar estos asuntos? Si así se hiciera, desconectaríamos a las generaciones venideras con el ambiente en que les tocará vivir; se sentirían en un mundo extraño, y nuestra civilización correría serio peligro.

Es, pues, inprescindible dar a nuestros alumnos, además de la ley de la palanca y del principio de Arquimedes, como se ha hecho siempre, una información acerca de los rayos cósmicos y de la energía nuclear.

Para esto es necesario:

1º) Ordenar los programas teniendo en cuenta, fun-

damentalmente, la capacidad del alumno y su grado de desarrollo;

2º) Seleccionar en aquéllos y en las lecciones lo fundamental de lo accesorio, tendiendo, vectorialmente, hacia los asuntos más importantes;

3º) Aprovechar debidamente en la enseñanza las síntesis de la Física teórica, así como también los conocimientos latentes, originados en la experiencia diaria;

4º) Ubicar adecuadamente el estudio de la Física en los planes de estudio;

5º) Coordinar preferentemente los estudios de Matemáticas con los de Física.

ORDENAMIENTO. — Los criterios predominantes en la ordenación de un programa pueden ser clasificados, esquemáticamente, del siguiente modo: *histórico, lógico* y *pedagógico.* El ordenamiento histórico da, para cada capítulo, un orden genético, que puede diferir, y difiere, en la mayoría de los casos, de un ordenamiento lógico del mismo. Hasta podría decirse que, en general, dichos ordenamientos son opuestos, pues mientras el primero obedece a un proceso inductivo, el segundo, el lógico, debe ser deductivo. Históricamente, las leyes de Kepler preceden a la de Newton, en tanto que aquéllas pueden ser deducidas de la última. Por otra parte, diferentes capítulos de la Física se han desarrollado en forma completamente independiente, no teniendo sentido, entonces, hablar de un ordenamiento histórico en lo que a ellos se refiere. Los primeros conocimientos sobre óptica y electricidad aparecen ya en la más remota antigüedad, y se comprueba que el desenvolvimiento de ambas ramas de la Física se efectúa en forma paralela y sin ningún contacto entre sí, hasta que, en 1870, Maxwell encuentra la manera de reducir el estudio de la luz a un simple capítulo del electromagnetismo.

Cuando Coulomb encontró sus leyes, formalmente idénticas a la ley de Newton, muchos tratadistas se apresuraron a incluir en el mismo capítulo a la gravitación,

la electricidad y el magnetismo; pero hasta hoy no se ha podido efectuar esa síntesis en forma completa.

El estudio científico del calor se hace posible sólo después de la invención de la primera escala termométrica, realizada por Fahrenheit en 1714, cuando ya la mecánica estaba totalmente desarrollada. Se explica así que su estudio y el de la termometría se pospongan al de la mecánica de sólidos y flúidos, aun cuando para definir el metro, nuestra unidad de longitud, debamos apelar ineludiblemente al termómetro, decir qué es y cómo está graduado.

En el ordenamiento tradicional de los programas de Física ha influído, sin duda alguna, un criterio que ha querido ser lógico; lógico en sentido geométrico. Se ha pretendido que cada capítulo se apoyara en el precedente, aun cuando el supuesto apoyo estuviera condicionado a una hipótesis, la cual muchas veces, en la enseñanza media, ni siquiera se menciona.

Si investigamos por qué la óptica geométrica se estudia después de la mecánica, encontramos que eso se debe a las teorías que se han formulado sobre la naturaleza de la luz. En la teoría corpuscular de Newton, la propagación rectilínea es una consecuencia del principio de inercia, y las ondas de Huygens son vibraciones que se producen en un medio elástico. Luego, tanto en una como en otra teoría, el estudio de la luz "*debe*" ser posterior al estudio de la dinámica. Históricamente, en cambio, la propagación rectilínea de la luz se conoce desde tiempo inmemorial, pudiéndose decir que la geometría de Euclides se desarrolla basándose en ese hecho. La sombra proyectada por una varilla vertical permite a los egipcios seguir la marcha diaria y anual del Sol, determinar la oblicuidad de la eclíptica, fijar la duración del año y prever el comienzo de las estaciones.

En cambio, si nos atuviésemos a un "ordenamiento lógico", debería posponerse todo lo referente a la propagación rectilínea de la luz, hasta tanto pudiera darse la

complicada demostración de ese hecho, basada en el principio de Huygens-Fresnel.

Consideramos, pues, evidente que no puede hablarse siquiera de un ordenamiento rigurosamente lógico de los programas, así como tampoco de un ordenamiento estrictamente histórico de los mismos.

El criterio que debe guiarnos en ese ordenamiento debe ser eminentemente didáctico. Esto significa que debemos considerar, sobre todo y ante todo, al alumno mismo, buscando el camino que él (y no nosotros) encontrará más fácil, más directo o más atrayente.

El ordenamiento dentro de un capítulo determinado no ofrece mayores dificultades: siempre se estudiarán los lentes después de haber explicado la refracción de la luz, y no será nunca posible tratar de los transformadores antes de haber dado algo de las corrientes inducidas.

En cambio, entre dos capítulos diferentes, independientes entre sí, debe comenzarse, sin duda alguna, por aquel que ofrezca menores dificultades a los alumnos y que requiera un mínimo de conocimientos previos. Además, las dificultades que se encuentran en el estudio de determinada cuestión aparecen, por lo general, en razón inversa del interés que despierta su estudio.

Tradicionalmente, el estudio de la Física se comienza por la mecánica, y justamente es esa rama la que despierta menos interés en los alumnos. Es tan abundante la experiencia diaria, en lo que a la mecánica se refiere, que sólo después de haber alcanzado cierto grado de madurez inquirimos acerca del cómo y del porqué de los hechos que aquélla estudia. Ningún muchacho pregunta por qué los cuerpos caen y por qué hay que hacer más fuerza para subir un automóvil por una pendiente que para hacerle andar por un camino llano; si una lámpara oscila, a nadie le inquieta ni el porqué ni el cómo de esa oscilación, y eso ocurre porque ya desde la cuna comenzamos a observar esos movimientos. Olvidándonos del largo proceso histórico por el que hubo de pasar la humanidad antes de interesarse por esas cuestiones, pretendemos que

de golpe nuestros alumnos se preocupen por las mismas. Por todo ello creo que debe posponerse, en lo posible, el estudio de la mecánica, y, sobre todo el de la dinámica.

Frente a esta situación de indiferencia por los fenómenos mecánicos, encontramos, en cambio, en la mayoría de los jóvenes, una viva apetencia por conocer lo relativo a magnetismo, electricidad, calor y óptica, que se manifiesta en sus incesantes "¿por qué?". Pretender satisfacer inmediatamente esta apetencia, sin orden alguno, sería absurdo y del todo imposible. Preguntan acerca de la televisión, sin saber una palabra de los rayos catódicos y del efecto fotoeléctrico, por lo cual la explicación debe ser necesariamente postergada. Pero es indudable que se sienten mejor predispuestos para ocuparse de los espectros magnéticos que del movimiento pendular, y que desean con más fervor saber por qué con una lupa se ven los objetos agrandados, que la condición de equilibrio del plano inclinado.

En principio, nada se opone a que el estudio de la Física se comience por el magnetismo, la electricidad, el calor o la óptica antes de tratar de la mecánica. Se me dirá que, excepto en la óptica, la noción de fuerza interviene en el estudio de cualquiera de los otros capítulos, y que es necesario conocer la regla del paralelogramo para interpretar muchos experimentos de magnetismo y electricidad. Pues bien, cuando sea necesaria la regla del paralelogramo, se la explica, y cuando necesitemos mencionar la dina, saldremos del paso diciéndoles que, aproximadamente dicha fuerza es igual a la 980 ava parte del peso de un gramo. Más tarde se enterarán de la razón que se ha tenido para introducir aquella unidad. Esto mismo se hace, actualmente, cuando se define el culombio como igual a 3×10^9 unidades electroestáticas, omitiéndose decir que, en realidad, dicha unidad se ha definido como la décima parte de la unidad electromagnética de cantidad de electricidad, y que siendo esta última igual, en valor numérico, a 3×10^{10} unidades electroestáticas,

resultó así aquel valor para la unidad práctica de carga eléctrica.

Si los autores de los programas prescindieran, al hacerlos, de triviales pruritos de orden lógico; si se olvidaran por un momento del ordenamiento clásico, por el cual ellos mismos aprendieron, y se preguntaran en cambio qué orden elegirían para enseñarles Física a sus propios hijos, el resultado final de su esfuerzo sería asombrosamente diferente del que nos ofrecen en la actualidad en todas partes.

Un problema tan arduo como éste no puede resolverse, desde luego. por vía puramente especulativa. Será necesario ensayar uno y otro orden, y comparar luego los resultados obtenidos; pero no es posible persistir en recorrer el camino tradicional, que es evidentemente uno de los más inadecuados.

Consideremos, a título de ejemplo, que se comenzara en la enseñanza media con un ordenamiento tal como el que sigue:

> 1) ÓPTICA: Propagación rectilínea de la luz, reflexión, refracción, prisma, espectros, lentes, visión, instrumentos de óptica, fotometría, velocidad de la luz en el aire y en diferentes medios.
>
> 2) CALOR (I): Cambios de estado, dilatación de sólidos, líquidos y gases (cualitativamente), escalas termométricas.
>
> 3) FUERZAS: Dinamómetro, peso y peso específico, variación del peso con la latitud, poleas, regla del paralelogramo, fuerzas paralelas, centro de gravedad, palanca, balanza, masa y masa específica o densidad, plano inclinado y combinación de poleas, trabajo y principio de los trabajos virtuales, rozamiento, elasticidad.
>
> 4) HIDROSTÁTICA Y NEUMÁTICA: Fuerza y presión, vasos comunicantes, densidad relativa, ley de Boyle y Mariotte, bombas hidráulicas y neumáticas,

principio de Arquimedes, tensión superficial, viscosidad.

5) Calor (II): Calorimetría, coeficientes de dilatación, dilatación de gases, temperatura absoluta, etc.

6) Dinámica: Movimiento uniforme y principio de inercia, caída de los cuerpos y movimiento uniformemente acelerado, etc., etc.

Para el estudio de la óptica sólo se requieren los rudimentos de la Geometría, y el alumno comienza por aprender muchas cosas que realmente le interesan, familiarizándose con el sentido de lo que son y de lo que significan las leyes físicas.

Sé que se me dirá que para el estudio de la refracción se necesita conocer algo de trigonometría, pues no es posible dar la ley de ese fenómeno sin definir previamente lo que es el seno de un ángulo. Si se adopta este punto de vista, para ser consecuente con él no habría que dar tampoco la ley del péndulo hasta tanto se estudiaran las integrales elípticas. En efecto: siempre se ha enseñado que, para amplitudes pequeñas, el tiempo de oscilación de un péndulo no depende de la amplitud. Sabemos bien que esa ley no es exacta, ya que el tiempo de oscilación depende de la amplitud en forma complicada, pero sabemos también que, didácticamente, la sencillez de la ley aproximada es preferible a la complicación de la ley exacta. Siguiendo el mismo sabio criterio, no hay inconveniente ninguno en enunciar la ley de refracción, diciendo que, para ángulos de incidencia no muy grandes, el cociente entre los ángulos de incidencia y refracción es constante. A continuación transcribimos una tabla con los valores de los ángulos de incidencia y refracción, de 5 en 5 grados, hasta $i = 45°$, para el agua y el vidrio, y en la cual se aprecia que el cociente $\frac{i}{r}$ se mantiene constante, con

menos del 1 % de error, hasta para valores del ángulo de incidencia de unos 20°.

	Agua		*Vidrio*	
i	r	$\frac{i}{r}$	r'	$\frac{i}{r'}$
5°	3° 45′	1,33	3° 20′	1,50
10°	7° 30′	1,33	6° 39′	1,50
15°	11° 13′	1,34	9° 56′	1,51
20°	14° 54′	1,34	13° 11′	1,51
25°	18° 32′	1,35	16° 22′	1,53
30°	22° 5′	1,36	19° 28′	1,54
35°	25° 33′	1,37	22° 29′	1,56
40°	28° 54′	1,38	25° 22′	1,58
45°	32° 7′	1,40	28° 8′	1,60

Si decimos a nuestros alumnos que, en el caso del vidrio, a un ángulo de incidencia de 12° corresponde un ángulo de refracción de 8°, y que por ser

$$\frac{12^\circ}{8^\circ} = 1{,}5$$

éste es el valor del índice de refracción del vidrio, sabrán mucho más de la ley de refracción que si repiten de memoria que *seno i* sobre *seno r* es constante. En el caso del agua, a un ángulo de incidencia de 12° corresponde otro de refracción de 9°, y de ahí, sin preocuparnos demasiado por la precisión, obtenemos, dividiendo los ángulos directamente, el índice de refracción del agua. Naturalmente que también puede enseñárseles, en este caso, si se quiere, la ley exacta, pues para eso bastará con indicarles qué es lo que se entiende por seno de un ángulo. En peores condiciones nos encontramos frente a la ley aproximada del isocronismo, en que no es posible dar la ley exacta,. por ser excesivamente complicada. No se crea que la ley aproximada del isocronismo que se enseña siempre se aproxima a la ley exacta, mucho más de lo que

aproxima $\frac{i}{r}$ con respecto a $\frac{\operatorname{sen} i}{\operatorname{sen} r}$. Si un péndulo oscila con una amplitud de 3°, efectúa, en cierto tiempo, 1313 oscilaciones, y si la amplitud es de 6°, en el mismo tiempo sólo cumple 1312, que se reducen a 1291 para 30° de amplitud.

En óptica, los trazados geométricos y los triángulos que se deben considerar corresponden a trayectos reales y a triángulos reales, formados por rayos de luz, en tanto que las construcciones geométricas de la mecánica corresponden a procesos de abstracción mucho más elevados. Pensemos en que ya 600 años antes de nuestra era, Tales pudo medir la altura de la gran pirámide comparando su sombra con la de una varilla, y que de todas las leyes en que aparece un efecto, variando en razón inversa del cuadrado de la distancia, la más simple y la de más fácil comprobación es la ley de iluminación. Por otra parte, el instrumental requerido en óptica es el más simple de todos: basta practicar un orificio en una tarjeta para tener una cámara oscura y observar así la imagen del filamento de una lámpara, y los alumnos podrán realizar medidas fotométricas bastante buenas con sólo comparar las sombras que de su lápiz proyectan dos lámparas sobre sus propios cuadernos. Por si todo esto fuera poco, de la óptica podemos decir, y no ya en un sentido figurado, que entra por los ojos.

Después del estudio de la óptica geométrica, podría comenzarse a desarrollar la estática de sólidos y flúidos. Aparecen aquí las nociones de densidad, y sobre todo en los gases, es necesario advertir, desde el comienzo, la influencia que sobre su volumen ejerce la variación de temperatura. Por todo ello, y sobre todo por su simplicidad y el interés que despierta en los alumnos, creo conveniente tratar antes de los cambios de estado de las substancias puras, la dilatación térmica y la termometría. Cuando los discípulos de Galileo, de la Academia del Cimento, observaron que no era posible calentar el hielo, pues se mantenía frío, aun introducido en un recipiente

que se colocaba dentro de otro con agua en ebullición, consideraron ese fenómeno como un enigma indescifrable. Si hacemos que nuestros alumnos repitan ese experimento; y que verifiquen también que la columna termométrica no sube más allá de los 100° C cuando se coloca el termómetro en el seno de los valores de agua en ebullición, o no sube más de los 80° C si se lo coloca en un tubo de ensayo con naftalina fundida, no sólo experimentarán con todo eso un vivo interés, sino que entrarán en posesión del instrumento que permitió estudiar científicamente toda una rama de la Física. Claro está que, si se prefiere, estas breves nociones de termometría pueden darse antes de comenzar con el estudio de la óptica, o también dejarlas para más adelante. Habrá, sin duda, algún profesor que piense que no es posible dar nada de termometría antes de haber visto lo referente a la presión atmosférica. Argumentará que para definir correctamente los puntos fijos de la escala, es necesario decir que el hielo en fusión ,o los vapores de agua en ebullición, deben estar sometidos a la presión de 760 mm de mercurio. Esto es, sin duda, cierto, pero también es cierto que para determinar la presión atmosférica no basta leer la altura barométrica, sino que también es necesario conocer la temperatura en el momento de la lectura y, todavía, el valor de la aceleración de la gravedad en el punto de observación. Un examen superficial del asunto haría que se extrajera, como consecuencia "lógica", que no es posible construir termómetros ni barómetros exactos. Para graduar un termómetro, se diría, se necesita conocer con exactitud la presión atmosférica, y para conocer ésta exactamente, se requiere disponer ya de un termómetro. Argumentar así sería desconocer que, en la ciencia y en la técnica, se avanza por aproximaciones sucesivas, no pudiéndose eludir este mismo proceso en la adquisición de los conceptos, que en las diferentes etapas del aprendizaje se van afinando progresivamente.

Si el programa a que nos estamos refiriendo corresponde a un curso de Física que se desarrolla en más de

un año escolar, habrá que hacer lo posible para que la dinámica se estudie después del primer año. Durante la adolescencia, un año más de edad significa mucho, y siendo la dinámica intrínsecamente difícil, esa espera podría significar una considerable economía de tiempo y esfuerzo.

SELECCIÓN. — Una cuidadosa selección de los temas incluídos en determinado programa puede representar también una considerable economía de tiempo. No deben sacrificarse, naturalmente, los principios y las leyes básicas de la Física, pero sí puede dejarse de lado el estudio de dispositivos y detalles.

Estos dispositivos y detalles pueden resultar de sumo interés para el técnico o para el hombre de ciencia ya hecho, pero carecen casi de significado para un alumno del ciclo medio. Así, por ejemplo, está fuera de discusión la enorme importancia que tiene el puente de Wheatstone para efectuar con él medidas precisas de la resistencia eléctrica, ya que sólo se requiere un "instrumento de cero" para realizarlas. Pero el estudio de ese método de medida lleva, por lo menos, una clase íntegra, y en una clase pueden medirse, por el método directo, utilizando amperímetros y voltímetros, resistencias de lámparas, de planchas, de estufas, etc., sin dificultad alguna y con mucho más provecho. Si se dispusiera de tiempo, nada se opondría a que, en una clase práctica, los alumnos se ocuparan de medir resistencias con el puente, pero jamás debería enseñarse ese método a base exclusiva de tiza y encerado. El profesor que siempre ha enseñado el puente de Wheatstone, cumpliendo con lo exigido explícitamente por los programas, quizá piense, arrastrado por la fuerza de la tradición, que se trata, independientemente del valor del método de medida, de una aplicación interesante, que facilita la comprensión de la ley de Ohm, Esto es evidentemente cierto, pero si se trata de que los alumnos comprendan bien el contenido de la ley de Ohm, nada más sencillo para ello que les proveamos de ampe-

rímetros y voltímetros y les hagamos medir resistencias, directamente, con esos instrumentos.

Lo que hemos dicho de la medición de resistencias, se hace extensible a muchos otros capítulos. ¿Es necesario, acaso, hacer ver que sería absurdo explicar, en el ciclo medio, el fotómetro de Lummer y Brodhun, el refractómetro tal o cual, el calorímetro de Bunsen o diez tipos diferentes de máquinas neumáticas? Todo eso puede figurar en los tratados, y aun en los textos que utilicen los propios alumnos, pero no puede ser motivo de consideración especial por parte de los programas ni del profesor.

Síntesis y conocimientos latentes

Mach hace notar que en la ciencia, la introducción de una palabra bien elegida puede significar una considerable economía de pensamiento. Piénsese, por ejemplo, en la palabra *energía,* y preguntémonos si en la enseñanza aprovechamos debidamente esa síntesis maravillosa. Habitualmente, el concepto de energía se introduce al comienzo, al estudiar dinámica, dando las nociones de energía cinética y potencial. Como no se ha visto aun nada de calor, no es posible dar entonces el principio de conservación de la energía, que es el que en realidad define a aquel término.

Al estudiar calor se vuelve sobre aquel concepto, pero nos encontramos con que nuestros alumnos ya han olvidado gran parte de lo que necesitamos utilizar. Este retorno es indudablemente ventajoso, ya que el aprendizaje se realiza por un repetido y continuado rumiar, pero en este caso involucra cierta pérdida de tiempo, que, sin desventaja alguna, podría economizarse. Supongamos, al efecto, que el estudio de la dinámica se comenzara después de haber familiarizado a nuestros alumnos con las mediciones básicas de termometría y calorimetría. En este caso, el camino obligado y natural sería dar el principio de equivalencia a renglón seguido de la definición

de los conceptos de energía mecánica, dando en seguida una noción acerca de la teoría cinética.

Análogamente, al estudio simultáneo del péndulo y del movimiento vibratorio seguiría el de la propagación de las ondas, estudiándose entonces lo correspondiente a acústica y a los fenómenos de interferencia, difracción y polarización de la luz. Aquí se haría notar la identidad física de todas las radiaciones, desde las ondas radioeléctricas a los rayos gamma, pasando por los rayos infrarrojos, visibles, ultravioletas y de Röentgen.

El estudio del "calor radiante" constituye en la Física un capítulo aparte de la óptica, por la diferencia de los métodos empleados en la investigación, pero en la enseñanza cabría economizar tiempo y energía mental advirtiendo desde el comienzo, al estudiar las leyes de la reflexión y de la refracción de la luz, que dichas leyes son seguidas también por las radiaciones térmicas. ¿Qué muchacho, en efecto, no ha encendido un papel utilizando un espejo cóncavo o un lente convergente?

Si utilizando una red de difracción se les hace medir la longitud de onda de determinada radiación de luz visible, bastará con indicarles que con las redes naturales, formadas por los propios átomos, distribuídos regularmente en los cristales, se determina igualmente, aplicando el mismo procedimiento, la longitud de onda de los rayos X.

La ciencia se amplía cada vez más y más, pero no existe felizmente proporcionalidad entre el número de hechos nuevos que es necesario conocer y el esfuerzo que se requiere para conocerlos. Merced a las síntesis teóricas se identifican los fenómenos más dispares, por lo cual quizá podría decirse que, mientras los conocimientos crecen en progresión geométrica, el esfuerzo requerido para aprehenderlos sólo aumenta en progresión aritmética.

Aparte de ello, las aplicaciones técnicas de la Física hacen que nuestros alumnos se encuentren familiarizados con una cantidad de términos y fenómenos que implican

ya cierto grado de conocimiento. Desde que se divulgó la radiotelefonía, los alumnos captan mucho mejor el concepto de longitud de onda, y tienen de la corriente eléctrica una cantidad de conocimientos latentes, que sólo esperan la sacudida apropiada, o el término adecuado, para poder expresarlos.

A fines del siglo pasado, antes de popularizarse la utilización de la corriente eléctrica, habrá sido tarea realmente difícil dar a los alumnos el sentido preciso de la ley de Ohm. Hoy, en cambio, puede asegurarse que todas las personas tienen, sin saberlo, una idea acerca de la misma. ¿Quién, en efecto, ignora que puede conectar, sucesivamente, a un mismo tomacorriente, una lámpara, una plancha o una estufa? ¿Quién desconoce que la estufa gasta más que la lámpara? ¿No sabe todo el mundo, también, que la diferencia de potencial es, en nuestras ciudades, entre los bornes de un tomacorriente, igual a 220 voltios? Los conocimientos anteriores, ¿no implican entonces saber que la intensidad de la corriente depende del conductor, o sea de la resistencia eléctrica? ¿Quién no sabe cómo está hecho un fusible, y cómo se produce un cortocircuito? ¿Ignora alguien hoy que los automóviles tienen una batería de acumuladores de 6 voltios, que se va cargando con una dinamo que acciona el propio motor? Todo esto y muchas otras cosas pueden y deben ser aprovechadas en la enseñanza, y se encontrará así que el problema del indefinible crecimiento de los conocimientos que deben impartirse en un tiempo limitado, no resulta tan pavoroso como podría juzgarse basándose en un examen superficial.

Todos sabemos que la división de la ciencia en diferentes ramas es puramente artificial, como artificial es también, en cierto sentido, la ciencia misma. En determinado plan de estudios, las diferentes ramas de la ciencia se van ubicando de modo que, en lo posible aparezcan escalonadas. En lo que a la Física se refiere, deberá tenerse en cuenta qué conocimientos previos necesita el alumno para poder seguir provechosamente su curso, y

de qué otras asignaturas deberán ser considerados como básicos los conocimientos de Física. Si los conocimientos se ordenaran linealmente, como en la clasificación de Augusto Comte, podría satisfacerse racionalmente la exigencia que precede, pero ellos, en la realidad, se entrecruzan en forma complicada. En las clases de Física debe hacerse referencia, en forma constante, a cuestiones de Química y Astronomía, ocurriendo lo propio en la enseñanza de estas materias. También necesita apoyarse en ciertas nociones de Física el profesor de Biología, el de Geografía, y hasta el de Historia, que tiene que hablar, por ejemplo, de la época de los grandes descubrimientos. Pero sería totalmente absurdo suspender la explicación del descubrimiento de América en espera de que los alumnos supieran algo de magnetismo.

Si el profesor de Física necesita utilizar alguna noción que "pertenezca" a otra asignatura, lo que debe hacer es explicar esa noción, así como el profesor de Geografía tendrá que referirse al barómetro si trata de las isobaras y se encuentra con que sus alumnos no saben todavía cómo se mide la presión atmosférica.

El problema, pues, que planteado en términos rígidos y absolutos parece insoluble, no es en verdad tan grave.

La distribución de las diferentes asignaturas en determinado plan dependerá también de la finalidad perseguida. En el bachillerato se posterga el estudio de la Física hasta los últimos años del ciclo, a la espera de que aumente, entretanto, la preparación matemática y la madurez de los jóvenes educandos. En las escuelas industriales sería imposible, en cambio, postergar demasiado el estudio de nuestra materia, por requerirlo así en forma indispensable, el estudio de las ramas técnicas de aplicación. Otro tanto cabe decir de la ubicación de la Física en los planes de estudio de las escuelas normales y de comercio, donde se prefiere que en los últimos años los jóvenes se dediquen al estudio de las asignaturas específicas, que guardan relación directa con las actividades que deberán desplegar en el ejercicio de su profesión. Por

estas razones, el contenido, alcance y ordenamiento de un programa debe depender del contenido, alcance, ordenamiento y finalidad del plan de estudios a que aquél pertenece. Las exigencias de orden práctico hacen ilusorio buscar para este problema soluciones ideales, consistentes, en nuestro caso, en fórmulas simples, del tipo: "la Física debe estar ubicada en tal lugar del plan de estudios".

Lo que debe tenerse en cuenta, en cada caso, es que el modo de encarar una misma cuestión deberá variar según la ubicación de la asignatura en el plan general. Dicha ubicación dependerá de la edad media de los alumnos al tiempo de cursar tal o cual materia, pues con ella varía también el grado de madurez de los mismos y su preparación. Dos programas de Física pueden parecer idénticos, pero si pertenecen a planes de estudio diferentes, tendrán que ser desarrollados también de diferente modo.

Por ejemplo, la dinámica no puede enseñarse de la misma manera a muchachos de catorce años que a otros de dieciocho y sería absurdo encarar el estudio de la corriente eléctrica en idéntica forma en una escuela industrial que en el bachillerato. En las escuelas industriales interesan muy poco los fenómenos de electroestática, pero al tratar de este capítulo habrá que llegar lo más directamente posible al estudio de los condensadores, puesto que ellos intervienen en los circuitos oscilantes de la radiotelefonía. Pero no tendremos por qué detenernos en la teoría de la polarización de los dieléctricos, siendo preferible que aprendan a manejar las unidades prácticas, y que adquieran en este caso una noción precisa de lo que es un faradio o un microfaradio. Pero en cualquier plan y cualquiera sea el objetivo fundamental perseguido al enseñar Física, no habrá que olvidar el valor educativo y formativo de dicha enseñanza. Si ella es provechosa, además de haber adquirido el alumno ciertas nociones que le serán útiles más tarde, ante ciertos fenómenos de la Naturaleza, habrá aprendido a saber emplear su cabeza para interpretarlos y sus manos para producirlos o variarlos

a su antojo. Por esta razón, sería del todo contraproducente que, por el afán de enseñar a nuestros alumnos muchas cosas, descuidáramos la parte experimental y los trabajos prácticos que ellos deben realizar.

Las Matemáticas y la Física en los planes de estudio

Todos los profesores de Física habrán advertido que sus alumnos aprenden, al estudiar otras asignaturas, muchas cuestiones pertinentes a su materia. En Botánica se les enseña algo de capilaridad y ósmosis; en Química adquieren la noción de densidad y la de un sinnúmero de propiedades particulares de sólidos, líquidos y gases, empezando a familiarizarse allí con átomos y electrones; en Geografía, al tratar de los fenómenos meteorológicos, se inician en el conocimiento de los cambios de estado, termometría, higrometría y presión atmosférica. Hasta en Historia se les enseña algo de Física, cuando se menciona la brújula, o al relatarles la anécdota, por supuesto falsa, de que Arquímedes incendió las naves que bloqueaban a Siracusa utilizando espejos cóncavos. Hasta en las clases de idiomas suelen aprender algo de Física, al dárseles el significado de tal o cual término, en tanto que, salvo excepciones, las clases de Matemáticas se mantienen incontaminadas de todo elemento extraño... Ellas son químicametne puras. Los ejemplos y las aplicaciones de la Aritmética se refieren, casi con exclusividad, a una matemática comercial de compra y venta, y al tratar de las proporciones, aparece siempre el consabido grupo de obreros realizando una obra en cierto tiempo, que llegaría a efectuarse, según el procedimiento enseñado, en un abrir y cerrar de ojos si el número de operarios dedicados a la construcción de la misma se hiciera suficientemente grande. El menos avispado de los alumnos advierte que se les está enseñando un disparate, y se cuidará muy bien de aplicar lo que aprendió en las clases de Matemáticas

cuando, más adelante, contrate a cierto número de albañiles para que le construya su casa.

La Geometría, que nació a orillas del Nilo, para satisfacer necesidades de orden práctico, en manos de los griegos se convirtió en aristocrático juego, perfecto, pero perfectamente inútil.

Desvinculada de la realidad, se hizo totalmente infecunda, en tanto que por obra de los matemáticos de la escuela de Alejandría continuó sirviendo al objetivo para el cual había sido creada, consiguiendo ellos determinar así, no sólo el tamaño de la Tierra, sino también estimar las distancias que nos separan de la Luna y del Sol. Entre los griegos continentales, servidos por esclavos, el trabajo manual era considerado como algo despreciable, y despreciable debía ser también todo lo que se refiriera a mediciones reales, efectuadas sobre cosas también reales. Por esta razón no hubo físicos entre los griegos, y la misma Geometría, que no es más que la rama más antigua de la Física, se desnaturalizó de tal modo, que se convirtió en un juego que se desarrollaba en el cielo platónico de las ideas. Y es esta platónica geometría de Euclides la que, sin muchas variantes, se sigue enseñando aun hoy en nuestros colegios.

Así como para manejar los trebejos del ajedrez debemos seguir las reglas establecidas, para accionar con el punto platónico, la recta platónica y el plano platónico de la geometría de Euclides debemos conocer también las leyes del juego, dadas en forma de axiomas y postulados. ¿Qué tiene entonces de extraño que un señor Lobatschevski se haya tomado la libertad de modificar levemente las reglas del juego? También en esta geometría, los puntos, las rectas y los planos siguen siendo platónicos, como lo son en cualquiera otra que pudiera inventarse. Pero si enseñamos Geometría en las escuelas, no lo hacemos con el objeto de enseñarles un juego, que, por otra parte, los alumnos encuentran muy poco entretenido. Se enseña Geometría porque es útil, y ella es útil cuando la recta deja de ser platónica para convertirse en un rayo de luz

o en un hilo tirante, y un punto se convierte en una marca hecha de algún modo sobre el terreno. ¿A qué reglas obedece esta geometría física? Obedece, con mucha aproximación, a las reglas del juego de la platónica geometría de Euclides, lo que no da derecho, evidentemente, a que el profesor permanezca durante todo el curso más allá del Olimpo, convirtiendo a los entes geométricos en verdaderos instrumentos de tortura de sus pobres alumnos. La mayoría de ellos no logra pasar el *puente de los burros*, y no lo logra, según Hogben [1] porque los asnos que han enseñado estas cosas durante mucho tiempo han hecho todo lo posible para destruir el puente que enlaza la Geometría con la vida real.

Pero no sólo se separa el estudio de la Aritmética y el de la Geometría del de la Física, sino que también se divide artificialmente el estudio de la propia Matemática: de aquí hasta aquí, Aritmética; a partir de esta línea, Álgebra; en este compartimiento, Geometría, y en el de más allá, Trigonometría. La geometría cartesiana, cuyas aplicaciones aparecen hoy hasta en los chistes de las revistas para niños, se incorpora a los planes de estudio cuando los muchachos ya están hartos de deducir teoremas y teoremas que nunca aplicarán.

¿Por qué al enseñar Aritmética no se la ejemplifica con leyes reales, tomadas de la Física? En lugar de los obreros que construyen la hipotética obra, según la absurda y falsa ley de que el tiempo empleado está en razón inversa de su número, podría tratarse de la ley de la palanca o de la de Boyle y Mariotte, o de la del plano inclinado, etc.

El profesor de Matemáticas debe saber que si se estudian proporciones, es porque en la vida real existen magnitudes que varían proporcionalmente, y que en la aritmética comercial no vale dicha proporcionalidad, puesto que hasta la menos avisada de las amas de casa soli-

---

[1] LANCELOT HOGBEN, *Las matemáticas al alcance de todos*, p. 184. J. Gil, Buenos Aires, 1943.

cita mayor descuento al comprar en mayor cantidad. Sé muy bien la facilidad con que los alumnos captan todos los problemas en que se trata de pesos moneda nacional, en contraste con las dificultades que encuentran para resolver el mismo problema si se refiere a magnitudes físicas de otro orden. Por eso no abogo aquí porque se dejen de lado las aplicaciones comerciales, pero sí insisto en que, juntamente con aquéllas, se traten otros ejemplos, tomados de la Física. En el problema de las reparticiones proporcionales se trata siempre de dos o más amigos o socios que compran un billete de lotería, o instalan un comercio, para luego repartirse las ganancias. ¿Por qué no enseñar aquí, además de esos tradicionales ejemplos, la forma en que se reparte la fuerza de un peso entre dos hombres que lo transportan utilizando una barra que apoyan en sus hombros? Si alguien piensa que el estudio de las proporciones se complicaría al explicarlas así, físicamente, yo le propongo que antes de abrir juicio ensaye con sus alumnos este procedimiento, y verá entonces que, por el contrario, obtiene de ese modo el mejor de los resultados. La antipatía de gran parte de los alumnos por los estudios matemáticos proviene de la vacuidad insoportable que encuentran en sus fórmulas y en sus símbolos. Escriben en el encerado, por ejemplo, la proporción:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}, \qquad [1]$$

donde a, b, c y d no significan, para ellos, absolutamente nada. Si se sustituyen a, b, c y d por números, la igualdad anterior se les presenta como una perfecta idiotez, de la cual no vale la pena ocuparse, por ser demasiado sabido que, por ejemplo,

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6}. \qquad [2]$$

Si les enseñamos, en cambio, que la fuerza F que debemos hacer para evitar que un automóvil de peso P se

deslice, estando desfrenado, por una pendiente, es tal que:

$$\frac{F}{P} = \frac{h}{l}, \qquad [3]$$

siendo h y l la altura y la longitud del plano inclinado, y les hacemos realizar varios ejercicios con las representaciones gráficas correspondientes, ya no les parecerá inútil ni idiota el estudio de las proporciones.

Que de la [1] se obtenga que

$$a\,d = b\,c$$

les deja perfectamente indiferentes, así como también que 2×6 sea igual a 4×3. En cambio, no es nada trivial la igualdad que se obtiene de la [3] al escribirla

$$F\,l = P\,h,$$

ya que traduce, en un caso particular, el principio de los trabajos virtuales.

Los profesores de Matemáticas químicamente puros, odian estos ejemplos, pues les obliga a salir del platónico reino de los números y a operar con kilogramos, metros y segundos, pero sus alumnos les quedarían eternamente agradecidos si, por lo menos de tanto en tanto, resolvieran bajar del cielo y ponerse en contacto con la tierra.

Al enseñar Geometría, ciertos profesores de Matemáticas deben pensar que los manes de Euclides y de Platón se sublevarían si ellos recomendaran a sus alumnos efectuar alguna medida directa. ¿Para qué medir, se dirán, si con la fuerza del razonamiento llegamos a conclusiones absolutamente ciertas? Conclusiones absolutamente ciertas... pero, ¿referentes a qué? Referentes a esos entes llamados puntos, rectas y planos que no tienen nada que ver con la realidad, y que, con igual lógica, aunque partiendo de otras definiciones, se llegaría a demostrar que son también absolutamente ciertas las conclusiones opuestas. Si la luz no se propagara siguiendo con extraordina-

ria aproximación las rectas de la geometría euclidiana, ésta no serviría para nada, y para ejercitar el entendimiento valdría mucho más dedicarse al estudio del ajedrez.

Es bueno, pues, que los profesores de Geometría sepan que lo que están enseñando es, en gran parte, óptica, y es bueno, también, que se lo digan a sus alumnos.

Pero mejor que decírselo es hacer que ello se desprenda del propio método de enseñanza.

Así, por ejemplo, el estudio de la semejanza de triángulos podría comenzarse encargando a los alumnos que en sus casas, independientemente, en determinado día y a determinada hora, midieran la longitud que proyecta sobre un plano horizontal una varilla dispuesta verticalmente. Se les advertirá que no es necesario clavar en el suelo varilla alguna, y que al efecto pueden utilizar una tarjeta provista de un pequeño orificio, fija en el marco de una ventana, en el dintel de una puerta o en la rama de un árbol, y que deben medir cuidadosamente, utilizando una plomada y una regla milimetrada, la distancia vertical que media entre el orificio y el plano horizontal en que se proyectará la imagen del Sol, así como también la distancia entre el centro de esta imagen y el pie de la plomada.

Naturalmente que todos deberán efectuar sus medidas exactamente en el mismo momento, para lo cual se les recomendará que, por ejemplo, cuando por radiotelefonía se indica que son las 15 en punto, de tal día, marquen en ese preciso instante, con un lápiz, el centro de la imagen solar, efectuando después las mediciones. Si son treinta los alumnos encargados de esta tarea, y si todos ellos viven en la misma ciudad, treinta serán los triángulos semejantes que habrá que considerar. Supongamos que algunas de esas mediciones fueran las siguientes:

Observador	h = altura de la varilla	l = longitud de la sombra	$\frac{h}{l}$
A	125,5 cm	97,0 cm	1,294
B	231,0 „	178,0 „	1,298
C	75,0 „	58,0 „	1,293
D	105,5 „	81,5 „	1,293

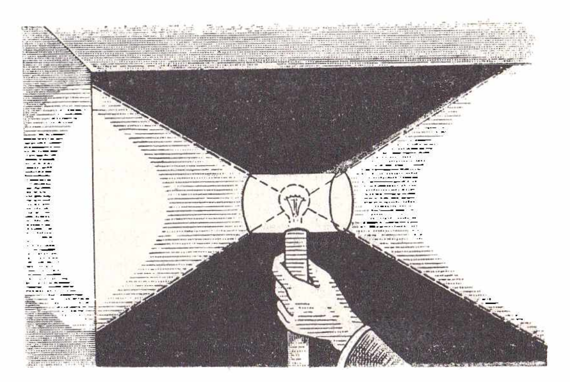


Fig. 181.

A partir de aquí pueden ya hacerse ejercicios que despertarán realmente el interés de los alumnos. Si se pregunta a uno de ellos cuál era la altura por él utilizada, los demás podrán "adivinar" la longitud de la sombra que debe haber medido, o recíprocamente. Haciendo que midan con un transportador los ángulos agudos de los triángulos que se harán dibujar a escala a cada uno de ellos, todos observarán que obtienen el mismo valor, y aquí sería el momento de darles una tabla de tangentes. Con ella verían que el ángulo formado por los rayos solares y el plano del horizonte, en el momento en que efectuaron su medida, era, aproximadamente, en el ejemplo precitado, de 52° 20′. Pero observarían, también, al efectuar sus mediciones, que la imagen del Sol aparece alargada, y éste sería el momento de "presentarles" las

secciones cónicas, para que empezaran a trabar conocimiento con elipses, parábolas e hipérbolas. Nada más fácil que producir un doble cono de luz colocando adecuadamente (fig. 181) un cilindro de cartón alrededor de una pequeña lámpara, y observar las secciones de estos conos contra el plano de la pared. Colocando el eje del cilindro, que es el eje del cono, perpendicular al plano de proyección, percibirán un círculo luminoso, y bastará alejar la lámpara del plano, para obtener círculos más y más grandes. Girando el "aparato proyector", los círculos se convertirán en elipses, cada vez más y más alargadas, apareciendo luego, para una posición bien determinada, la parábola, y finalmente, para otras posiciones, las dos ramas de las secciones hiperbólicas. Cualquier muchacho de 10 ú 12 años entendería perfectamente lo concerniente a las secciones cónicas si se les explicara de este modo, pues no pueden ser ellos menos inteligentes que los perros de *Pavlov*, que tan bien aprendieron a distinguir los círculos de las elipses.

Hace ya tiempo que las clases de Física se dictan en los laboratorios de esa materia, o, por lo menos, hace ya tiempo que nadie discute que si así no se hace, así debería hacerse. Las clases de Matemáticas deberían dictarse también en los "laboratorios de Matemáticas", en los cuales los alumnos tendrían que aprender a manejar plomadas, niveles, reglas milimetradas, escuadras mecánicas y ópticas, teodolitos, sextantes, etc.

De ese modo no se preguntarían, como se preguntan hoy, para qué sirve todo lo que se les enseña. Es en las clases de Matemáticas donde debería enseñarse a los alumnos el manejo del vernier, del tornillo micrométrico, del esferómetro, del catetómetro, del goniómetro, etc. Es allí donde deberían medir superficies y volúmenes, resolviendo problemas sobre casos reales, acostumbrándose desde el comienzo a expresar los resultados con una aproximación concordante con la de los datos que se obtienen de las mediciones. En la actualidad, nuestros bachilleres, que en su momento supieron todas las fórmulas de la tri-

gonometría plana y esférica, que resolvieron problemas cuyos datos consignaban hasta el segundo de arco, son incapaces de determinar la latitud de un lugar, no ya con una aproximación de minutos, sino ni siquiera de grados, creyendo que para ello se necesita ser astrónomo y utilizar todo el arsenal de un observatorio astronómico.

Si se encarara la enseñanza de las Matemáticas en la forma que hemos esbozado, ello redundaría en provecho no sólo del aprendizaje de la Física, sino del de las mismas Matemáticas, siendo seguro que serían entonces muy pocos los alumnos que persistirían en su aversión hacia aquella rama de la ciencia. También allí será necesario seleccionar el material de los programas, dando en ellos cabida a la parte fundamental del cálculo diferencial e integral, lo que, lejos de complicar, simplificaría enormemente el estudio de la Física.

La fuente y el origen de los conocimientos matemáticos no son esencialmente distintos de la fuente y el origen de los conocimientos físicos como para que exista una diferencia esencial en el método de enseñanza de ambas ramas de la ciencia. También en Física nos vemos obligados a platonizar los hechos y los conceptos para poder referirnos a ellos.

El *"punto material"*, los *"hilos inextensibles"*, los *"planos rígidos"*, los *"líquidos"* o los *"gases ideales"*, etc., son otras tantas idealizaciones de la realidad. Pero nadie pregunta de dónde proviene el "misterio" de por qué la teoría de los líquidos ideales se aplica al agua con tanta aproximación, en tanto que para muchos sigue constituyendo un enigma el saber por qué la Matemática puede ser aplicada a la realidad. El enigma desaparece cuando se aprende que la Matemática es sólo una ampliación del lenguaje corriente, efectuada para podernos referir a ciertas características de los hechos reales. Sin olvidar el origen empírico de los conceptos matemáticos, el profesor puede hacer que sus alumnos remonten el vuelo a tanta altura como les sea posible, a condición de que se-

pan retornar más tarde al plano de la realidad, desde la cual partieron.

Distribución del programa en lecciones

No está en manos del profesor cambiar los programas actuales y los planes de estudio. Su enseñanza debe ser impartida siguiendo cierto orden y cumpliendo determinado horario. Para ello, es indispensable seguir un plan, que debe ser bosquejado al comienzo de cada curso. En Física tiene particular importancia determinar de antemano las horas que se dedicarán a trabajos prácticos y los dispositivos y experimentos que se encargará realicen los alumnos en sus propias casas. Pero el plan bosquejado antes de conocer a los que serán nuestros alumnos, debe ser trazado con elasticidad suficiente como para que podamos movernos con libertad dentro del mismo. Si al llegar a determinado punto hallamos que nuestros alumnos encuentran en él particular dificultad, caben entonces dos actitudes diametralmente opuestas: atacar o retirarse.

Atacar significa, en este caso, insistir y dedicar algunas clases más al asunto que pensábamos explicar en una o dos lecciones. Retirarse significa postergar la cuestión para más adelante, o, simplemente, decidirnos a no tratarla. Entre ambos extremos, cabe también emplear otras tácticas. Al tratar de la psicología del alumno, consideramos el caso de que se debía explicar el movimiento uniformemente acelerado, y vimos cómo, dando las leyes a manera de reglas, evitábamos una retirada forzosa, que hubiera dejado en el campo de batalla gran cantidad de víctimas.

El plan preparado de antemano puede algunas veces, por la concurrencia de circunstancias felices, ser cumplido casi al pie de la letra, en tanto que en la mayoría de los casos deberá ser modificado a lo largo del curso, sobre todo si en él hemos especificado demasiados detalles. De

aquí que en el plan general sea conveniente consignar sólo el número de clases que dedicaremos a tópicos suficientemente amplios, y la experiencia que iremos recogiendo a lo largo de diferentes cursos será la que nos enseñará a perfeccionar nuestros planes futuros.

Cuando el programa aparece como sumamente extenso, comparado con el número de horas en que debe desarrollarse, en el plan general deberán marcarse los puntos que se tratarán, a pesar de ello, con todo detenimiento, y aquellos otros de los cuales nos conformaremos con dar sólo una noción superficial. Es siempre preferible que los alumnos aprendan alguna cosa bien, a que aprendan muchas cosas mal o regular, lo que en verdad implica no aprender nada.

XIV

RECURSOS DIDÁCTICOS

Dibujos. — Dibujos animados. — Modelos mecánicos. — Movimiento vibratorio armónico. — Ondas transversales progresivas. — Ondas transversales estacionarias. — Superposición de dos ondas progresivas iguales, que avanzan en sentido opuesto. — Ondas semiestacionarias. — Ondas longitudinales progresivas y estacionarias. — Interferencia. — Consideraciones generales sobre los modelos mecánicos.

Dibujos

En la enseñanza de la mayor parte de las asignaturas, tiene el dibujo una importancia fundamental, que creemos no es necesario encarecer. En Física, aparte de los dibujos propiamente dichos, tales como esquemas de aparatos, intervienen representaciones gráficas de ciertos conceptos. Las fuerzas y todas las magnitudes vectoriales se representan por vectores, y casi no es posible explicar fenómeno alguno si no se efectúan para ello uno o varios diseños. Si se explica, por ejemplo, la ley de Newton o la de Coulomb, en que la fuerza actúa en razón inversa del cuadrado de la distancia, convendrá efectuar dos o tres dibujos en que dos masas (representadas por dos círculos), se encuentren sucesivamente a diversas distancias, de tal modo que si en un caso la distancia de separación es doble, la fuerza atractiva se representará por un vector cuatro veces menor. Para mostrar, en este caso, que las dos fuerzas de atracción (o de repulsión,

en casos eléctricos) son iguales entre sí, cualesquiera sean los valores de ambas masas, convendrá representar a ambas por círculos de diferente radio, recibiendo así el alumno, visualmente, el significado de la ley que se le está enseñando.

Ante un dibujo como el bosquejado, los alumnos captarán y retendrán el significado exacto de la ley, dado que en la mayoría de ellos la memoria visual es la más desarrollada. Si, efectivamente, el sentido de la misma fué bien comprendido, serán capaces de averiguar, por ejemplo, a qué altura tendrá que llevarse un cuerpo para que su peso se reduzca a la cuarta parte, etc.

En muchos casos basta un dibujo bien ideado para hacer comprender en seguida determinado asunto. Supongamos, por ejemplo, que después de haber mostrado y explicado el experimento de Torricelli, decimos a nuestros alumnos que ya están en condiciones de poder calcular por sí mismos la masa total del aire que envuelve a nuestro planeta. No dejará de asombrarles, seguramente, que sea suficiente un tubo de vidrio y un poco de mercurio para "pesar" en conjunto toda nuestra atmósfera, y pensarán, seguramente, que ese cálculo sólo podrán realizarlo físicos avezados. Si para guiarlos les decimos que nos encontramos en el fondo de un mar de aire, y que la presión que éste ejerce sobre el suelo es igual a la que produciría un baño de mercurio de 76 centímetros de altura, bastará, después de ello, hacer un dibujo que represente a toda la Tierra rodeada por una capa de mercurio de 76 cm de espesor, y ya entonces, aunque no sepan efectuar el cálculo aritmético, comprenderán, sin duda, que la masa de toda nuestra atmósfera es igual a la de aquella costra esférica de mercurio.

Indudablemente, más de un lector juzgará que no es indispensable efectuar el dibujo correspondiente, dado que, sin él, acabamos de explicar lo mismo. Lo que hemos hecho en las líneas que preceden, es un dibujo en palabras, suficiente para alumnos atentos e imaginativos, en

tanto que otros habrán sentido la falta del apoyo visual correspondiente.

Cuando en mis clases hablo del principio de la igualdad de la acción y la reacción, y menciono que si un caballo tira de un carro con cierta fuerza, el carro tira del caballo con otra, exactamente igual y opuesta a la primera, no dejo nunca de diseñar en el encerado, con cuatro trazos, un carro y un caballo, por más cómico que resulte, al final, el aspecto de éste. Pero puedo representar así las fuerzas que con los cascos efectúa el caballo contra el suelo, y los alumnos entienden que si se colocara carro y caballo sobre una plataforma con ruedas (que también dibujo), ésta sería impulsada hacia atrás a medida que el vehículo avanza. Piensan entonces en todos los pequeñísimos e inapreciables movimientos que debe experimentar nuestro planeta cuando los trenes se ponen en marcha o se detienen, y, llevados por la imaginación, pueden representarse (lo que también es dibujar) a un hombre caminando sobre un minúsculo planeta, de masa comparable a la de él, que con sólo moverse puede hacer variar la duración del día o alterar el curso de las estaciones.

Dibujos animados

Si nuestros mediocres y estáticos diseños hechos en el encerado ayudan tanto a nuestros alumnos en su aprendizaje, es fácil concebir lo que se lograría si se dispusiera de un adecuado equipo de películas con dibujos animados.

Los modelos mecánicos, de que trataremos a continuación, constituyen en verdad una especie de dibujos movibles, pero no todo puede representarse por modelos. Los "experimentos ideales", aquellos de realización imposible, serían los que deberían tener cabida, en primer término, en la colección de películas de que hablamos. Es posible que alguien imagine que no pueden tener mucha importancia experimentos ideales irrealizables. Bastará citar unos pocos ejemplos para convencernos de lo con-

trario. Einstein sienta su famoso principio de equivalencia, entre un campo gravitacional y una aceleración conveniente del sistema de referencia, basado en su experimento ideal del ascensor. Es éste una caja que se supone cae libremente en un campo gravitacional, que puede ser el de la Tierra.

Durante la caída, todos los cuerpos de la caja caen con la misma aceleración que las propias paredes, el piso y el techo de la misma, por lo cual los observadores del interior verán que no hace falta percha alguna para sostener un sombrero, y que el peso de los cuerpos ha desaparecido en absoluto. El ascensor de Einstein no es más que el obús de Julio Verne, aunque éste se imaginaba, erróneamente, que en él desaparecía el efecto gravitatorio sólo en aquellos lugares en que la atracción terrestre era igual y opuesta a la de la Luna.

En verdad, en el interior de una caja como la que estamos suponiendo, que se mueva libremente sometida a la acción del Sol, de la Luna, etc., el efecto gravitacional será nulo, pues todos los cuerpos de su interior recorren trayectorias paralelas a la de las paredes. Sólo si dicha caja está provista de un motor a reacción se podrá notar en su interior algún efecto gravitacional. Si la caja se mueve, por la acción del motor, con movimiento uniforme respecto a las estrellas, entonces sí el efecto gravitacional en su interior será la resultante de las atracciones newtonianas de los astros que la circundan. ¡Qué hermoso y qué instructivo sería que Walt Disney produjera, asesorado por físicos, una película de esta clase!

Que nuestros alumnos pudieran ver, al tratar de la conservación del impulso, al hombre de que hablábamos en el párrafo precedente, y que al ponerse en marcha o detenerse convulsionara el movimiento de su planeta; que pudieran verlo haciendo girar una rueda en el mismo sentido con que rota aquél, para frenarlo y detener, como Josué, la marcha del Sol, y hasta lograr, al acelerar aún más la rueda, que aquél marchara en sentido opuesto! Sería notable presenciar, "desde afuera", un baile reali-

zado en el interior de un avión interplanetario, en que las parejas, si giran todas en el mismo sentido, producen una rotación opuesta del vehículo, y con ello un cambio de ruta, que deberá compensar con otra giración el piloto encargado del giróscopo. Cuando los motores a reacción del avión dejaran de funcionar, los bailarines no podrían tenerse en pie, y quedarían ingrávidos, inclinados unos en una dirección y otros en otra. Si alguno de ellos hubiera quedado en suspenso en medio del salón, le sería absolutamente imposible acercarse al techo, al piso o a cualquiera de las paredes laterales, en tanto que aquellos que quedaron cerca de una pared, podrían entretenerse saltando hasta la pared opuesta.

En los dibujos cómicos corrientes, el efecto hilarante de los mismos proviene, muchas veces, de que en ellos no se cumplen las leyes de la física. Aquí, en cambio, se trataría de demostrar esas leyes en toda su pureza.

No sólo la mecánica daría tema para películas didácticas de dibujos animados: la explosión de los átomos, la producción de energía solar, la propagación de la luz, etc., etc., serán, en un futuro próximo, los títulos de las películas que podremos mostrar a nuestros alumnos.

Modelos mecánicos

Todos los laboratorios de Física dedicados a la enseñanza deben contar con cierto número de dispositivos y modelos destinados a facilitar la comprensión de diferentes asuntos. Algunos de ellos consisten en cortes o secciones, más o menos esquemáticos, de máquinas reales, con sus piezas movibles a mano. En los catálogos de las casas que construyen aparatos para la enseñanza se pueden encontrar diversos modelos de esta clase de máquinas a vapor, motores a explosión, etc. A falta de ellos, pueden construirse modelos semejantes en cartón o madera, y hasta encargarse su confección a los propios alumnos. El modelo tiene la ventaja de ser un dibujo animado,

que se va moviendo con el ritmo que requiere la explicación, de tal modo que, con su auxilio, los alumnos comprenden, sin mayor esfuerzo y en pocos minutos, lo que se les quiere explicar.

Pero aparte de esta clase de modelos mecánicos, que reproducen el mecanismo de máquinas reales, existen en gran cantidad muchos otros, destinados a aclarar el significado de una teoría o de un concepto.

A continuación nos referiremos a algunos modelos aplicables a la explicación de diversos tópicos, y que, en general, pueden ser construídos o improvisados sin mayores dificultades.

Movimiento vibratorio armónico

Realmente, no parece necesario utilizar modelo alguno para explicar un movimiento que se observa con sólo hacer oscilar un péndulo. Pero si se define este movimiento como la proyección de otro circular uniforme sobre uno de los diámetros de la circunferencia, y se quiere mostrar dónde la velocidad o la aceleración adquieren sus valores máximos, o dónde se anulan, para ello puede construirse el simple modelo que sigue:

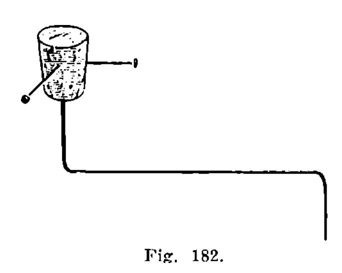


Fig. 182.

Se toma un alambre (fig. 182), y luego de doblarlo en la forma que muestra la figura, se clava un corcho en uno de sus extremos. Basta ahora hacer girar el alambre, tomando el otro extremo entre los dedos, y observar la sombra del corcho proyectada por una lámpara sobre el plano de la pared o una pantalla cualquiera. Naturalmente que la lámpara, o el sol, si se utiliza luz natural, debe encontrarse en el plano de giro, y la pantalla deberá ser perpendicular a la dirección de los rayos de luz. Si se

clavan en el corcho dos alfileres que formen entre sí un ángulo recto, y se dispone uno paralelamente al radio de giro y dirigido hacia el centro de giración, podrá él representar la aceleración centrípeta, en tanto que el vector correspondiente a la velocidad tangencial del movimiento circular estará representado por el otro. La longitud de las sombras de estos alfileres representarán, respectivamente, en cada posición, la aceleración y la velocidad del movimiento vibratorio observado. Desde luego que el alambre puede adaptarse a la máquina centrifugadora, o utilizar con el mismo objeto el disco giratorio de un gramófono u otro dispositivo cualquiera.

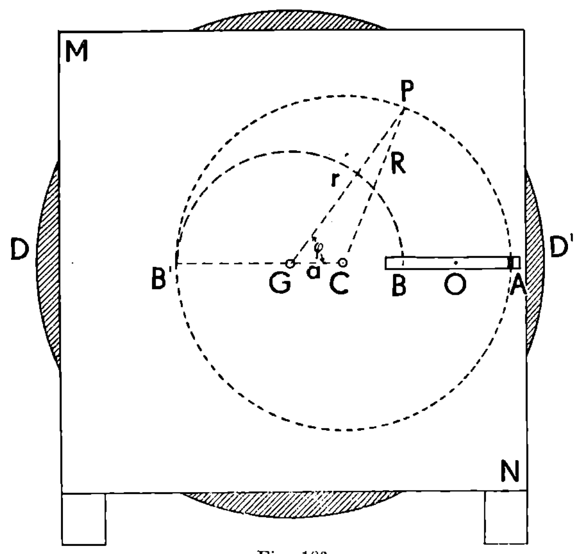


Fig. 183.

Otro modelo, algo más complicado, pero que tiene la ventaja de poderse mostrar con él, en la forma que veremos más adelante, la propagación de ondas longitudinales, está representado en la figura 183. Un disco de cartón, *D D'*, puede hacerse girar alrededor de un eje, *G*, que pasa por su propio centro, atravesando un cartón fijo, *M N*, provisto de una ranura tal como la *A B*. En el disco se dibuja, con trazo grueso, una circunferencia: *A P B'*, cuyo centro, *C*, no coincide con *G*. Al girar el disco se observará en la ranura la parte de la circunferencia que pasa por ella, obteniéndose de este modo la impresión de que un punto se mueve de *A* hacia *B* y de *B* hacia *A* con movimiento vibratorio. La amplitud de este movimiento

es igual a la distancia a, que separa el eje de giro con el centro de la circunferencia dibujada. En la posición de la figura, el punto que parece recorrer la ranura se encuentra en el extremo A de la misma; al cabo de media vuelta del disco, será el punto B' de la circunferencia el que pasa por B. La giración del disco móvil puede lograrse impulsándolo con la mano, o con una manivela y una polea, o, lo que es más cómodo todavía, apoyando la parte saliente del mismo contra un disco de gramófono en rotación.

Si el disco gira con movimiento uniforme, ¿cumple realmente, el punto que parece recorrer la ranura, un movimiento vibratorio armónico? Demos, desde ya, la respuesta a esta pregunta, que demostraremos líneas más abajo. El movimiento periódico del punto no es vibratorio armónico, y sólo puede considerarse como tal si la distancia $G C = a$, entre ambos centros, es pequeña en comparación con el radio R de la circunferencia dibujada. Se ve, en efecto, que la distancia $P G = r$, de un punto P de la circunferencia de radio R al centro de giro es tal, que:

$$R^2 = r^2 + a^2 - 2 a r \cos \varphi;$$

de donde:

$$r = a \cos \varphi + \sqrt{a^2 \cos^2 \varphi + (R^2 - a^2)};$$

o sea:

$$r = a \cos \varphi + \sqrt{R^2 - a^2 \operatorname{sen}^2 \varphi}.$$

Cuando el disco haya girado el ángulo φ, la elongación x del punto móvil será igual a $r - R$, refiriendo esta elongación a un punto O de la ranura, tal que $G O = R$, pues r varía entre $R + a$ y $R - a$. Se tiene, pues:

$$x = a \cos \varphi + \sqrt{R^2 - a^2 \operatorname{sen}^2 \varphi} - R.$$

Si a es pequeño con respecto a R, se tendrá, simplemente:

$$x = a \cos \varphi,$$

y el movimiento será vibratorio armónico. Para $R = 5$ cm, y $a = 1$ cm, la diferencia es ya casi inapreciable, pues está dentro de los límites de los inevitables errores de dibujo y del "juego" que pueda tener el disco en su movimiento de giración.

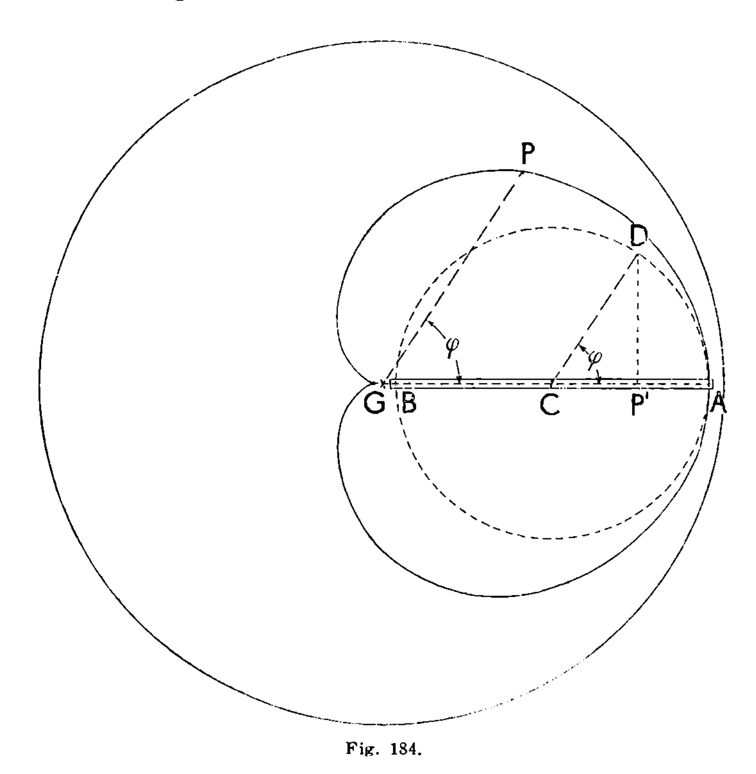


Fig. 184.

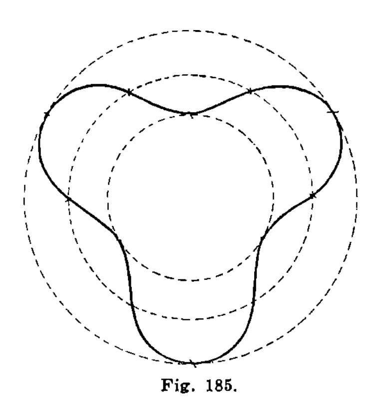
Se ve, inmediatamente, que la ecuación de la curva, que daría origen a un riguroso movimiento vibratorio armónico, es, en coordenadas polares de origen G, la siguiente:

$$r = e + a \cos \varphi,$$

que representa una cardioide. Supongamos, en efecto, que deseamos que en la ranura $A B$ (fig. 184) aparezca el

punto (intersección de la ranura con la curva) moviéndose sobre ese segmento de recta, con movimiento vibratorio armónico, al girar el disco, con movimiento uniforme, alrededor de G.

Tracemos una circunferencia de radio a igual a la amplitud del movimiento vibratorio, y centro C (punto medio del segmento $A\,B = 2\,a$). Consideremos que, en la posición inicial, el punto se encuentra en el extremo A del segmento $A\,B$. La curva que buscamos deberá pasar, por lo tanto, por dicho punto. Para un ángulo φ de giro, el punto deberá aparecer en la ranura en un punto P' tal, que $C\,P' = a \cos \varphi$, y siendo P el punto de la curva que cortará a la ranura en P', tendrá que cumplirse:


Fig. 185.

$$r = G\,P = G\,C + C\,P' = e + a \cos \varphi .$$

Si se quiere que el punto móvil sobre la ranura cumpla dos oscilaciones completas para una sola vuelta del disco, la ecuación de la curva será:

$$r = e + a \cos 2\,\varphi,$$

y, en general, se cumplirán n oscilaciones por vuelta si se dibuja la curva de ecuación:

$$r = e + a \cos n\,\varphi .$$

La figura 185 reproduce una curva de esta clase para $n = 3$. Cuando un movimiento vibratorio armónico se representa de la manera que precede, no hay ningún inconveniente en mostrar al alumno el "secreto" de la representación. Al ver el disco giratorio con la circunferencia

dibujada en él, comprenderá en seguida el mecanismo de las excéntricas,, tan usadas en toda clase de máquinas.

Ondas transversales progresivas

Existen muchísimos modelos para explicar la propagación de ondas de esta clase, consistentes, ya sea en una sucesión de péndulos iguales y vinculados entre sí, o en una serie de varillas movidas por excéntricas, o por una madera ondulada, etc. Todos estos aparatos son relativamente complicados, y pueden ser reemplazados ventajosamente por un dispositivo consistente en una simple hélice cilíndrica de alambre, que se hace girar alrededor de su eje, mientras se observa la sombra que proyecta sobre un plano paralelo al mismo. Para construir el modelo, basta arrollar un alambre en un cilindro (un palo de escoba, p. ej.), en forma de hélice, y disponer los extremos del mismo en la dirección del eje (fig. 186). En realidad, casi es innecesario observar la sombra del alambre, bastando observar la hélice en giración y su proyección contra una pared.

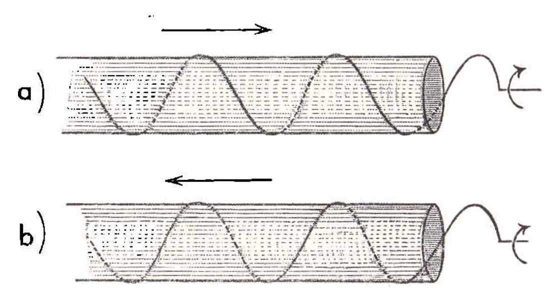


Fig. 186.

Para que la ilusión sea perfecta, conviene mirar con un solo ojo, para que el relieve desaparezca. Puede también disponerse la hélice de tal modo, que su sombra se recoja sobre un vidrio esmerilado, cuya imagen se proyecte mediante un lente, sobre una pantalla. Para que se

destaque que los puntos en vibración se mueven perpendicularmente a la dirección de propagación, pueden hacerse soldar sobre la hélice, de tanto en tanto, esferitas iguales, pudiéndose así seguir el movimiento de cada una de ellas.

Ondas transversales estacionarias

En vez de arrollar el alambre en forma de hélice, se le da al mismo la forma de un sinusoide plano (fig. 187), y se observa la sombra proyectada por el mismo. Los pun-

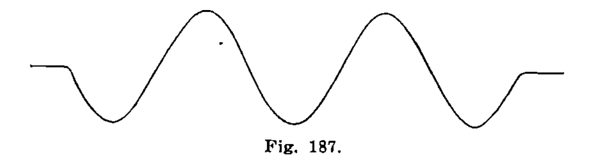


Fig. 187.

tos de la sinusoide que cortan al eje de rotación del aparato originarán los modos del movimiento, dando lugar a los vientres aquellos otros que más se alejan del mismo.

Superposición de dos ondas progresivas iguales, que avanzan en sentido opuesto

Una de las cuestiones más difíciles de hacer entender bien a los jóvenes estudiantes es que la superposición de dos ondas progresivas iguales, que se propagan en sentido opuesto, da origen a una onda estacionaria. Durante mucho tiempo, el autor de este libro buscó en vano un modelo adecuado para explicar lo que precede, limitándose entonces a dibujar en papel transparente dos ondas iguales, y a hacer observar a sus alumnos lo que ocurría al desplazarlas en sentidos opuestos, hasta que un buen día tomó un alambre y lo arrolló sobre un palo de escoba, formando con él una hélice "derecha", y superpuesto al mismo, otro alambre formaba una segunda hélice, "iz-

quierda", de igual paso, es decir, de igual "longitud de onda" que la primera (fig. 191). Sacó luego del sostén de madera los alambres, y retorció sus puntas de manera de poder hacer girar el conjunto alrededor del eje; a par-

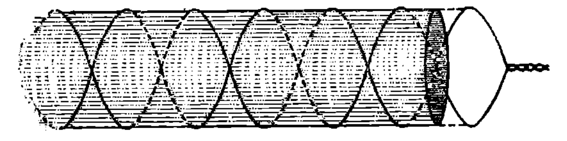


Fig. 188.

tir de entonces, sus alumnos *vieron también* cómo ambas dan origen a una onda estacionaria. En el mismo modelo puede agregarse un sinusoide, cuyo plano atraviesa diametralmente al cilindro, de tal modo que su sombra, al girar, dé la representación de la onda estacionaria.

Ondas semiestacionarias

Si las dos ondas progresivas que avanzan en sentidos opuestos tienen diferente amplitud, la onda resultante no tiene, propiamente hablando, nodos. La amplitud de la vibración de las partículas varía entre un máximo y un mínimo. La amplitud máxima es igual a la suma de las

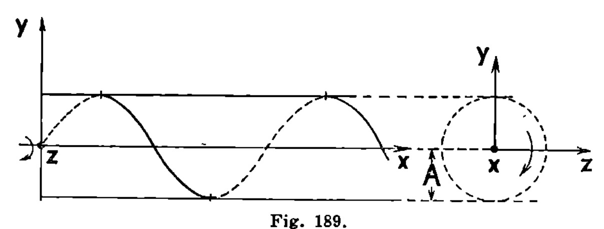


Fig. 189.

amplitudes de las dos ondas, y la mínima, igual a la diferencia. Una onda de esta clase puede representarse por la proyección de una hélice elíptica en rotación. Como no es fácil ver este resultado intuitivamente, daremos la demostración del mismo, para facilitar así la comprensión y la construcción del modelo correspondiente.

La figura 189 representa una hélice "derecha", conviniendo llamar así a las que están dispuestas como el filo de un tirabuzón corriente. Tomando como eje de las x el eje del cilindro de radio A, y los ejes y y z perpendiculares a aquél y perpendiculares entre sí, formando una terna derecha, las ecuaciones paramétricas de esta hélice pueden ser:

$$\left.\begin{aligned} y &= A \operatorname{sen} \varphi \\ z &= A \cos \varphi \\ x &= \frac{\lambda \varphi}{2 \pi} \end{aligned}\right\} \text{hélice cilíndrica "derecha".} \qquad [1]$$

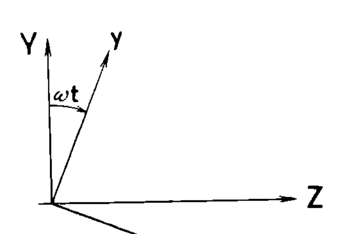


Fig. 190.

En la parte de la derecha de la figura se supone al eje de las x perpendicular al plano del dibujo y yendo de delante hacia atrás, en tanto que en la proyección de la parte de la izquierda aparece el eje z teniendo un sentido que va de atrás hacia adelante. Si suponemos, ahora, que giramos la hélice alrededor del eje x con velocidad angular ω, podemos pensar que solidariamente unidos a ella giran los ejes y y z. Hallar la posición de la sombra de un punto de la hélice giratoria sobre un plano fijo, paralelo al eje x, en función del tiempo, se reduce a un simple cambio de coordenadas, por lo cual podremos escribir (fig. 190) llamando Y_1 a la ordenada de la proyección del punto y, z:

$$Y_1 = y \cos \omega t - z \operatorname{sen} \omega t, \qquad [2]$$

de donde, por las [1]:

$$Y_1 = A \operatorname{sen} \varphi \cos \omega t + A \cos \varphi \operatorname{sen} \omega t,$$

o sea:

$$Y_1 = A \operatorname{sen} (\omega t + \varphi) = A \operatorname{sen} 2 \pi \left(\frac{t}{T} + \frac{\gamma}{x} \right), \qquad [3]$$

que es justamente la ecuación del rayo de una onda progresiva que se propaga en sentido negativo sobre el eje de las x.

La hélice "izquierda" tiene por ecuaciones (fig. 191) las siguientes:

$$\left.\begin{aligned} y &= -B \operatorname{sen} \varphi \\ z &= -B \cos \varphi \\ x &= \frac{\lambda \varphi}{2\pi} \end{aligned}\right\} \begin{gathered}\text{hélice}\\ \text{cilíndrica}\\ \text{“izquierda”}\end{gathered} \qquad [4]$$

Al girar esta hélice con la misma velocidad angular ω y el mismo sentido que la anterior (ambas están monta-

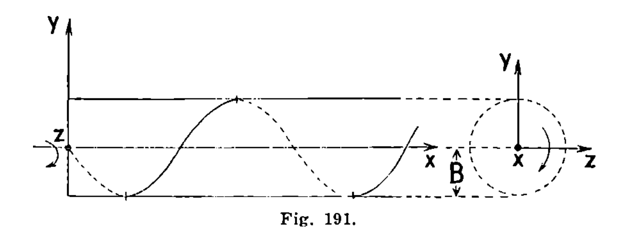


Fig. 191.

das en el mismo eje), la ordenada Y_2 de la proyección de un punto de la misma estará dada, de acuerdo a [2] y [4] por:

$$Y_2 = -B \operatorname{sen} \varphi \cos \omega t + B \cos \varphi \operatorname{sen} \omega t,$$

o sea:

$$Y_2 = B \operatorname{sen} (\omega t - \varphi) = B \operatorname{sen} 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right). \quad [5]$$

Tenemos, así la ecuación del rayo de la onda que avanza en sentido positivo del eje de las x, y cuya amplitud B es igual al radio del cilindro de la hélice.

La ordenada Y resultante será:

$$Y = Y_1 + Y_2 = (A + B) \operatorname{sen} \omega t \cos \varphi + (A - B) \cos \omega t \operatorname{sen} \varphi,$$

o sea, siendo $A + B = a$, y $A - B = b$:

$$Y = a \text{ sen } 2\pi \frac{t}{T} \cos \frac{2\pi x}{\lambda} + b \cos 2\pi \frac{t}{T} \text{ sen } \frac{2\pi x}{\lambda} \cdot \quad [6]$$

Por otra parte, sumando la y y la z de [1] y [4], y conservando el valor de x, obtenemos:

$$\begin{aligned} y &= (A - B) \text{ sen } \varphi = b \text{ sen } \varphi, \\ z &= -(A + B) \cos \varphi = -a \cos \varphi, \qquad [7] \\ x &= \frac{\lambda\, \varphi}{2\pi} \cdot \end{aligned}$$

Éstas son las ecuaciones de una hélice elíptica, que al girar con la velocidad ω da origen, en su proyección, a una onda cuya ecuación obtenemos por [2]:

$$Y = b \text{ sen } \varphi \cos \omega t + a \cos \varphi \text{ sen } \omega t; \qquad [8]$$

que coincide, como era de esperar, con [6]. Si las amplitudes de ambas ondas son iguales, el eje menor de la elipse se hace igual a cero, y la hélice elíptica degenera en una sinusoide plana.

Si se hace girar una hélice elíptica, se aprecia en seguida, por su sombra, las características de una onda que es, al mismo tiempo, "semiestacionaria" y "semiprogresiva".

Una hélice elíptica se construye fácilmente, arrollando un alambre sobre un cilindro elíptico, y para ello no es difícil conseguir algún tarro o frasco de esta forma. También puede lograrse una hélice de esta clase, aplastando adecuadamente otra cilíndrica.

Ondas longitudinales progresivas y estacionarias

La figura 192 representa el dibujo que debe efectuarse en un disco para obtener con el dispositivo de la figura 183 una representación de la propagación de una onda

longitudinal. El disco girará alrededor de *O*, y las circunferencias excéntricas a dibujarse tienen por centros los puntos 1; 2; 3; ...; 7; 8; 1; 2; ...; etc. La diferencia entre los radios de dos circunferencias consecutivas con

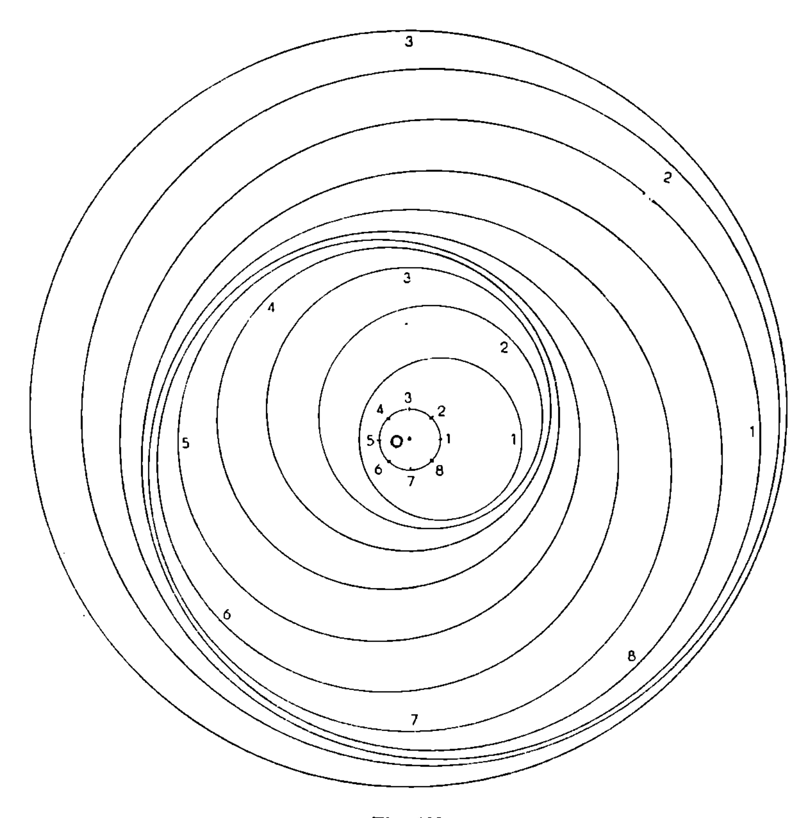


Fig. 192.

centro en el mismo punto, será igual a la longitud de onda.

La figura 193 representa el dibujo que deberá efectuarse para obtener la representación de una onda estacionaria. Los centros sucesivos de las circunferencias dibujadas son los puntos 1; 2; ...; 7; 8; 1; ...; etc. Las

N y *V* de la figura representan los nodos y vientres del movimiento, respectivamente.

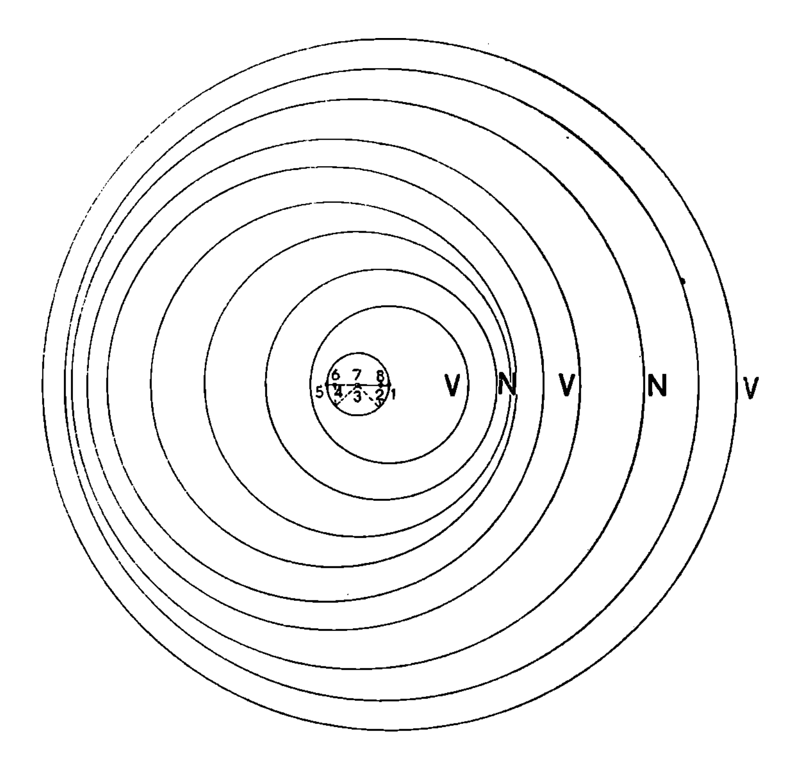


Fig. 193.

Aun cuando en los catálogos de instrumentos de Física se encuentran los discos que preceden, hemos creído conveniente indicar la manera de dibujarlos, que, como se ve, no ofrece ninguna dificultad, así como tampoco la construcción del aparato de la figura 183.

Interferencia

Parecería que habiendo estudiado bien la propagación de las ondas, no hiciera falta modelo alguno para aclarar lo referente al fenómeno de las interferencias. Y así es, efectivamente, si se exceptúa lo que debe entenderse por luz coherente. El modelo que describiremos a continuación es particularmente útil para aclarar aquel concepto.

Sobre dos varillas, *A V* y *A' V'*, se fijan (fig. 194) sendos e iguales sinusoides de alambre. Estas varillas llevan en sus extremos las arandelas *A* y *A'*, que permiten fijarlas a los clavos o chinches *C* y *C'* puestos en el

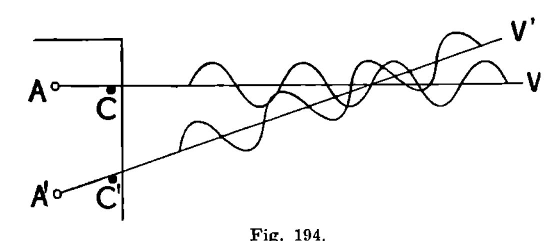


Fig. 194.

encerado, de modo que puedan girar sin deslizarse. En estas condiciones, los clavos pueden representar los dos orificios del experimento de Young, y los sinusoides, las ondas que parten de los mismos. Haciendo girar las varillas, de modo que ambos sinusoides se crucen en diversas posiciones, se verá a qué puntos "llegan las ondas" en concordancia o en oposición de fase, comprendiéndose así por qué ciertas regiones aparecerán iluminadas y otras obscuras. Si, en cambio, se apoyan simplemente las varillas sobre los clavos, aquéllas podrán deslizarse independientemente una de la otra. Cuando así se proceda, un punto cualquiera del espacio, en que los dos "trenes de onda" se superpongan, lo harán con todas las diferencias posibles de fase: ya anulándose, ya reforzándose, etc. El sistema de franjas de interferencia debe desaparecer. En resumen: basta apoyar las varillas sobre *C* y *C'* para

obtener la representación de dos ondas de luz no coherente, o sea, independientes entre sí.

Consideraciones generales sobre los modelos mecánicos

Es suficiente hojear un catálogo cualquiera de aparatos destinados a la enseñanza para ver que en ellos se mencionan gran número de modelos ideados para aclarar los tópicos más diversos. Naturalmente que no todos tienen el mismo valor didáctico. Algunos son muy bonitos, y llaman la atención del alumno en tal forma, que éste concentra todo su interés en el modelo en sí, perdiendo de vista el principal objetivo.

Para citar un ejemplo, recordaré aquí que cuando me inicié en la enseñanza, mostraba siempre a mis alumnos el conocido modelo que se usa para explicar la imanación, consistente en una tablilla dispuesta horizontalmente, y sobre la cual pueden girar un sin fin de diminutos imanes. Para que el modelo resultara más llamativo aún, cada uno de los pequeños imanes iba provisto de un disco de cartón, en que la mitad del mismo estaba pintada de rojo. Acercar un imán al modelo y ver cómo los discos se ordenaban y disponían al igual que disciplinados soldados de un ejército, constituía para los muchachos un verdadero espectáculo. Pero no era nada fácil apartarlos luego de los movedizos cartones. Por esta razón, opté finalmente por enseñarles la teoría elemental de la imanación prescindiendo de todo modelo, sin notar que encontraran en ello dificultad alguna. El modelo se lo mostraba después, sólo al final, pero no ya como modelo destinado a aclarar un concepto o una teoría, sino, simplemente, como un juguete.

El excesivo uso de modelos mecánicos lleva al alumno a la concepción de que, en Física, todo debe ser explicado mecánicamente.

Los físicos padecieron también de esta ilusión, y hubo una época —sobre todo entre los físicos ingleses— en

que la construcción de modelos mecánicos llegó a constituir una verdadera manía. Si se acerca un imán a un carrete, se produce en éste, por inducción, una corriente eléctrica. Nada más fácil que mostrar el fenómeno y dar la ley del mismo. ¿Convendría que se construyera un modelo mecánico para "explicar" este fenómeno? Imaginaos a las líneas de fuerza del imán sustituídas por resortes; a los electrones, por esferas, y un mecanismo complicado que pusiera en movimiento circular a éstas al estirar aquéllos. ¿Se habría explicado algo con este modelo? Indudablemente, no. Ningún físico piensa ya en reducir los fenómenos electromagnéticos a la mecánica, por lo cual deben considerarse las leyes fundamentales de la electricidad tan primitivas como la propia ley de inercia.

Los modelos mecánicos de uso en la enseñanza no deben considerarse como si fueran copias de la realidad. Sólo constituyen auxiliares didácticos, como la tiza y el encerado.

XV

LA ENSEÑANZA DE LA FÍSICA EN LOS TRES CICLOS

Ciclo primario. — Ciclo medio. — Algunos escalones más. — Ciclo superior. — La aberración de la luz y la rueda de Fizeau. — Sistema privilegiado y sistemas plebeyos. — La aberración de la luz y la relatividad de la simultaneidad. — La aberración de la luz en la teoría de la relatividad. — Deducción de las fórmulas de transformación de Lorentz, basándose en la aberración de la luz. — Representación intuitiva. — "Apariencia y realidad". — Aberración mecánica y óptica. — La aberración astronómica y los sistemas de referencia. — Física superior en forma elemental.

A) Ciclo primario

Ya hemos hecho notar, en la pág. 95, que la enseñanza de la Física en el ciclo primario debe reducirse, casi exclusivamente, a mostrar ciertos fenómenos, a hacer que los chicos realicen por sí mismos sencillos experimentos, en su mayor parte sólo cualitativos, y a familiarizarlos con los nombres y las cosas que observan. Además de gran parte de los experimentos que hemos indicado en los capítulos VI y VII, para cuya realización no se requiere laboratorio especial alguno, es factible efectuar muchos otros aprovechando para ello las clases de trabajo manual, en las que puede hacerse que los alumnos construyan, por sí mismos, aparatos y dispositivos diversos. Pero todo no debe ser un desfilar de hechos y fenómenos curiosos o

llamativos. Es necesario habituar al alumno, desde el comienzo, a vincular unos hechos con otros, y a extraer las consecuencias de las verdades establecidas. Hacer esto es hacer ya Física teórica, aunque con este nombre se entienda, habitualmente, sólo lo referente a la Física superior. Pero un mismo asunto puede ser encarado de modos diversos, consistiendo la habilidad del maestro en trasladar sus conocimientos al plano mental del alumno. Para mostrar, con un caso concreto, que esto es posible, examinaremos en este capítulo las diversas graduaciones con que puede ser enseñado el mismo tópico. Elegiré, para ello, un asunto eminentemente teórico: el movimiento relativo y la aceleración de *Coriolis*. La elección no ha sido fortuita: aun hoy recuerdo la manera como mi antigua maestra de quinto grado, de la escuela primaria, explicaba ese asunto, sin darle, como es natural, aquellos nombres.

Sobre la mesa del aula de aquella simpática escuelita rural estaba el globo terráqueo, que podíamos tocar con nuestras propias manos, y que hacíamos girar con velocidad vertiginosa. Se trataba del mismo globo que en otras ocasiones, iluminado por una velita, había servido para explicarnos, en la penumbra de la sala, la invariable sucesión de los días, las noches y las estaciones. Ya sabíamos que en la zona del ecuador reinaba un calor infernal, y no nos era desconocido el inhospitalario y glacial frío de las zonas polares. Al reverberante y cálido aire del ecuador lo veíamos ascender, mientras impetuoso corría, a lo largo de los meridianos y desde los polos, el aire frío, que venía a ocupar el "lugar vacío" dejado por aquél. Superpuesta a estas corrientes frías, que se iban entibiando a medida que lamían la superficie de la Tierra, veíamos progresar también, en sentido opuesto, por las altas regiones de la atmósfera, las masas de aire que viajaban, para completar el ciclo, hacia los helados casquetes polares.

Y llegamos así a nuestro asunto, a lo extraordinario, a la desviación que experimentan los vientos alisios a cau-

sa de la rotación de la Tierra. Ésta da una vuelta en 24 horas: las casas, los árboles y el aire mismo de la región ecuatorial deben marchar a una velocidad fantástica para poder recorrer 40 000 km en aquel tiempo. ¡Una velocidad de más de 1600 km por hora!

Ya entonces todos los alumnos de la clase comprendíamos perfectamente el principio de relatividad de la mecánica de Galileo, pues sabíamos que si saltábamos en el interior de un tren en movimiento, caeríamos en el mismo lugar del tren en que habíamos efectuado el salto. Era motivo de risueños comentarios entre nosotros, lo que nos había contado nuestra maestra acerca de ciertas objeciones que se hacían a la teoría del movimiento rotacional de la Tierra. Eso de que pensaran que al dar un salto el suelo debía correr debajo de nuestros pies, y chocar contra nosotros las paredes situadas del lado del oeste, nos resultaba de lo más divertido.

Entendíamos también, perfectamente, que los puntos de la superficie de la Tierra cercanos a los polos debían moverse con una velocidad mucho menor que los situados sobre el ecuador.

En este punto se nos formuló la siguiente pregunta: Si dos trenes marchan por vías paralelas, bien juntos y con la misma velocidad, ¿tendrían ustedes miedo de dar un salto para pasar del uno al otro? Era la época del auge de las películas de *cow-boys*, en las que con frecuencia el héroe saltaba de su caballo a un tren o a un automóvil en marcha, por lo cual lo único que sentíamos era no poder demostrar a nuestra maestra, prácticamente, que sin ningún temor realizaríamos la prueba, aun en el caso de que los trenes hubieran marchado bastante separados entre sí. Alguno de mis compañeros observó que ni siquiera era necesario saltar, pues bastaba poner una tabla, a modo de puente, entre ambos, para pasar cómodamente del uno al otro.

—"¿Y si el segundo tren marcha más rápido que el primero?" "¿Y si marcha más despacio?" ¡Qué algarabía!

¡Qué bien comprendíamos que en esas circunstancias recibiríamos nuestros buenos porrazos!

Después de esto nos fué fácil imaginar a las heladas masas de aire, que acudían desde los polos a refrescar la zona ecuatorial, cruzando a través de los paralelos terrestres, cada vez más veloces, y quedando en consecuencia retrasadas con respecto a ellos.

Si se nos hubiera preguntado qué ocurriría si con un gran cañón dispararan un proyectil desde Londres, dirigido al África, es seguro que todos hubiéramos respondido que el impacto se efectuaría en el Brasil, y con los ojos de la imaginación hubiéramos podido seguir también la trayectoria de una bala que, disparada desde Quito hacia el Canadá, se adelantaba paulatinamente, para llegar, quizás, a Suecia o a Noruega.

Física teórica de este tipo, puede enseñarse perfectamente en la escuela elemental. Felizmente, son muchos los maestros inteligentes y entusiastas que así lo hacen.

B) Ciclo medio

En realidad, todo este libro está dedicado a la enseñanza de la Física en el ciclo secundario, por lo cual será muy poco lo que aquí agregaremos. Dicho ciclo abarca desde las clases postprimarias hasta las preuniversitarias, siendo entonces necesario saber elegir la manera cómo, en cada caso, ha de enseñarse un mismo asunto. Prosiguiendo con el ejemplo que estábamos considerando, veamos de qué modo podría ser tratada aquella cuestión en un plano algo más elevado.

Debo advertir que en muchos de mis cursos del Colegio Nacional he explicado a mis alumnos (muchachos de 16 a 17 años, término medio) lo que expondré a continuación, y si así lo hice, fué por *exigencia* de ellos mismos. Hago esta advertencia, porque ningún programa de Física de enseñanza media menciona nada de ello, que, por otra

parte, tampoco es tenido en cuenta en los textos elementales.

La "exigencia" de que hablaba surgió del modo siguiente: Estábamos explicando lo referente a la conservación del impulso rotatorio; el experimento de la silla giratoria había sido repetido dos o tres veces por otros tantos alumnos.

Para que comprendieran que se trataba de un principio general, y con objeto de que quedara en ellos bien grabado lo que estábamos tratando, les propuse esta cuestión: "Supongan que un maniático poderoso dispone que miles de barcos se dediquen, en forma continua e ininterrumpida, a transportar tierra y piedras desde los polos al ecuador, hasta lograr que el abultamiento ecuatorial aumente en forma apreciable. ¿Qué ocurriría?". La respuesta no se hizo esperar, y hasta alguien propuso que en lugar de alargar la duración del día por ese procedimiento, convendría más efectuar el acarreo en sentido inverso, para que, acortándose, fueran más breves las horas de clase.

Pero he aquí que uno de los mejores alumnos dice que no concibe, que no comprende cómo puede "agarrarse" la Tierra para que aumente o disminuya su velocidad; necesita saber cómo nacen las fuerzas que serían capaces de producir semejante prodigio. Nos dice que el experimento de la silla giratoria tampoco lo comprende; acierta a describirlo, pero no sabe *por qué* ocurren las cosas así y no de otra manera. Al poco tiempo ya no era él el único que no comprendía, y todos querían repetir por sí mismos el experimento, en el cual veían algo de mágico u oculto.

Desde luego, advertí que lo que querían era la demostración del principio de la conservación del impulso rotatorio. Pero, ¿cómo hacerla? ¿Tendría que decirles que eso era una cuestión de "mecánica superior", inalcanzable para ellos? No, el fenómeno es demasiado simple como para que no admita una demostración sencilla. Para la clase siguiente hice preparar, en el taller del laborato-

rio, un dispositivo consistente en una canaleta de madera, como de un metro de longitud, que fijé por su parte central a una pequeña plataforma giratoria montada sobre municiones (fig. 195). En el centro de la canaleta coloqué dos pesadas bolas de acero, que podían deslizarse a lo largo de la misma. Haciendo girar la plataforma horizontalmente, y manteniendo las esferas en las proximidades del eje de giro, una a cada lado, mediante una lata doblemente acodada, se advertía que al retirar ésta, las bolas se alejaban del eje, y que con ello disminuía la velocidad angular del conjunto. Con esto, todo pudo ser explicado en forma muy simple. Supongamos que la canaleta gire alrededor de *O* con velocidad angular constante, mientras la masa situada en ella se aleja del eje (fig. 196). En este caso, la velocidad tangencial de la bola tendrá que ir creciendo, pudiéndosela representar por los vectores 1, 2, 3, a medida que aquélla pasa por *A B C*,... Para que esta velocidad aumente, será necesario que la pared *P P′* de la canaleta aplique a la bola cierta fuerza; otra fuerza, *F*, igual y opuesta, ejercerá la masa en movimiento contra dicha pared. Es el momento de esta fuerza respecto al eje *O* el que produce la disminución de la velocidad angular.

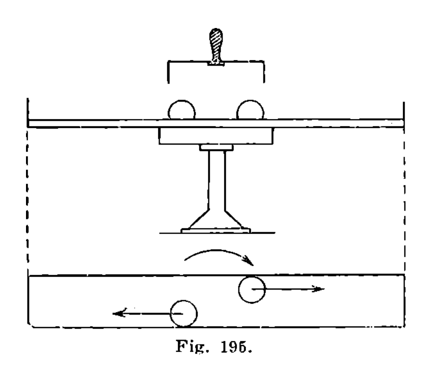


Fig. 195.

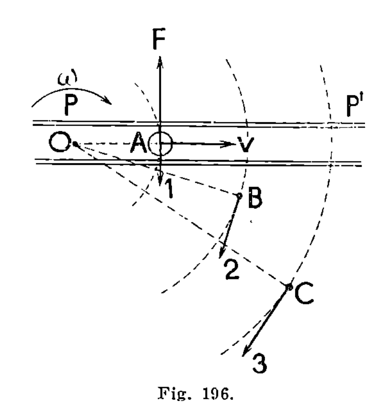


Fig. 196.

Esta demostración, aunque correcta, es incompleta. Las dificultades deben ser atacadas una por una. Ya con esto los alumnos entienden de dónde hubieran nacido las fuerzas capaces de frenar o acelerar a la Tierra en su movimiento, a raíz de aquel fantástico transporte de materiales de que hablábamos. Si se trata de un tren que marcha desde Buenos Aires hacia el ecuador, es el riel de la izquierda (el situado al oeste) el que presionará contra las pestañas de las ruedas que por él corren, para hacer que el vehículo vaya adquiriendo la velocidad, cada vez mayor, de los paralelos que atraviesa, debiendo entonces el tren apoyarse, con igual fuerza, por reacción, contra ese mismo riel, fijo a la tierra, como si tratara de frenar a ésta en su movimiento. Si marcha en sentido opuesto, atraviesa paralelos que tienen cada vez menor velocidad, presionando entonces contra el riel situado hacia el este, como si tratara de descarrillar hacia ese lado.

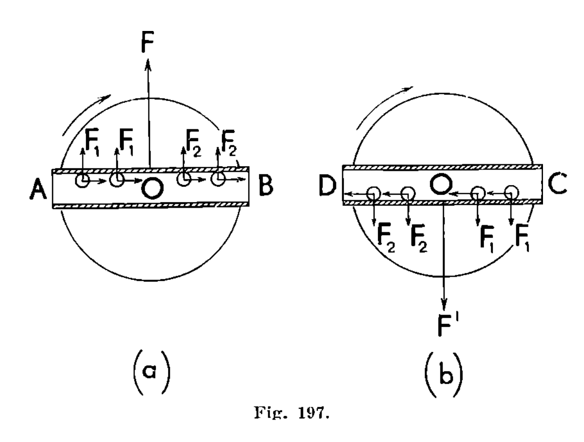


Fig. 197.

Ya no se asombrarán, después de la sencilla explicación que precede, cuando lean, en algún tratado de Geología, que en el hemisferio norte se desgasta más la ribera derecha de los ríos (sobre todo si corren siguiendo la dirección de los meridianos), en tanto que en el sur es la izquierda la que experimenta mayor erosión. Los espíritus prácticos querrán saber si de todo esto puede obtenerse alguna aplicación, y estando ya en condiciones de poderles explicar el fundamento de la brújula giroscópica, podríamos hacerlo del siguiente modo: Imaginemos una canaleta *A B* fija a un disco de gramófono en movimiento

(fig. 197). Por ella supondremos que corren esferas a cierta velocidad.

En (*a*) se ha supuesto que marchan de *A* hacia *B*. En este caso, las esferas que se acercan al centro *O*, tratando de conservar la mayor velocidad que tenían en sentido tangencial, cuando estaban próximas a la periferia del disco, presionarán contra la pared de la canaleta, originándose así las fuerzas F_1 representadas en la figura. Las que se alejan de *O* presionarán también con las fuerzas F_2 en el mismo sentido, oponiéndose, por inercia, al aumento de velocidad tangencial que debe producirse debido a aquel alejamiento. Las fuerzas F_1 tienden a hacer que la velocidad del disco aumente; las F_2, a que disminuya. La resultante de estas fuerzas tendrá el sentido y la dirección del vector *F*.

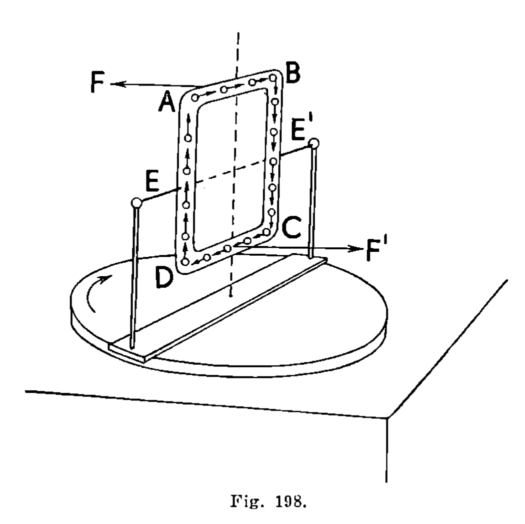


Fig. 198.

En la parte (*b*) de la figura, en que las esferas marchan de *C* hacia *D*, la fuerza resultante, que actúa sobre la canaleta, está representada por el vector *F'*.

Consideremos, ahora, un tubo rectangular *A B C D* (fig. 198), que pueda girar alrededor del eje *E E'*, y supongamos que por el interior del mismo circulan esferas en el sentido *A B C D*. Montando el soporte de este tubo sobre un disco giratorio, las fuerzas *F* y *F'* originarán una cupla que tiende a hacer que el plano del tubo se coloque paralelamente al disco, de tal modo que las esferas que circulan por su interior lo hagan, finalmente, en el mismo sentido en que gira la plataforma. Sustituyendo ahora a ésta por la tierra, y al tubo por una rueda en

rápido movimiento de rotación, con suspensión apropiada, el alumno comprenderá, sin dificultad, por qué el eje de aquélla tiende a colocarse paralelamente al terrestre y, de tal modo, que coincidan los sentidos de ambas rotaciones. En la figura 199 se ve al cuadro *A B* que puede girar alrededor del eje vertical *b b'*. En este cuadro está montado el giróscopo, que gira sobre el eje horizontal *a a'*. Este eje es el que se dispone paralelamente al meridiano del lugar. En el ecuador es donde el aparato adquiere el máximo de sensibilidad.

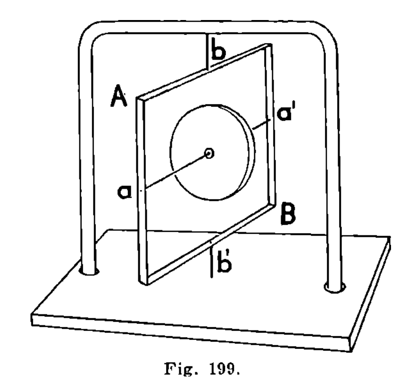


Fig. 199.

Algunos escalones más

En general, la explicación que hemos dado líneas más arriba es suficiente para satisfacer a la mayor parte de los alumnos. Ocurre, sin embargo, felizmente, de tanto en tanto, que alguno de ellos quiere saber, por ejemplo, cuánto vale la fuerza con que el tren presiona contra las vías, y estimulándole tratará de calcular por sí mismo la aceleración que origina a aquélla. En la posición *A* de la figura 196, si es r_1 la distancia del punto al eje de giro, la velocidad tangencial, en ese instante, será ωr_1. En otra posición *B*, distante r_2 del eje, la velocidad tangencial valdrá ωr_2, siendo entonces el aumento de la misma $\omega (r_2 - r_1)$. Si el pasaje de *A* a *B* ha ocurrido en un tiempo *t*, bastará dividir por este tiempo para obtener la aceleración. Como el cociente de $r_2 - r_1$ por *t* nos da la velocidad *v*, resulta así que la aceleración buscada tendría que ser igual a ωv. En más de una oportunidad, alguno de mis exalumnos efectuó por sí mismo el cálculo

precedente, quedando perplejo cuando le decía que el valor correcto no era aquél, sino el doble: $a = 2\,\omega\,v$.

Desde luego que deseaba saber de dónde podría surgir ese otro "aumento" de la velocidad en sentido tangencial. A muchachos que se interesan de ese modo por estas cuestiones basta, en general, con sugerirles el camino que deben seguir. Encuentran placer en recorrerlo y hallar solos el resultado que buscan. Basta con indicarles, en este caso, que la otra parte de la aceleración la hallarán si tienen en cuenta el cambio en dirección que va experimentando continuamente, al girar el tubo, la velocidad v.

Advierten que dicho vector gira en un ángulo $\omega\,t$ en el tiempo t, y supuesto este tiempo muy pequeño, encuentran, siguiendo el mismo camino empleado para hallar el valor de la aceleración centrípeta, la otra parte de la aceleración de Coriolis. Es esta segunda parte la que no tuvimos en cuenta para nada en todas las explicaciones precedentes. Los alumnos nos agradecerían íntimamente si supieran de estos "olvidos" voluntarios, que son de imperiosa necesidad en la enseñanza. Al profesor que le repugne explicar algo a medias, que sienta en su interior que está ocultando a sus alumnos la mitad de la verdad (exactamente la mitad, en el caso del ejemplo tratado), le bastará, para evitar el tener que soportar durante toda la clase esa especie de presión psíquica, el decir, desde el comienzo, en el caso que nos ocupa, que la pared del tubo debe presionar a la esfera que se aleja del centro por *dos* razones: una, para hacer que aumente su velocidad tangencial; otra, para torcer, para desviar, para cambiar la dirección de la velocidad radial.

Puede todavía darse de esto mismo una demostración directa sencillísima. Consideremos al punto en la posición A: las componentes de su velocidad son v y $\omega\,r$. Si quedara libre en ese momento (si el extremo del tubo coincidiera con A), seguiría, a partir de entonces, la diagonal del paralelogramo construído sobre esos vectores (fig. 200), y se encontraría, al cabo de un tiempo t, suficientemente pequeño (como para poder confundir al arco con

la tangente), en un punto tal como C, siendo $AB = \omega r t$ y $BC = vt$. Pero se encuentra realmente en D. El espacio CD, recorrido en forma suplementaria por la acción del tubo, tendrá que ser igual a $\frac{1}{2} a t^2$, siendo a la aceleración, y como es $CD = \omega t . v t$, se obtiene $a = 2 \omega v$.

Continuando por este camino escalonado, que estamos recorriendo a título de ejemplo, para mostrar que las dificultades pueden ser vencidas más fácilmente si se las ataca una tras otra, en lugar de arremeter desde el comienzo contra todas ellas en conjunto, indicaremos la manera de completar lo referente a la aceleración de Coriolis, en el caso de que la dirección de la velocidad v forme cierto ángulo que difiera de 90° con el eje de giro. Bastará descomponer el vector v de tal modo, que una de las componentes tenga la dirección del eje de rotación, debiendo ser la otra normal al mismo.

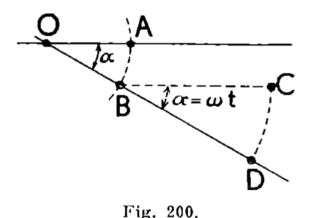


Fig. 200.

Esta última, igual a v sen α, originará la aceleración compuesta, cuyo valor resulta ser, en el caso general, $2 \omega v$ sen α.

Recién ahora nuestro alumno está en condiciones de calcular la fuerza que el tren del ejemplo ejerce contra las vías. Encuentra, así, que una máquina de diez toneladas, marchando a razón de 100 kilómetros por hora, en la dirección de los meridianos, ejerce contra los rieles, en sentido lateral, a la latitud de 45°, una fuerza de casi tres kilogramos. Ahora que comprende perfectamente el porqué del aumento de la velocidad angular de la silla giratoria al encoger los brazos, es posible que quiera saber si de ello podría deducirse la ley de la conservación del impulso rotatorio. Volvamos, para ello, a nuestro tubo que gira con la velocidad ω, y en cuyo interior se desplaza la masa m, con velocidad v. Ya sabemos que la aceleración es igual a $2 \omega v$; la fuerza, $2 m \omega v$, y el momento de ésta, $2 m \omega v r$, si en el momento considerado es r el radio de

giro. Si llamamos I_0 al momento de inercia del tubo, el momento de inercia total del sistema será $I_0 + m\,r^2$, por lo cual la aceleración angular, igual al momento de la fuerza actuante sobre el momento de inercia, tendrá por expresión:

$$\frac{d\,\omega}{d\,t} = -\frac{2\,m\,\omega\,v\,r}{I_0 + m\,r^2}\,. \qquad [1]$$

El signo menos proviene del hecho de que la velocidad angular debe disminuir si r aumenta. Tenemos, así:

$$\frac{d\,\omega}{\omega} = -\frac{2\,m\,r\,d\,r}{I_0 + m\,r^2}\,, \qquad [2]$$

por ser $v\,d\,t = d\,r$. Llamando I al momento de inercia total, se tiene entonces:

$$\frac{d\,\omega}{\omega} + \frac{d\,I}{I} = 0; \qquad [3]$$

que conduce de inmediato a

$$I\,\omega = \text{constante}. \qquad [4]$$

El planteamiento de la ecuación diferencial [1] no asusta a ningún muchacho que tenga cierta predisposición por estas cosas, y el pasaje de [1] a [2] se efectúa también sin dificultad. En cambio, ¿cómo pasamos de [2] a [3] si el alumno no sabe cálculo diferencial y, lo que es peor, cómo integramos esa ecuación para llegar a la [4]?

En mi experiencia docente se me han presentado, con bastante frecuencia, casos análogos al que precede. No en las horas de clase, sino fuera de ellas, en que los alumnos preguntan esto o aquello. Efectúo la demostración para mí (en los casos en que puedo hacerlo), y luego me esfuerzo por traducir lo encontrado al lenguaje de los alumnos. Hago lo posible por satisfacer su sana curiosidad intelectual, y, realmente, me apena cuando no lo logro.

Si he intercalado esto último, ha sido, más que nada, para mostrar concretamente cómo, en muchos casos, es posible efectuar esa traducción. Para ello, comencemos por escribir la [2] reemplazando el signo de diferencial, que puede asustar al alumno, por el $\triangle$, que sólo representa una diferencia finita. Tenemos, así:

$$\frac{\triangle \omega}{\omega} = -\frac{2\, m\, r \,.\, \triangle r}{I_0 + m\, r^2}.$$

Claro está que advertiremos que estos $\triangle$ tienen que ser suficientemente pequeños para que el primer miembro de la [1], escrito en esta forma, pueda representar la aceleración angular instantánea y no la aceleración media.

Escribiendo ahora:

$$I = I_0 + m\, r^2,$$
$$I' = I_0 + m\, (r + \triangle r)^2,$$

y restando, se encuentra:

$$I' - I = \triangle I = 2\, m\, r \,.\, \triangle r - m \,.\, \overline{\triangle r}^{\,2}.$$

Que el segundo término del segundo miembro puede dejar de considerarse, es entendido por los alumnos sin dificultad alguna, sobre todo si se les hace suponer que $\triangle r$ vale sucesivamente un milésimo, un millonésimo de r, etc.

Llegamos así a escribir:

$$\frac{\triangle \omega}{\omega} = -\frac{\triangle I}{I},$$

o lo que es lo mismo:

$$I \triangle \omega + \omega \triangle I = 0.$$

Si suponemos

$$I\, \omega = \text{constante} = A,$$

e incrementamos a I en $\triangle I$ y ω en $\triangle \omega$, tendrá que cumplirse:

$$(I + \triangle I)\ (\omega + \triangle \omega) = A,$$

o sea:

$$I \triangle \omega + \omega \triangle I + \triangle I . \triangle \omega = 0.$$

que, luego de "tachar" al último término del primer miembro, coincide con la ecuación establecida. Ya el alumno aprenderá, más tarde, a pulir estas demostraciones; entretanto, quedará satisfecho y con ansias de seguir estudiando.

C) Ciclo superior

El modo de encarar la enseñanza de la Física en el ciclo dependerá, fundamentalmente, de lo que se proponen llegar a ser los alumnos que reciben aquella enseñanza: ingenieros, profesores, físicos, etc.

Pero la Física para ingenieros no difiere de la Física para químicos; la Física es una, aun cuando sus diversos temas no interesen a todos por igual. Lo que en todos los casos deberá procurarse es que los alumnos lleguen a comprender íntimamente la parte esencial de lo que se conceptúa como más importante, poniéndolos en condición de que puedan proseguir, más tarde, el estudio por su propia cuenta.

En este ciclo, las dificultades que encuentran los alumnos en el estudio de nuestra materia no radican, en general, en la mayor o menor complicación del aparato matemático que se emplee. ¡Cuántas veces nos ha ocurrido que, a pesar de poder seguir una larga demostración matemática paso a paso, tenemos conciencia de que lo fundamental se nos ha escapado! En los exámenes de fin de curso es frecuente ver que un alumno llena el encerado de fórmulas correctas, que sólo sirven para disimular la oscuridad del concepto que tiene sobre lo que se le ha preguntado. Saben, por ejemplo, hacer una demostración general de mecánica para n puntos materiales

cualesquiera, y se quedan anonadados e impotentes ante un modestísimo problema en que intervienen sólo dos de aquéllos. Pero no siempre son ellos los culpables de esta anomalía. Muchas veces son los profesores quienes no han sabido explicar el asunto con la claridad debida. Algunos, temperamentalmente, gustan demasiado de las demostraciones elegantes y generales. Con ellas, en dos saltos llegan a la olímpica cima. Les parece absurdo que pudiendo volar, se marche penosamente paso a paso. Parecería que desconocieran el penoso esfuerzo que ha requerido el hallazgo de cualquiera de los conocimientos que ahora, en forma perfecta y acabada, pretenden que sean asimilados por sus alumnos. Desprecian el ejemplo sencillo y las demostraciones simples y concretas. Parecen prestidigitadores que, en lugar de conejos, extrajeran consecuencias: en uno y otro caso, no se advierte el truco.

Auténtico profesor, en cambio, es aquel que sabe poner en descubierto y en forma descarnada ese mismo truco; el que no oculta las ideas en un ropaje de fórmulas, sino que, por el contrario, muestra cómo aquéllas expresan el concepto que las nutre, las alienta y les da vida.

Hace también demostraciones generales y elegantes, pero se cuida muy bien de preparar previamente el camino, para estar seguro de llegar a la cumbre acompañado de sus alumnos. Después de una larga y penosa demostración, sabe volver atrás y repetir los pasos esenciales, señalando cuáles han sido los puntos de apoyo y cuáles los hilos principales de la trama. Se produce en él como una especie de desdoblamiento, pues, mientras habla como profesor, se está escuchando a sí mismo como alumno. Como tal, es severo en sus juicios, procurando rectificar en la clase de mañana los yerros cometidos en la de hoy.

Si se me pidiera que condensara en una fórmula la manera cómo, a mi juicio, debe enseñarse Física en el ciclo superior, diría que ella debe ser tratada *en forma elemental.*

"En forma elemental". ¿Qué quiero expresar con ello? Para poner de manifiesto mi pensamiento, he de ser-

virme de algunos ejemplos concretos. Si en un curso de mecánica vamos a tratar la teoría del movimiento relativo, considero que no es nada desdeñable que al comienzo se considere el asunto en forma parecida a como lo hemos hecho en párrafos anteriores. Después vendrá la demostración general, que se encuentra en cualquier libro de mecánica; pero sólo *después*. Si nos vamos a ocupar del principio de D'Alembert y de las ecuaciones de Lagrange, ¿por qué no comenzar con algunos de los sencillos problemas que hemos mencionado en el capítulo VIII? Aun asuntos sumamente difíciles pueden ser encarados elementalmente. *Elementalmente* no quiere decir superficialmente. Más bien, todo lo contrario, pues, al tratar un asunto, deberá analizarse parte por parte y elemento por elemento del mismo.

La síntesis vendrá luego, y entonces sí podremos abarcar el conjunto de un solo golpe de vista.

Trataré, a continuación, elementalmente, a título de ejemplo, un asunto que es considerado en general como difícil, ya que su interpretación ha originado y origina, aun hoy, no pocas controversias. Me referiré a la teoría clásica y relativista de la aberración de la luz, y marcharé peldaño por peldaño. Además, al referirme a la teoría de la relatividad, se verá de paso, en líneas generales, cómo podría enseñarse la parte esencial de la misma en ciclos menos avanzados.

La aberración de la luz y la rueda de Fizeau

El fenómeno de la aberración astronómica de la luz, descubierto por Bradley en 1725, consiste en un movimiento que parecen tener todas y cada una de las estrellas. Se observa, en efecto, que describen (o parecen describir) pequeñas elipses.

El eje mayor de todas ellas tiene una amplitud angular de 41″; en cambio, la del eje menor es variable, pues depende de la latitud celeste de la estrella. Si ésta se en-

cuentra situada sobre el mismo plano de la eclíptica (en el plano de la órbita que recorre la Tierra), el eje menor es nulo, por lo cual la elipse de aberración se convierte, en este caso, en un segmento de arco. La estrella, situada en ese plano, parece recorrerlo en uno y otro sentido, como un péndulo.

En los polos de la eclíptica (latitud celeste igual a 90°), las elipses de aberración son circunferencias: el eje menor de la elipse es igual al eje mayor. En general, si la latitud celeste es λ, el eje menor, b, de la elipse es igual al eje mayor, a, por el seno de aquel ángulo: $b = a$ sen λ. Además, el tiempo que tardan las estrellas en recorrer esas elipses es, para todas ellas, exactamente igual a un año, y el sentido del movimiento coincide con el de la Tierra en su movimiento orbital alrededor del Sol.

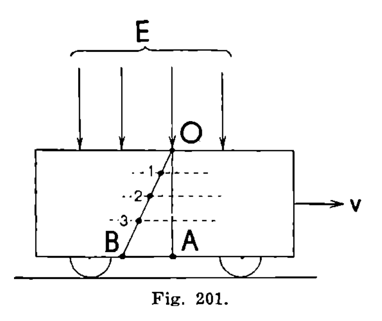


Fig. 201.

Todo esto hace pensar que el movimiento de la Tierra debe desempeñar un papel principalísimo en la explicación del fenómeno. Pero no puede tratarse aquí de un efecto de perspectiva, de paralaje, pues si así fuera, las elipses tendrían que ser tanto menores cuanto más lejanas estuvieran las estrellas. La más cercana a nosotros (α del Centauro) parece recorrer, por efecto de paralaje, una elipse cuyo eje mayor vale tan sólo 1″,5 no alcalzando el movimiento paraláctico de Canopus ni siquiera a dos centésimos de segundo de arco, pero, en ambos casos, la amplitud de la aberración es la misma.

La explicación clásica del fenómeno, dada por el mismo Bradley dos años después de haber descubierto el efecto, es la siguiente: Supongamos un vagón de tren que marcha horizontalmente con la velocidad v (fig. 201). Consideremos que el techo del mismo sea de cristal, y que sobre él incidan, en un momento dado, verticalmente, los

rayos de luz provenientes de una estrella E. Si el vagón estuviera en reposo, el rayo de luz que penetró por O incidiría en un punto A del suelo del mismo, pero si aquél se desplaza con velocidad v, ya no incidiría en ese punto. Si la luz empleó un tiempo t en atravesar el vagón —en ir de O a A— en ese tiempo éste avanzará cierto espacio $B\,A$, igual a $v\,t$, y el rayo incidirá en el punto B. *Con respecto* al vagón, el rayo parece seguir la dirección $O\,B$, aunque el camino *"realmente"* seguido es $O\,A$. La trayectoria aparente del rayo, la $O\,B$, podría quedar registrada si imaginamos que se disponen, paralelamente al techo del mismo, placas de vidrio sensibles a la luz. Quedarían así, marcados sobre ellas, puntos tales como el 1, el 2, etc. Si desde el interior del vagón se desea observar la estrella con un anteojo, éste deberá inclinarse, con respecto a la vertical, en un ángulo α. El eje del anteojo tendrá que seguir la dirección $O\,B$. Si llamamos c a la velocidad de la luz, es $O\,A = c\,t$, y como en ese tiempo t, el vagón recorre el espacio $B\,A = v\,t$, resulta:

$$t\,g\,\alpha = \frac{v}{c}\,.$$

Imaginemos, ahora, que nuestro vagón recorra, sobre una pista, una circunferencia, conservando siempre la velocidad v. Como imaginar no cuesta nada, supondremos que esta velocidad alcanza el fantástico valor de 1300 kilómetros por segundo. Si la longitud de la circunferencia de la pista fuera de 130 km, nuestro vehículo daría una vuelta completa en sólo un décimo de segundo.

Prescindamos, por un momento, del extraordinario valor que alcanzaría a tener la fuerza centrífuga (unos 8 millones de veces mayor que el peso), y subamos a ese vehículo, en una noche estrellada, para contemplar, desde él, el aspecto del cielo. En ese vagón habrá seguramente sillones giratorios, para poder dirigir la vista, cómodamente, a determinada región de la bóveda estrellada. ¿Qué aspecto presentaría ésta? Aplicando la fórmula anterior a este ejemplo, el ángulo α resulta ser igual a

15′, y las estrellas situadas en el cenit paracerían describir en 0,1 segundo, una circunferencia de este radio angular, igual, aproximadamente, al radio aparente del Sol o de la Luna.

Como en aquel espacio de tiempo las imágenes retinianas no desaparecen totalmente, las veríamos transformadas en brillantes anillos.

Éstos aparecerían cada vez más y más aplastados, cuanto más cercanos estuvieran del horizonte, donde las elipses serían vistas, finalmente, sólo como líneas. Si se quisiera registrar fotográficamente el fenómeno, bastaría disponer la máquina de tal modo que se trasladara sobre la órbita de la pista sin girar, disponiéndola, por ejemplo, sobre una biela cuyos extremos recorran circunferencias idénticas.

Realmente, da pena no poder gozar de un espectáculo semejante. Pero, ¿no será posible, aunque no fuera tan espectacularmente, realizar en la Tierra, en forma experimental, el fenómeno de la aberración de la luz? Hasta hace poco hubiera respondido, sin titubear, que tal cosa era prácticamente imposible. La Tierra recorre su órbita anual a razón ,aproximadamente, de 30 km por segundo, resultando así que el ángulo α es de 20″,5. Éste es el valor de la llamada *constante de aberración*, cuyo duplo, 41″, mide la amplitud angular total de los ejes mayores de las elipses de aberración. Para experimentos que intentáramos realizar sobre la Tierra, con las velocidades reales de los vehículos de que disponemos, la constante de aberración se reduciría prácticamente a cero, y la pequeñísima desviación originada por el fenómeno sería totalmente cubierta por las inevitables trepidaciones que experimentarían los instrumentos destinados a registrar el efecto. Para un vehículo que se desplazara con la velocidad del sonido, la constante de aberración valdría tan sólo 0″23. Parece, pues, que no tenemos derecho ni siquiera a soñar que se pueda estudiar ese fenómeno experimentalmente. Sin embargo, hace ya casi un siglo que Fizeau realizó su célebre experimento de la rueda denta-

da, con el que midió experimentalmente, por primera vez, la velocidad de la luz, y ese experimento, aunque hasta ahora, al parecer, nadie lo haya advertido, no es otra cosa que una prueba experimental del fenómeno de la aberración de la luz. Todas las discusiones originadas por la interpretación clásica y relativista del fenómeno, todo el complejo asunto de los sistemas de referencia, que trataremos más adelante, se hubieran simplificado, quizás hasta desaparecer, en el caso de tener presente aquella identidad que —cosa asombrosa— no hemos visto que haya sido mencionada, hasta ahora, por ningún autor. Nada más fácil, sin embargo, que probar esa identidad.

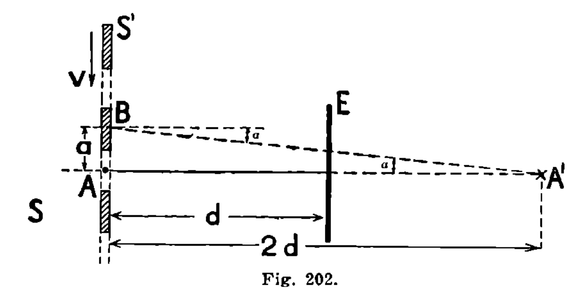


Fig. 202.

El rayo que parte del punto central A, figura 202, de una de las aberturas, y se refleja en el espejo E, retorna como si proviniera del punto A', simétrico de A con respecto a aquél. Si la velocidad de la rueda es la adecuada para que se produzca el primer eclipse, dicho rayo chocará, a su regreso, con el punto central B del diente que sigue a la abertura. Para el observador del sistema constituído por las paredes del laboratorio, sistema S, el rayo reflejado es recibido como si su trayectoria hubiera sido $A' A$. Para un observador fijo a la rueda, sistema S', ese trayecto es, en cambio, $A' B$. El ángulo $A A' B = \alpha$, es el ángulo de aberración.

Si la velocidad lineal de los dientes de la rueda es v, deberá tenerse:

$$tg\,\alpha = \frac{v}{c} = \frac{a}{2d},$$

si a es el ancho común de espacios y dientes, y d la distancia de la rueda al espejo.

Si n es el número de dientes de la rueda, que da N vueltas por segundo, cuando se produce el primer eclipse, la velocidad v será:

$$v = 2\,n\,a.N,$$

resultando así, para c, la conocida expresión:

$$c = 4\,d\,n\,N.$$

Resulta extraordinario pensar que en los experimentos de Fizeau se midieran con precisión ángulos de aberración del orden de los centésimos de segundo, iguales a la separación angular que resultaría de mirar desde 17 km de distancia los bordes de un diente cuyo ancho no sobrepasaría, seguramente, los 2 mm.

La aberración en la teoría ondulatoria

La explicación del fenómeno que hemos dado líneas más arriba se conoce con el nombre de *explicación balística.* Si desde el costado de una vía de tren se ametralla a un vagón en movimiento, la trayectoria de las balas, con respecto al vagón, queda individualizada por los orificios de entrada y salida de las mismas. Esta dirección difiere de la seguida por las balas con respecto al suelo, por lo cual es lamentable que un efecto así no haya sido aprovechado, todavía, por los autores de novelas policiales.

En la teoría clásica ondulatoria de la luz, ésta se propaga en el éter. En el *"éter fijo"*, en el *"éter en reposo absoluto"*. Dentro de ese mar de éter se mueve la Tierra y nos movemos nosotros, sin que estos movimientos perturben en lo más mínimo aquella quietud, sólo comparable a la de los sepulcros. (Veremos, dentro de poco, que el éter es un cadáver que se guarda momificado en los

archivos históricos; el certificado de defunción fué extendido en 1905, por el entonces su médico de cabecera, doctor Alberto Einstein).

La luz que nos envía una estrella *E* (fig. 203), se propaga entonces a través de este medio privilegiado, y en cierto momento son alcanzados los puntos A_1, A_2, A_3, ..., de cierta superficie π. Si la estrella está muy lejana, podremos considerar esta superficie como un plano.

Cada uno de estos puntos, al ser alcanzado por la perturbación, se convierte en centro de emisión de ondas. En el éter (¡sólo en el éter en reposo!), la luz se propaga con igual velocidad en todas direcciones, por lo que, para conocer cuál será la próxima superficie de onda, debemos trazar, con centro en cada uno de los puntos, esferas de igual radio. La superficie envolvente de todas estas esferas será, en este caso, el plano π', y tenemos así que la dirección de propagación es normal a la superficie de onda. Supongamos, ahora, que la luz llegue al techo de nuestro vagón, que se mueve, *con respecto al éter*, con la velocidad *v*. ¿Qué pasa entonces? Nada de extraordinario. Poco le importa a la luz y al éter nuestro movimiento. La luz sigue propagándose en el éter en reposo, y volviendo a trazar nuestras esferas en puntos del éter fijo, encontramos que la superficie envolvente de todas ellas será un plano tal como π'', paralelo al techo de nuestro vagón. ¿Con qué dirección parece propagarse entonces la luz en el interior de nuestro vehículo? Es ésta una pregunta muy delicada, que debemos considerar con toda atención. Si admitimos que la dirección de propagación debe ser normal a la superficie de onda, la respuesta re-

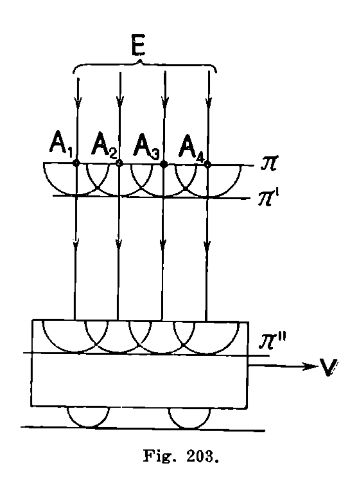


Fig. 203.

sulta asombrosa: no existiría el fenómeno de aberración. En un trabajo reciente, del profesor Würschmidt[1], se llega precisamente a ese resultado. En él se dice textualmente (pág. 56): *"Definiéndose como ángulo de aberración el ángulo entre la nueva y la primitiva dirección del rayo, en la física clásica no hay aberración de la luz!"*. Pero no es así. En la física clásica, sólo con respecto al éter en reposo es que debe considerarse la dirección de propagación (dirección del rayo) normal a la superficie de onda. Con respecto a cualquier otro sistema, la dirección de propagación deja de ser normal a esa superficie. Es sumamente fácil probar esto. En el instante cero, los

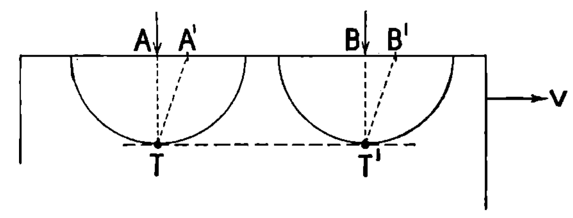


Fig. 204.

puntos del éter, tales como A y B (fig. 204) se convierten en centros de emisión de ondas. En ese instante coinciden con A y B dos puntos del sistema que se mueve con velocidad v (dos puntos del techo del vagón). Al cabo de cierto tiempo, t, estarán en vibración puntos de superficies esféricas de radio $r = c\,t$, y centros en A y B. Cuando hayan sido alcanzadas estas superficies, los puntos del sistema en movimiento donde comenzó la onda ya no estarán ni en A ni en B, sino en A' y B', siendo $A\,A' = B\,B' = v\,t$.

Para el sistema en movimiento, las superficies de onda parciales siguen siendo superficies esféricas, pero

[1] José Würschmidt, *Aberración, efecto Doppler y presión de luz*, en *Revista de la Unión Matemática Argentina*, volumen XI, pág. 47, 1945. A pesar de citar este trabajo a propósito de lo que juzgamos un error, consideramos al mismo como una de las contribuciones más importantes, hechas hasta hoy, sobre ese tema.

no concéntricas entre sí. Para este sistema, la dirección de propagación, de acuerdo con la teoría clásica, está dada por las rectas $A'T$ o $B'T'$, determinadas por los centros iniciales de las ondas parciales y los puntos de tangencia de las mismas con su envolvente.

En la figura 205 hemos representado cómo ocurren las cosas tomando como referencia al sistema en movimiento. En dicha figura se ha supuesto $v = \frac{c}{2}$. Las superficies de onda sucesivas son las esferas de centros en A_0, A_1, A_2, A_3 y B_0, B_1, B_2, y B_3 ... Las superficies envolventes son planos paralelos entre sí, que coinciden efectivamente con las superficies de onda resultantes en el éter en reposo, pero en cambio no coinciden las direcciones de propagación. Aquí —en el sistema en movimiento— la dirección queda determinada por el lugar geométrico de los puntos de tangencia sucesivos: T_1, T_2, T_3 ... Se advierte de inmediato que con esta explicación se llega, como antes, al mismo valor para el ángulo de aberración. La velocidad c debe interpretarse ahora como la velocidad con respecto al éter en reposo, y, lo que es más importante, el ángulo de aberración sería igual al ángulo formado por el rayo y la normal a la superficie de onda.

Sistema privilegiado y sistemas plebeyos

Tenemos así que, en la física clásica, la luz se comporta con alguna decencia sólo en un sistema: en el sistema del éter en reposo. Sólo allí se propaga con igual velocidad en todas direcciones; sólo allí los rayos son normales a la superficie de onda. En cualquier otro sistema de referencia —sobre nuestra Tierra, por ejemplo— la velocidad de la luz dependería de la dirección (véase fig. 205), propagándose de un modo torcido, como los caballos que avanzan de costado. Aquel éter en reposo, aquel sistema que gozaba de tantos privilegios, sólo era apropiado para

la época de Luis XIV. En el mundo democrático de nuestros días no podrían admitirse semejantes cosas. Fué así como los sistemas plebeyos hicieron su revolución y proclamaron su absoluta equivalencia. Einstein fué el vocero de ese movimiento (1905), cuya carta fundamental reza así:

1º) A partir de hoy, todos los sistemas de referencia (los que se trasladan unos respecto de otros, con movimiento rectilíneo y uniforme y para los cuales valga el principio de inercia, *sistemas inerciales*), serán equivalen-

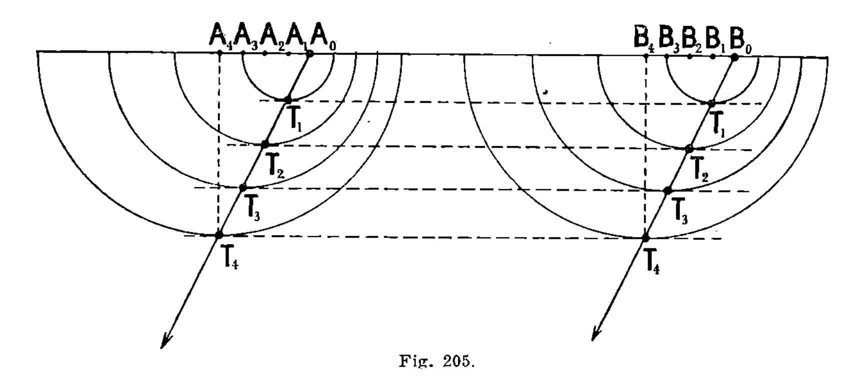


Fig. 205.

tes. El que quiera considerarse en reposo, podrá hacerlo: no encontrará en ello ningún inconveniente.

2º) Para refirmar esto último, establecemos, en forma explícita, que en cualquier sistema la luz tendrá que propagarse con igual velocidad en todas direcciones, cualquiera sea la fuente de donde provenga.

3º) Para acabar de una vez por todas con cualquier clase de privilegios, establecemos también que el valor de la velocidad de la luz deberá ser el mismo en todos los sistemas.

4º) Procédase a revisar toda la Física, para ponerla de acuerdo con lo que precede.

Esta declaración fué precedida de breves y contundentes considerandos. En ellos se mencionaba una carta

análoga, firmada por Galileo Galilei hacía ya 300 años, y en la cual se reconocía la equivalencia de todos los sistemas con relación a los fenómenos mecánicos. Nada más justo —se agregaba— que extender esa equivalencia a todos los fenómenos físicos (ópticos y electromagnéticos), pues sería absurdo que se tuviera derecho a considerarse en reposo para tratar asuntos de mecánica, y no se le tuviera para cuestiones de óptica. Se aludía, por fin, a los ruidosos fracasos de los físicos que intentaron demostrar el movimiento de la Tierra con respecto al éter, los cuales habían encontrado, para asombro y vergüenza de aquellos que todavía seguían creyendo en sistemas privilegiados, que sobre nuestra Tierra, sobre nuestro modesto planeta en movimiento alrededor del Sol, la luz se propagaba en toda época y en cualquier momento con igual velocidad en todas direcciones!

Se señalaba, igualmente, que las observaciones astronómicas revelan que la velocidad de la luz no depende del movimiento de la fuente. Si dependiera, se observarían cosas extraordinarias en los sistemas constituídos por un par de estrellas.

La aberración de la luz y la relatividad de la simultaneidad

¿Qué quiere decir que dos acontecimientos se han producido simultáneamente? Hubo una época en que se hubiera dicho que esta pregunta pertenecía al dominio de la Filosofía y no al de la Física. Al postular, en la teoría de la relatividad, la constancia de la velocidad de la luz, estamos en condiciones de definir qué es lo que debe entenderse por simultaneidad. Y estamos en condiciones de hacerlo, porque ese postulado nos proporciona un reloj patrón. La definición que puede darse de la simultaneidad es de carácter indicativo, en el sentido de que ella nos proporcionará la manera de calcular, en posesión de los datos necesarios, si dos acontecimientos han

sido o no simultáneos, y también el modo de verificar experimentalmente si dos sucesos ocurren o no al mismo tiempo.

Si observáramos, en 1949, la explosión de una estrella, que sabemos dista de nosotros 70 años luz, podríamos decir que dicho suceso fué simultáneo (aproximadamente) con el nacimiento de Einstein, ocurrido en 1879. Para verificar si dos sucesos, *A* y *B*, se producen o no simultáneamente, podríamos instalarnos en el punto medio del segmento *A B* (fig. 206), y mirar desde allí (utilizando dos espejos inclinados), o fotografiar, lo que va ocurriendo en aquellos puntos. Siendo la distancia *A E* igual a *B E*, y marchando la luz con igual velocidad en ambos

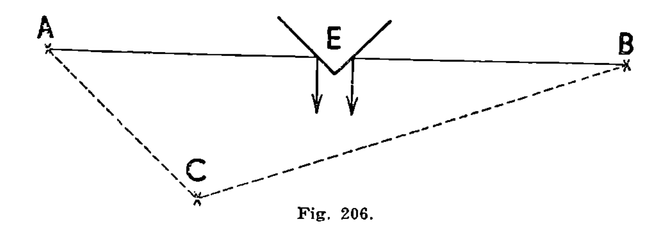


Fig. 206.

sentidos, todos los acontecimientos ocurridos en aquellos puntos, y registrados en el mismo cuadro del *film*, serían simultáneos. Claro está que no es indispensable, para verificar la simultaneidad de dos acontecimientos, instalarse en el punto medio del segmento determinado por los puntos en que aquellos se producen. Un observador situado en un punto tal como *C*, podrá verificar igualmente la simultaneidad, si dispone de un reloj y conoce las distancias *A C* y *B C*. Si fuera, por ejemplo, *B C* — *A C* = = 300 000 km, juzgará que el acontecimiento ocurrido en *B* fué simultáneo con el acaecido en *A* si la señal luminosa que partió de *B* llegara, con respecto a la otra, con un segundo de retraso. Todo esto es tan lógico, tan natural y tan sencillo, que hasta parece no valiera la pena mencionarlo, ¿verdad?

Formulemos ahora la siguiente cuestión: dos aconte-

cimientos que son simultáneos con respecto a un sistema de referencia, ¿lo serán también con relación a otro? Pensemos en el vagón de tren que utilizamos para explicar el fenómeno de la aberración de la luz, y concretemos nuestra pregunta en la forma siguiente: al costado de la vía por donde marcha el tren (fig. 207), ocurren dos sucesos, *A* y *B*, dos lámparas que se encienden, por ejemplo.

Estos sucesos son simultáneos con respecto al sistema de referencia constituído por la vía, por el suelo, en fin, con relación a un sistema de coordenadas fijo; digamos, a la casilla del guardabarreras. ¿Serán simultáneos, también, con respecto al tren, con respecto a un sistema de coordenadas fijo al vagón en movimiento?

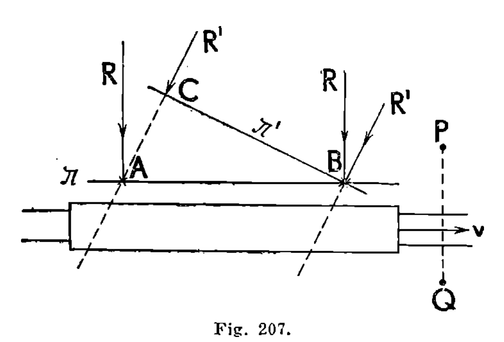


Fig. 207.

Antes de Einstein, todos hubiéramos respondido afirmativamente, sin titubear. Y sin embargo, no es así. El fenómeno de la aberración de la luz nos permitirá comprender en seguida, que la simultaneidad no es absoluta; que si dos acontecimientos son simultáneos con respecto a un sistema, no lo serán, en general, con respecto a otro. Digo "con respecto a un sistema", y no "con respecto a un observador", para evitar que se interpreten los resultados de la teoría de la relatividad como si se tratara de cuestiones subjetivas. Puede hablarse, naturalmente, de los "observadores" de tal o cual sistema, pero entiéndase bien que dichos observadores podrían ser placas fotográficas o aparatos automáticos. En el experimento de la rueda dentada, de Fizeau, ésta es uno de los sistemas de referencia, sin que sea necesario que debamos trepar sobre ella para observar con nuestros ojos lo que desde allí se vería.

Hecha esta observación, volvamos al costado de la vía. Los acontecimientos A y B se han producido simultáneamente: Podrían atestiguarlo todos los habitantes de la Tierra que en ese momento no se encontraran de viaje. El guardabarrera nos jura, además, que verificó escrupulosamente esa simultaneidad, y nos muestra el cuadrito del *film* en que aquélla quedó registrada. Digo esto porque, firmado por todos los pasajeros del tren, se recibió este radiograma: "De acuerdo con nuestros registros, es absolutamente indudable que el suceso B fué anterior al A".

Si se tiene un punto centro de emisión de luz, por propagarse ésta con igual velocidad en todas direcciones, la superficie de onda será una esfera con centro en el punto. La luz llega a todos los puntos de esa superficie esférica simultáneamente. Si el radio de la esfera es muy grande, puede considerarse como plana una porción de la misma; tal el caso de la luz que recibimos de las estrellas. Consideremos, pues, que los dos acontecimientos A y B consisten en que dichos puntos han sido alcanzados por la superficie de onda π de la luz proveniente de una fuente lejana. ¿En qué dirección se propaga esa misma luz con respecto al tren?

Debido a la aberración, el trayecto está dado por los rayos R', en lugar de los R. Ambos forman cierto ángulo α. Antes, cuando pensábamos en el éter en reposo, nos referíamos a él (en lugar de la vía del ejemplo), y nos expresábamos en la forma siguiente: "El trayecto de los rayos es realmente el R; la dirección en que se observan desde un sistema en movimiento, es sólo aparente". Ahora sabemos que se acabaron los sistemas privilegiados: los observadores del tren pueden suponerse en reposo, con el mismo derecho que los de la vía, siendo por lo tanto tan reales sus observaciones como las efectuadas desde el otro sistema. Creíamos, antes, que sólo en el éter en reposo la dirección de los rayos era normal a la superficie de onda. Ahora, en cambio, podemos afirmar que eso ocurre en todos los sistemas. En consecuencia, para los obser-

vadores del tren, la superficie de onda de la luz será un plano π', normal a la dirección R' de los rayos. Los planos π y π' no son paralelos. Basta mirar la figura para comprender inmediatamente que el punto B es alcanzado por la onda π' antes que el A. Por el modo como ha sido hecha la figura, tal vez se piense que son más dignas de crédito las afirmaciones de los observadores que se encuentran sobre tierra firme. Para evitar esto, consideraremos ahora que es en el interior del tren donde se producen las señales luminosas A' y B' (fig. 208), simultáneas con respecto a los observadores que viajan en el mismo. En este caso serán los observadores que están junto al guardabarrera los que despacharían el radiograma: "A' se produjo antes que B'". Los rayos se propagan ahora, con respecto al tren, según la dirección R', siendo π' la superficie de onda. Respecto a la vía, la dirección es R, y la superficie de onda el plano π, que antes alcanza el punto A' que el B'. La diferencia de tiempo con que se han producido los acontecimientos A y B respecto al tren (fig. 207), está dada por el tiempo que, de acuerdo con las medidas de los observadores situados en el mismo, emplea la luz en recorrer el trayecto $C\,A$. En el caso de la figura 208, la diferencia de tiempo transcurrido según el sistema de la vía, entre el suceso B' y A' estará dada por el tiempo que en dicho sistema emplea la luz en efectuar el trayecto $C\,B'$.

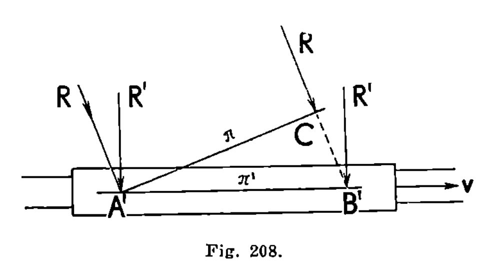


Fig. 208.

Se comprende, en seguida, que si la distancia entre los puntos en que ocurren dos sucesos simultáneos, respecto a un sistema, es muy pequeña, dichos sucesos serán también simultáneos respecto a cualquier otro. Hemos considerado, hasta ahora, sucesos simultáneos respecto a un sistema, que no lo son con referencia a otro, estando los

puntos en que aquéllos ocurrían distantes entre sí, y ubicados en la misma dirección de la velocidad relativa de ambos sistemas.

En los ejemplos, los segmentos *A B* o *A′ B′* eran paralelos a la vía. Supongamos, ahora, que en dos puntos, *P* y *Q* (fig. 207), ubicados en un plano perpendicular a la dirección de la velocidad relativa, ocurren dos sucesos simultáneos respecto a la vía (sistema *S*).

¿Serán simultáneos respecto al tren (sistema *S′*)? Naturalmente que sí. En la dirección de la velocidad relativa no se produce el fenómeno de aberración, y la onda plana, que alcanza en un momento dado a los puntos *P* y *Q*, respecto al sistema *S* coincide con la onda que alcanza a los mismos puntos respecto al sistema *S′*. En otros términos: los planos π y π' son coincidentes en este caso.

Veremos, líneas más abajo, el mismo asunto con toda generalidad.

La aberración de la luz en la teoría de la relatividad

Consideremos un "aparato" como el de la figura 209, constituído por un soporte, *S*, en cuya parte superior se fija una pantalla con una ranura, *O*, y en la parte inferior una placa fotográfica, *P*. Junto a aquella pantalla y a esta placa se deslizan otras dos, fijas al soporte *S′*. En la figura 210 se ve, en (*a*), el aparato cerrado, al comienzo de nuestro "experimento". La luz incide sobre la parte superior del mismo, y con movimiento uniforme procedemos a separar un soporte de otro. En (*b*) coinciden ya las dos ranuras, *O* y *O′*. En este momento penetra luz del exterior, que se propaga hasta las placas fotográficas. En (*c*), la representación corresponde al instante en que la luz llega a las mismas, produciendo en ellas las manchas *M* y *M′*, entonces coincidentes. En el tiempo que tardó la luz en pasar desde los orificios *O* y *O′*, cuando se superpusieron, hasta las placas, los soportes continuaron separándose, y es esta separación la que se ve en

la parte (*c*) de la figura. Si los soportes tuvieran una altura de 300 000 km, y se separaran a razón de 10 m/seg, la distancia *O O′* representada debería ser igual a 10 m. Se comprenderá ahora, después de este ejemplo, por qué razón encerramos entre comillas las palabras "aparato" y "experimento". Se trata de una especie de estilización del método de la rueda dentada de Fizeau. Si ésta tuviera, al efecto, una sola ranura, bastaría con recubrir con una película fotográfica la parte de la misma que mira hacia el espejo, para registrar los ángulos de aberración.

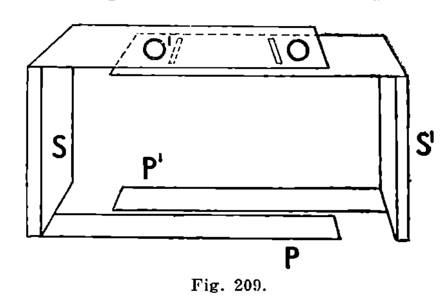


Fig. 209.

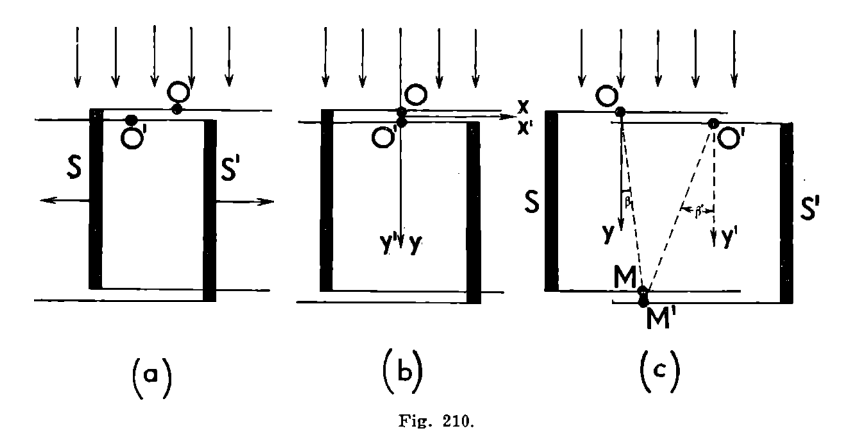


Fig. 210.

Observando la parte (*c*) de la figura 210, se ve que para el sistema *S*, el trayecto recorrido por la luz ha sido el *O M;* para el sistema *S′*, el *O′ M′*.

¡No preguntemos cuál es el trayecto *"real"*, ni creamos que se trata de dos rayos! Acordémonos de Galileo: la piedra que cae libremente en el interior de un barco que

navega plácidamente recorre una recta con respecto al navío, y una parábola si se la refiere a la ribera. Aquí, el trayecto *real para* S es O M; *para* S′ *es* O′ M′. Ambos forman entre sí cierto ángulo: se trata del fenómeno de la aberración de la luz. Elegimos para S y S' dos sistemas de coordenadas, orientados en la forma que muestra la parte (*b*) de la figura. El origen del sistema S es el orificio O; el de S', el O'. Los ejes x x' tienen la dirección de la velocidad relativa, siendo en consecuencia la dirección de los ejes y e y' normal a la misma.

Si llamamos β al ángulo que forman los rayos con el eje y del sistema S, el problema consistirá en poder calcular, en cada caso, el ángulo β' que forman con el eje y' del sistema S', y recíprocamente.

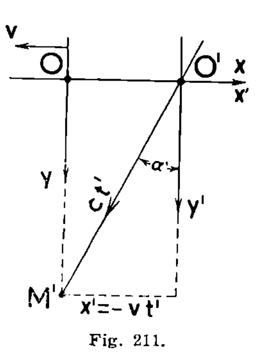


Fig. 211.

Interesa, particularmente, el caso en que $\beta = 0$, y llamaremos entonces al ángulo correspondiente, β', *ángulo de aberración principal de los dos sistemas*, que designaremos con la letra α. En la figura 211 se representa este caso. Los observadores del sistema S' pueden, para hallar dicho ángulo, medir la distancia $O' M'$ y la abscisa x' de la mancha M'. Si de acuerdo a sus relojes ha transcurrido un tiempo t' en el pasaje de la luz de O' a M', por la constancia de la velocidad de la luz, deberá ser:

$$O' M' = c\, t'.$$

Si la velocidad relativa con que se desplazan ambos sistemas es v, será también:

$$x' = - v\, t'$$

De acuerdo con esto, se tendrá:

$$\operatorname{sen} \alpha' = - \frac{v}{c} \cdot$$

Análogamente, en el caso de ser $\beta' = 0$ se obtendría (fig. 212):

$$\operatorname{sen} \alpha = \frac{v}{c} \cdot$$

En la teoría clásica, en cambio, si la luz se propaga *en el éter perpendicularmente a la velocidad relativa,* el ángulo de aberración α es, como vimos,

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{v}{c} \cdot$$

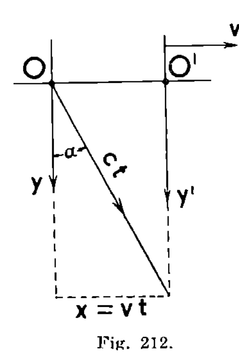


Fig. 212.

En cambio, en la misma teoría clásica, si la luz se propaga *perpendicularmente a la velocidad relativa en el sistema en movimiento con respecto al éter* (o sea dentro del vagón del ejemplo) el ángulo de aberración α', para el sistema fijo al éter, será

$$\operatorname{sen} \alpha' = \frac{v}{c},$$

como se comprende inmediatamente haciendo la figura correspondiente. No hay simetría entre los dos sistemas, éter y vagón en nuestro caso, porque ambos no son equivalentes. Ésta es la diferencia esencial entre la teoría clásica y la relativista.

Deducción de las fórmulas de transformación de Lorentz, basándose en la aberración de la luz

Consideremos que una onda plana se propaga en el sistema S' teniendo los rayos la dirección y el sentido del eje de las y' (fig. 213). Suponiendo que en el instante $t' = 0$ la onda pasa por el origen, la ecuación del plano de la superficie de onda será, simplemente:

$$y' = c\,t' \qquad [1]$$

En el sistema S, los rayos formarán con el eje de las y un ángulo α, y la ecuación del plano de la superficie de onda que se propaga en este sistema será:

$$x \text{ sen } \alpha + y \cos \alpha = c\, t, \qquad [2]$$

si la onda pasó en el instante cero por el origen O. Se comprende, por simples razones de simetría, que las medidas de longitud correspondientes a ambos sistemas coin-

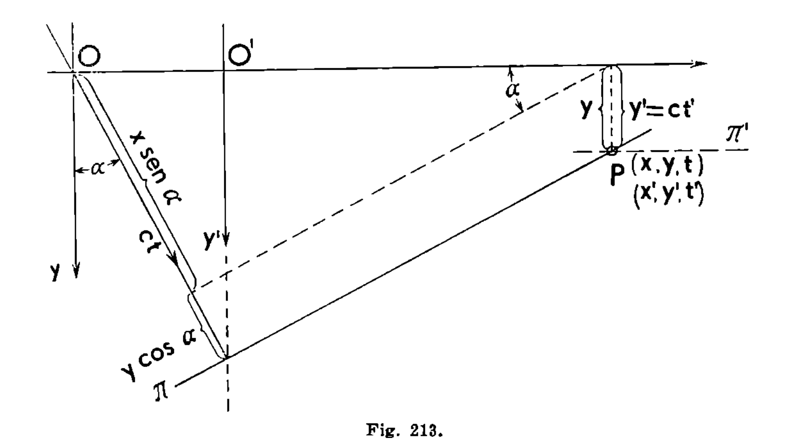


Fig. 213.

cidirán cuando ellas se refieran a puntos situados en un plano perpendicular a la velocidad relativa. Ya habíamos hecho notar, además, que dos sucesos simultáneos respecto a un sistema, que ocurren en uno de esos planos, son también simultáneos respecto al otro. Podremos, pues, poner:

$$y' = y; \text{ y también: } z' = z. \qquad [3]$$

Reemplazando el valor de y' dado por [1] en [2], obtenemos:

$$t' = \frac{t - \dfrac{x}{c} \text{ sen } \alpha}{\cos \alpha}. \qquad [4]$$

Supongamos, ahora, que en el instante en que ambos orígenes, $O\,O'$, coincidían, un rayo de luz comenzó a propagarse a lo largo del eje de las x. En esta dirección no se produce aberración, por lo que el rayo coincide con los ejes x y x'. Respecto a ambos sistemas, se propaga con la velocidad c, por lo cual será:

$$x = c\,t; \qquad x' = c\,t'. \qquad [5]$$

Multiplicando ambos miembros de [4] por c, teniendo en cuenta [5], se obtiene:

$$[9] \qquad x' = \frac{x - c\,t \text{ sen } \alpha}{\cos \alpha}$$

Recordando que:

$$\text{sen } \alpha = \frac{v}{c}; \ \cos \alpha = \sqrt{1 - \text{sen}^2 \alpha} = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}; \ [7]$$

las [6] y [4] se transforman en seguida en:

$$x' = \frac{x - v\,t}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}; \qquad t' = \frac{t - \frac{v}{c^2}\,x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \qquad [8]$$

Tenemos así las conocidas fórmulas de transformación de Lorentz, que permiten pasar de las medidas efectuadas en el sistema S a las que se realizarían desde S'. Despejando de ellas x y t, en función de x' y t′, o, también, repitiendo la misma demostración, suponiendo ahora que la superficie de onda que se propaga en el sistema S es un plano perpendicular al eje y, se obtendría:

$$x = \frac{x' + v\,t'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}; \qquad t = \frac{t' + \frac{v}{c^2}\,x'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \qquad [9]$$

Representación intuitiva. "Apariencia y realidad"

No es mi propósito analizar aquí detalladamente el contenido y signidicado de las fórmulas [8] y [9]. Me limitaré a dar una representación que juzgo será de gran utilidad en la enseñanza. De dichas fórmulas se desprende que si desde el sistema S se mide la longitud de una regla, situada por ejemplo, en S' y orientada en el sentido de la velocidad relativa, el valor l que arrojará la medida estará vinculado al l', longitud medida por los observadores de S' por la relación

$$l = l' \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}},$$

o, lo que es lo mismo, introduciendo el ángulo de aberración de los dos sistemas:

$$l = l' \cos \alpha. \quad \begin{pmatrix}\text{Contracción} \\ \text{del espacio}\end{pmatrix} \qquad [10]$$

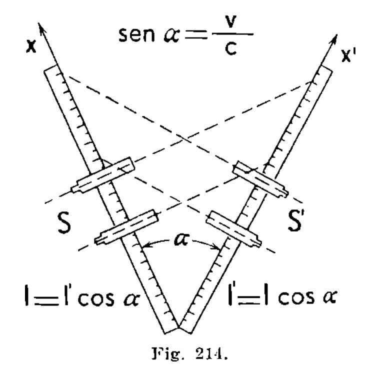


Fig. 214.

Para deducir esta fórmula, basta hacer en la primera de las [8] t = constante (¡la medida se efectúa desde S!), con la cual, $\triangle x' = \frac{\triangle x}{\cos \cdot \alpha}$, y haciendo $\triangle x = l$, y $\triangle x' = l'$, se obtiene el resultado mencionado.

Se trata de la célebre contracción de Fitzgerald y Lorentz. De acuerdo con ella, si la velocidad relativa de dos sistemas fuera tan grande que el ángulo de aberración de los mismos alcanzara a valer 60°, desde uno de ellos se vería a todos los cuerpos del otro aplastados, y reducidas sus dimensiones a la mitad en el sentido del movimiento.

Una regla de 1 m la veríamos en su verdadero tamaño cuando estuviera colocada en dirección normal a la veloci-

dad; pero si aquélla girara 90°, hasta coincidir con la dirección del movimiento relativo, observaríamos que se va acortando, hasta reducirse a la mitad. Naturalmente que el efecto es recíproco: desde S se ven achatados los cuerpos de S'; desde S' se ven también achatados los cuerpos de S. Si desde S' se mide una regla situada en S, habrá que hacer que los extremos de ésta coincidan *simultá-*

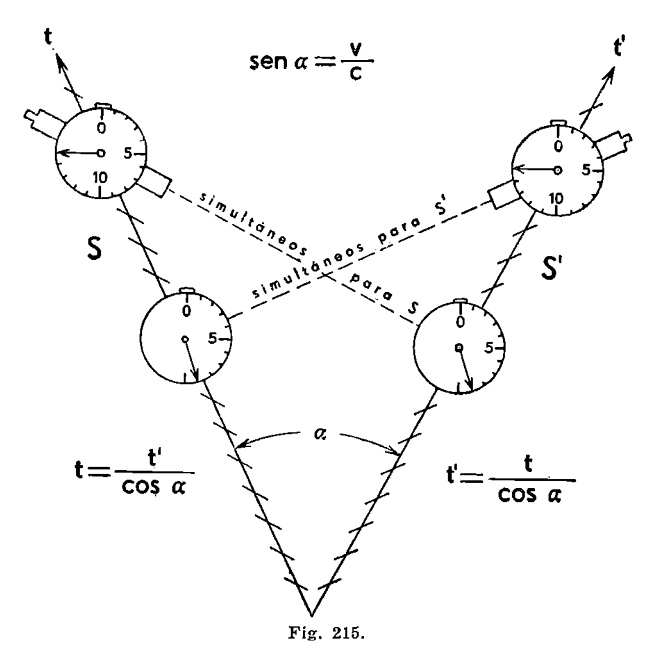


Fig. 215.

neamente, para S', con dos puntos de la regla de medida de este último sistema. Deberá ser, pues, t' = constante, obteniéndose así de la primera de las [9] $\triangle x = \frac{\triangle x'}{\cos \alpha}$, o sea:

$$l' = l \cos \alpha:$$

No se trata, aquí, de la clase de relatividad a que se refieren los famosos cuentos de Gulliver, cuando éste aparecía como enano en el país de los gigantes, y como gi-

gante en el de los enanos. Mucho más fantástico hubiera sido que los gigantes se consideraran enanos frente a él, y él gigante en comparación con aquéllos. Esto último es, justamente, lo que pasa en la teoría de la relatividad, y se comprende sin más trámite observando la figura 214. Las dos rectas forman entre sí un ángulo igual al de aberración, y las cosas ocurren como si las medidas efectuadas desde un sistema correspondieran a una simple proyección de las del otro.

Con el tiempo ocurre algo análogo, pero en sentido inverso: en lugar de contraerse, se dilata. Para $x' = o$, resulta, en efecto (por [9]):

$$t = \frac{t'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{t'}{\cos \alpha};$$

en tanto que de [8], para $x = o$, resulta:

$$t' = \frac{t}{\cos \alpha}.$$

La representación gráfica correspondiente se indica en la figura 215, donde la proyección se efectúa a la inversa. Esta clase de relatividad es la que ocurre en el plano psíquico: entre políticos opositores, virtudes y defectos se contraen y dilatan de modo recíproco. ¡Cuánto más tolerantes seríamos si dispusiéramos, en estos casos, de fórmulas análogas a las de Lorentz, conociendo el ángulo de aberración de los dos sistemas!

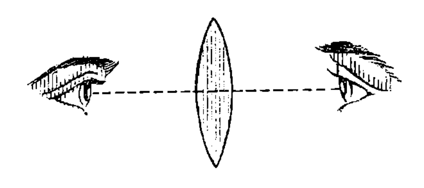


Fig. 216.

Pero, sin salir del plano físico, pueden encontrarse ejemplos correspondientes a esta clase de relatividad. En la figura 216, los ojos de dos observadores se miran a través de un lente convergente, y ambos se atribuyen,

recíprocamente, ojos monstruosamente grandes. Con un lente divergente, en cambio, se contraerían. Si bajo la sugestión de estos ejemplos pensáramos que tanto la relatividad del espacio como la del tiempo se reducen a puras *apariencias,* debidas a la aberración de la luz, habríamos dejado de entender lo que es fundamental en la teoría de la relatividad. No, *no se trata de apariencias.* Se trata del espacio y del tiempo *real,* del espacio y del tiempo que exploramos y medimos con reglas y relojes. Si detrás de estas medidas siguiéramos buscando el "tiempo absoluto" y el "espacio absoluto", cometeríamos el mismo error de los que afirman que la "temperatura" es *algo* que no se puede medir. En mi experiencia docente encontré siempre que las dificultades que se oponen a la comprensión de algunos capítulos de la Física teórica moderna (y aún de otros de la clásica) tienen sus raíces en prejuicios de orden filosófico. Los que creen que la Física va buscando la "cosa en sí", es lógico que piensen en el "tiempo en sí", en el "espacio en sí" o en la "temperatura en sí". Lo más que pueden aparecer son invariantes, que ni el sentido común ni el "sentido filosófico" —éste, menos aún—, son capaces de descubrir.

Espero que en otras partes de este mismo libro, ya que han sido incluídas con ese objeto, el lector encontrará la manera de abatir aquellos prejuicios, para poder entrar, sin ellos, por los claros y amplios senderos de la Física de nuestros días.

Representación gráfica [1]

Creemos que ha de ser de suma utilidad en la enseñanza la representación siguiente: Si la velocidad relativa de los sistemas S y S' es v, el ángulo de aberración

---

[1] Puede consultarse al respecto: *Loedel Palumbo, Enrique,* ABERRACIÓN Y RELATIVIDAD, en *Anales de la Sociedad Científica Argentina,* Tomo CXLV, pág. 3, 1948.

principal de los mismos está dado, como hemos visto, por la relación

$$\text{sen } \alpha = \frac{v}{c} \cdot$$

Siendo la dirección de la velocidad relativa coincidente con la de los ejes x y x' de ambos sistemas, elegiremos para S un sistema de coordenadas tal, que x forme con el eje del tiempo un ángulo:

$$\measuredangle \, x \, t = \frac{\pi}{2} + \alpha.$$

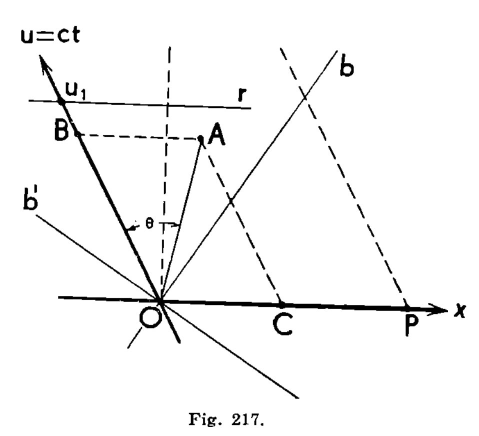


Fig. 217.

Estando el tiempo medido por el trayecto de la luz, resulta más simple tomar en las ordenadas, en el eje del tiempo, el espacio que la luz recorre en un intervalo dado; en otros términos: elegimos en lugar de t la variable

$$u = c \, t.$$

De este modo, un rayo de luz que se propaga en el sentido de las x positivas, y que pasa por el origen O en el instante cero, estará representado por la bisectriz b (fig. 217) de los ejes x y u, pues siendo así, para cualquiera de los puntos de esta recta vale:

$$x = u = c \, t.$$

Para la otra bisectriz b' del mismo ángulo, se cumple:

$$x = - u = - c \, t.$$

La bisectriz b' representa entonces un rayo de luz que se propaga en el sentido de las x negativas, y que pasa

por el origen en el instante $t = 0$. Un punto P en reposo sobre el eje de las x, se representa por una recta paralela al eje del tiempo u. Las rectas paralelas al eje x, tal como la r, representan los acontecimientos que ocurren simultáneamente a lo largo del eje x en el instante

$$t_1 = \frac{u_1}{c} \cdot$$

Una recta tal como la $O A$, que forma con el eje u cierto ángulo θ, representa un punto que se mueve sobre el eje de las x con cierta velocidad V, y que pasó por el origen en el instante $t = 0$. El punto A de esa recta nos dice que el punto móvil pasó por C en el instante $t = \frac{O B}{C} \cdot$

Si llamamos, para generalizar, ω al ángulo que forman los ejes x y u, el ángulo $B A O$ será igual a $\omega - \theta$, por lo cual, considerando el triángulo que tiene esos mismos vértices, puede establecerse:

$$\frac{B A}{B O} = \frac{\text{sen } \theta}{\text{sen } (\omega - \theta)} .$$

Siendo $B A = x = V t$ y $B O = u = c t$, se tiene:

$$\frac{V}{c} = \frac{\text{sen } \theta}{\text{sen } (\omega - \theta)} .$$

Si en particular consideramos $\theta = \alpha$ y $\omega = \frac{\pi}{2} + \alpha$, resulta:

$$\text{sen } \alpha = \frac{V}{c} = \frac{v}{c} .$$

El movimiento del origen O' del sistema S', que se mueve respecto a S con la velocidad v, estará entonces representado en el sistema S por la recta u' (fig. 221), que resulta ser perpendicular al eje x. Pero el punto O' está en reposo con respecto al sistema S'. Elegiremos,

pues, a esta recta u' como eje del tiempo de dicho sistema, haciendo

$$u' = c\,t'.$$

En cuanto a la dirección del eje x', basta observar que, debiendo la luz propagarse con igual velocidad en ambos sistemas, la recta b tendrá que seguir siendo bisectriz del ángulo $u'\,O\,x'$. Queda así determinada la dirección de este eje. La recta u, que forma con la u' el ángulo α, representa el movimiento del origen O con velocidad v en el sentido negativo del eje x'.

En cuanto a los demás ejes de referencia de ambos sistemas de coordenadas, pueden imaginarse al y e y' perpendiculares en O al plano $x\,u$, que coincide con el $x'\,u'$. En el espacio de tres dimensiones no tenemos lugar para los ejes z y z'; los ubicamos, entonces, en una cuarta dimensión. Pero nada de esto nos preocupará a nosotros por el momento, ya que nos limitaremos a ver lo que pasa en el plano en que yacen los ejes x, u y x', u'. Un punto P de este plano, representa un acontecimiento que, para el sistema S, se produce en un punto del eje x, de abscisa igual a x, y en el instante $t = \dfrac{u}{c}$.

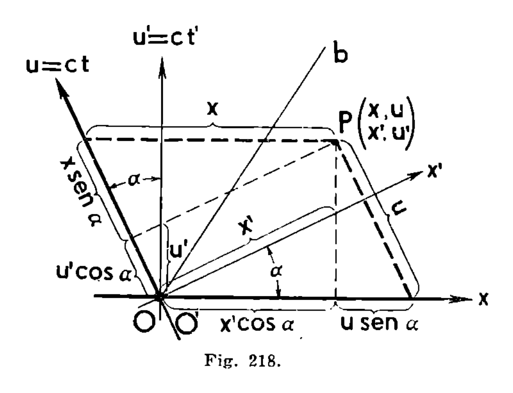


Fig. 218.

El mismo acontecimiento se produce, para el sistema S', en un punto de abscisa x' y en el instante $t' = \dfrac{u'}{c}$.

En la forma que han sido tomados los ejes de ambos sistemas, resulta que x' es perpendicular a u, y u' perpendicular a x, por lo cual basta observar la figura para establecer:

$$x' \cos \alpha + u \operatorname{sen} \alpha = x; \qquad [1]$$

y

$$u' \cos \alpha + x \operatorname{sen} \alpha = u; \qquad [2]$$

de los cuales se obtiene en seguida:

$$x' = \frac{x - u \operatorname{sen} \alpha}{\cos \alpha}; \qquad [3]$$

y

$$u' = \frac{u - x \operatorname{sen} \alpha}{\cos \alpha}. \qquad [4]$$

Estas fórmulas, que permiten pasar de uno a otro sistema de coordenadas, son simplemente las ecuaciones de transformación de Lorentz, pues no olvidemos que:

$$\operatorname{sen} \alpha = \frac{v}{c}; \quad u = c\,t; \quad \text{y} \quad u' = c\,t'.$$

Si hallamos x y u en función de x' y u', se obtiene:

$$x = \frac{x' + u' \operatorname{sen} \alpha}{\cos \alpha}; \qquad [5]$$

y

$$u = \frac{u' + x' \operatorname{sen} \alpha}{\cos \alpha}. \qquad [6]$$

Con esta representación, resulta ahora un juego de niños interpretar los resultados más importantes de la teoría de la relatividad [1].

[1] Si en la conocida representación de Minkowski, con tiempo real, se elige un par cualesquiera de sistemas de coordenadas, habrá que utilizar, en general, en cada uno de ellos, unidades diferentes de medida. El hecho de que en el mismo dibujo deban emplearse para cada sistema unidades distintas, hace imposible efectuar una comparación visual entre los mismos. Pero los infinitos sistemas de coordenadas de la representación de Minkowski pueden ser agrupados por pares, en los cuales se utiliza la misma unidad. Las cuplas de sistemas que cumplen esta condición son justamente aquellas cuyos ejes $x\,x'$ y $u\,u'$ forman entre sí un ángulo igual al llamado, por nosotros, *ángulo de aberración principal.* Éste es el secreto de la gran simplificación que se logra en la representación que estamos explicando.

En la figura 219 se ha supuesto, lo mismo que en las figuras 214 y 215, $\cos \alpha = \frac{3}{5}$, siendo en consecuencia $\operatorname{sen} \alpha = \frac{4}{5}$, lo que significa que $v = \frac{4}{5}\, c$, o sea: $v = 240\,000\ \frac{\text{km}}{\text{seg}}$. En ella, la franja rayada paralelamente

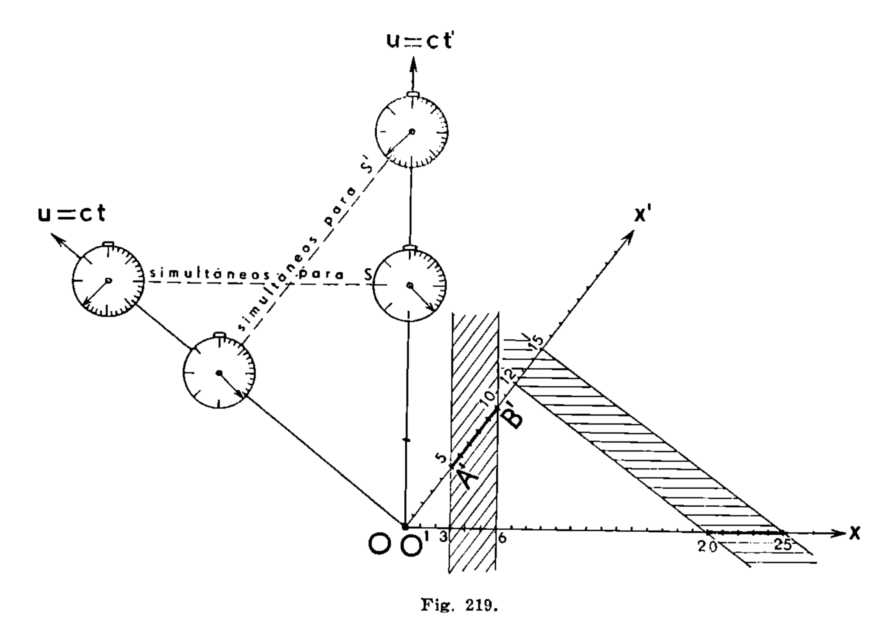


Fig. 219.

al eje x', representa un segmento (una regla) fijo en el sistema S' de longitud, igual a 5 unidades. Este segmento (esta regla) se mueve, respecto a S, con la velocidad v. Los puntos A' y B' significan que en el instante $t' = 0$ ambos extremos de la regla se encuentran en puntos tales, que $x' = 5$ (para A') y $x' = 10$ (para B'). Pero A' y B', simultáneos respecto a S', no lo son respecto a S. Para este sistema, en el instante $t = 0$ se encontraban *simultáneamente* ambos extremos en los puntos $x = 3$ y $x = 6$. La otra franja, rayada pa-

ralelamente al eje x, representa una regla fija en S, etc., etc.

Se comparan también, en la misma figura, la marcha de dos relojes: el uno fijo en O', y el otro fijo en O. Para los observadores del sistema S, el reloj de O' se desplaza con la velocidad v. Para estos observadores, en el instante en que el reloj propio marca 25 seg, el otro, el que está en movimiento respecto a ellos, marca sólo 15 seg; cuando el propio marque 50, el otro indicará 30; y así siguiendo. Concluyen: los relojes de S' marchan despacio. Podrían agregar, todavía: ¡Qué felices los habitantes del sistema S'! Aquí, casi nadie llega a cumplir 100 años, y cuando eso ocurre, se trata de viejos achacosos e inútiles, en tanto que allí, en S' un hombre que nació hace 100 años, de acuerdo a nuestro calendario, tiene sólo 60, y lo vemos todavía ágil y robusto.

¿Qué dicen los observadores de S'? Exactamente lo mismo. Para ellos, son los relojes de S los que marchan despacio, y son los habitantes de ese sistema los que alcanzan a vivir, ágiles y robustos, hasta los 100 años.

Aberración mecánica y óptica

No olvide el lector que todo lo que venimos diciendo en este capítulo, a propósito de la aberración de la luz y de la teoría de la relatividad, tiene por principal objeto mostrar en qué consiste el tratamiento de un asunto de Física superior en forma *"elemental"*. Muchos autores, al referirse al problema de la aberración, hablan en tono que parece ser despectivo de la *"explicación elemental"*, de la *"explicación balística"* del fenómeno, dando a entender que la "explicación superior", dada por ellos, no tiene nada que ver con aquélla. Pero la explicación es siempre la misma; lo único que cambia es el ropaje. Es más, aún: probaremos, a continuación, que la aberración de la luz es sólo un caso particularísimo del problema mecánico de

la composición de dos movimientos. Trataremos la cuestión desde el punto de vista relativista y clásico.

Consideremos, para ello, los dos sistemas, S y S', con sus ejes dispuestos en la forma habitual. En el sistema S, un "punto" se desplaza rectilíneamente con la velocidad V, que forma con el eje de las x el ángulo θ. La proyección del vector V sobre el plano $z\,y$ forma, con el eje y, un ángulo φ. Si el punto pasa en el intante $t = 0$ por el origen, se tendrá:

$$x = V t \cos \theta; \quad [1]$$

$$y = V t \operatorname{sen} \theta \cos \varphi; \quad [2]$$

$$z = V t \operatorname{sen} \theta \operatorname{sen} \varphi. \quad [3]$$

Llamemos W a la velocidad del punto en S'. La trayectoria, en dicho sistema, será también una recta, pues tanto las ecuaciones de Lorentz como las de Galileo son lineales. Tendremos, así:

$$x' = W t' \cos \theta'; \quad [4]$$

$$y' = W t' \operatorname{sen} \theta' \cos \varphi'; \quad [5]$$

$$z' = W t' \operatorname{sen} \theta' \operatorname{sen} \varphi'. \quad [6]$$

Las ecuaciones de Lorentz:

$$x' = \frac{x - v\,t}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}; \quad y' = y; \quad z' = z; \quad t' = \frac{t - \frac{v}{c^2}\,x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad [7]$$

nos permitirán hallar θ' y φ' en función de θ y φ, para cualquier valor de V. En particular, si es $V = c$, tendremos que obtener $W = c$ y las fórmulas generales de la aberración óptica. Dividiendo [6] por [5], y [3] por [2], resulta:

$$tg\ \varphi' = \frac{z'}{y'}; \qquad tg\ \varphi = \frac{z}{y}.$$

De donde, por [7]:

$$\varphi' = \varphi. \tag{8}$$

Esta fórmula significa que el azimut se conserva, o sea, que el vector W se encuentra en el mismo plano que forma V con x, ya que x y x' coinciden.

De [4] aplicando [7], se obtiene:

$$W \cos \theta' = \frac{x'}{t'} \frac{x - v\,t}{t - \frac{v}{c^2}\,x}.$$

Dividiendo por t numerador y denominador, y teniendo en cuenta la [1], resulta:

$$W \cos \theta' = \frac{V \cos \theta - v}{1 - \frac{v\,V}{c^2} \cos \theta}. \tag{9}$$

Análogamente:

$$W \operatorname{sen} \theta' = \frac{V \operatorname{sen} \theta \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{1 - \frac{v\,V}{c^2} \cos \theta}. \tag{10}$$

Tenemos así el teorema de la adición de velocidades en la mecánica relativista, para cualquier caso. Si estuviéramos haciendo cinemática de la relatividad, hubiéramos debido comenzar, naturalmente, por considerar casos particulares antes de tratar el problema general. Pero ya que encontramos esto en nuestro camino, observemos que si hacemos $\theta = 0$ (el punto se mueve en la dirección de las x positivas), resulta por [10] $\theta = 0$, obteniéndose de [9], como caso particular:

$$W = \frac{V - v}{1 - \frac{v V}{c^2}} .$$

Si invertimos el sentido de la velocidad relativa, resultará:

$$W = \frac{V + v}{1 + \frac{v V}{c^2}} , \qquad [11]$$

que es la conocida expresión del célebre teorema de Einstein. Cuadrando y sumando [9] y [10], se obtiene:

$$W^2 = \frac{V^2 - 2V\, v \cos \theta + v^2 - \frac{V^2 v^2}{c^2} \operatorname{sen}^2 \theta}{(1 - \frac{v V}{c^2} \cos \theta)^2} , \qquad [12]$$

que permite hallar el módulo de la velocidad resultante en cualquier caso.

En particular, si $V = c$ (se trata ahora de la velocidad de la luz), so obtiene de [12], como es natural:

$$W = C \text{ (para } V = c). \qquad [13]$$

El ángulo θ' del fenómeno de "aberración mecánica" se obtiene de [9], [10] y [12]:

$$\cos \theta' = \frac{V \cos \theta - v}{W\,(1 - \frac{v V}{c^2} \cos \theta)} ; \qquad [14]$$

$$\operatorname{sen} \theta' = \frac{V \operatorname{sen} \theta \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{W\,(1 - \frac{v V}{c^2} \cos \theta)} . \qquad [15]$$

Para la aberración óptica, basta hacer $W = c$ y $V = c$ de acuerdo a [13], obteniéndose, así:

$$\cos \theta' = \frac{\cos \theta - \frac{v}{c}}{1 - \frac{v}{c} \cos \theta}; \qquad [16]$$

$$\operatorname{sen} \theta' = \frac{\operatorname{sen} \theta \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{1 - \frac{v}{c} \cos \theta}. \qquad [17]$$

Lo que precede, así como lo concerniente al efecto Doppler y otras cuestiones de mecánica relativista, pueden resolverse gráficamente utilizando la representación explicada en el párrafo anterior.

Para tratar el problema desde el punto de vista clásico, habrá que emplear, en lugar del grupo de transformación de Lorentz [7], el de Galileo:

$$x' = x - v\,t; \quad y' = y; \quad z' = z; \quad t' = t. \qquad [18]$$

Procediendo en forma enteramente análoga, se obtiene, además de la [8], que subsiste, lo siguiente:

$$W^2 = V^2 - 2\,V\,v \cos \theta + v^2 \qquad [19]$$

$$\cos \theta' = \frac{V \cos \theta - v}{W}; \quad \operatorname{sen} \theta' = \frac{V \operatorname{sen} \theta}{W}. \qquad [20]$$

Éstas serían las fórmulas de la "aberración mecánica" en la física clásica. Para la aberración óptica habría que considerar que el sistema S es el "éter en reposo", y en él, $V = c$. La velocidad de la luz en S' resultaría variable, dependiente de la dirección, y estaría dada por la [19] si se reemplaza en ella V por c. Lo mismo habría que hacer en la [20] para obtener la "aberración óptica con respecto al éter en reposo".

Es interesante observar que la explicación balística clásica da cuenta del resultado negativo del experimento de Airy. Este astrónomo, en 1871 midió el ángulo de aberración, utilizando un anteojo que llenaba con agua. Se pensaba que, siendo la velocidad de la luz, en un medio de índice de refracción n, igual a $\frac{c}{n}$, para la constante de aberración se tendría que obtener, procediendo de aquella manera, un valor n veces mayor. Se obtuvo siempre, sin embargo, el mismo valor, siendo indiferente la substancia con que se llenara el tubo.

Este resultado, considerado en su hora extraño e inexplicable, es, no obstante, una consecuencia inmediata del principio de relatividad. Para comprenderlo recurramos de nuevo a nuestro vagón (fig. 220), que haremos balear desde un costado del camino. La bala que entra por A recorre, con respecto al vagón, el trayecto $A\,C$. Pero, por el *principio de relatividad de Galileo,* todo sucede en su interior como si se encontrara en reposo. A consecuencia de ello, si colocáramos un tubo T que frenara a la bala (al tener que perforar ésta la tapa S), la trayectoria, respecto al vagón, seguiría siendo $A\,C$. El resultado negativo del experimento de Airy puede interpretarse, entonces, como una prueba de que el principio de relatividad de Galileo es válido también en el dominio de la óptica. El principio sigue siendo el mismo, lo que cambia son las fórmulas de transformación. Si se usaran las [18], se obtendría, por [19], para la luz una velocidad que dependería de la dirección y también de la velocidad de la fuente, lo que está en desacuerdo con la experiencia.

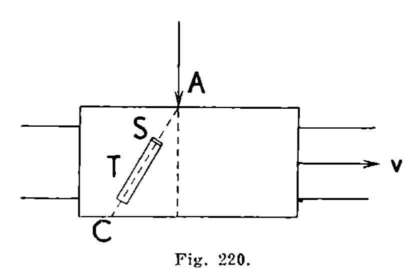


Fig. 220.

Para entender ahora cómo Airy y sus contemporáneos se asombraron ante el resultado negativo de las ob-

servaciones, habría que retornar al "éter en reposo", pero juzgamos preferible dejarlo descansar en paz.

La aberración astronómica y los sistemas de referencia

Muchos estudiantes creen que todo consiste en llegar a la fórmula final, pensando que las dificultades terminan simultáneamente con la demostración. En la mayoría de los casos, aquéllas comienzan recién entonces.

Un magnífico ejemplo de lo que precede lo tenemos en el tema que estamos considerando. En el párrafo precedente hemos deducido las fórmulas generales de la aberración de la luz, tanto en la teoría relativista como en la clásica. Para el caso de la aberración astronómica, en que la velocidad de traslación de la Tierra es pequeña, en comparación con la de la luz, los dos grupos de fórmulas coinciden prácticamente. Un análisis superficial podría hacer creer, entonces, que el problema está totalmente terminado. Sin embargo, muchas cosas deben ser todavía aclaradas. Prestigiosos físicos (Lenard, Tomaschek, Kopff, etc.), han hecho valer argumentos, por supuesto nada triviales, en contra de la interpretación relativista. No podemos suponer que ellos no han comprendido la deducción matemática de las fórmulas cuya demostración, hecha de uno u otro modo, se encuentra en cualquier libro algo superior, que trate de la teoría de la relatividad.

Ante todo, tengamos presente que en la interpretación del fenómeno de la aberración que hemos dado en este capítulo, consideramos siempre dos sistemas de referencia independientes de la fuente luminosa.

Respecto a uno de ellos, un rayo de luz forma, con uno de los ejes, el ángulo α; respecto al otro, con el eje paralelo al primero, el ángulo α'. Dado α y la velocidad relativa, queda determinado α', cualquiera sea la fuente luminosa. En el experimento de Fizeau, uno de los sistemas está constituído por las paredes del laboratorio, el

otro, por la rueda en movimiento. La fuente luminosa puede ser cualquiera: una estrella, cohetes luminosos en rápido movimiento, etc. El resultado es siempre el mismo. En todo esto no hay ningún desacuerdo; la aberración depende siempre, únicamente, de la velocidad relativa de los sistemas. En uno de ellos puede estar fija la fuente luminosa (en el experimento de Fizeau, la lámpara respecto a las paredes del laboratorio), dependiendo entonces la aberración de la velocidad relativa del observador (en nuestro ejemplo, la rueda) con respecto a la fuente. Tratándose de las estrellas, el ángulo de aberración dependerá, entonces, en cada caso, y para cada una de ellas, de la velocidad relativa de la Tierra respecto a la misma. Esto es evidentemente cierto. Negarlo sería negar la teoría de la relatividad. Pero mucho cuidado, ahora, con lo que parece ser consecuencia lógica de lo que precede: "Si el ángulo de aberración depende de la velocidad relativa de la Tierra respecto a cada estrella, teniendo éstas velocidades propias variadas y distintas, la aberración tendría que ser también variable de estrella a estrella, y no constante, como muestra la observación". Se agrega, todavía: "En un sistema formado por un par de estrellas, éstas tienen velocidades opuestas; tendrían que resultar valores diferentes de la aberración, y esto no sucede".

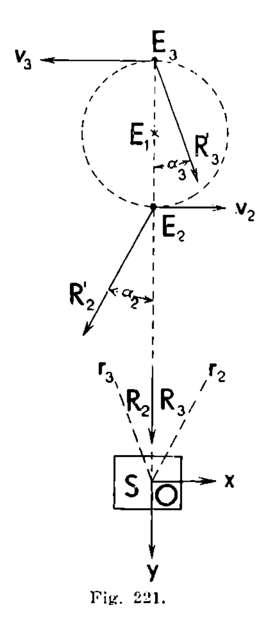


Fig. 221.

Algunos autores han considerado el caso de una estrella, constituyente de un par, que se moviera con la misma fase que la Tierra: en todo momento su velocidad relativa es nula, no obstante lo cual la aberración se observa en ella como en cualquier otra. Podríamos agregar, todavía,

la siguiente "objeción", que no sabemos si ha sido formulada o no: "Si la aberración depende de la velocidad relativa entre el observador y la fuente, tendremos que considerar, en el caso de una estrella determinada, no una fuente luminosa, sino millones y millones de fuentes, que se mueven en todas direcciones y con velocidades variables, ya que la luz que recibimos proviene de los átomos de la atmósfera estelar. Para cada uno de ellos resultaría un ángulo de aberración diferente (esto es cierto) y, en consecuencia (?), tendríamos que ver a todas las estrellas con un diámetro aparente, que debería ser tanto mayor cuanto mayor fuera su temperatura".

Si el estudio de la Física resulta apasionante, es justamente porque a cada paso presenta problemas como éstos.

Cierta parte de los argumentos precedentes provienen de la confusión que se origina al usar el mismo término, *aberración,* algunas veces con la significación de *aberración relativa entre dos sistemas,* y otra como *aberración astronómica.*

Consideremos (fig. 221) que en el sistema S se encuentre el observador y la estrella E_1, fija con respecto al mismo. Alrededor de E_1 giren las estrellas E_2 y E_3. El sistema de coordenadas fijo a E_2 sea S', el fijo a E_3, S''. Al pasar E_2 por la posición indicada en la figura, emite luz en todas direcciones. De esos rayos, llega a O uno que tiene la dirección del eje y: el R_2. ¿Qué ángulo forma con el eje y' del sistema S' ese mismo rayo? Si la velocidad de S' respecto a S, en el momento de la emisión, fuera igual a v, se cumpliría:

$$\text{sen}\ \alpha_2 = -\frac{v_2}{c}\cdot$$

En cambio, el rayo emitido por la estrella en E_3, y que llega a O en la dirección del eje y, debe formar, con respecto al eje y'', un ángulo α_3 tal que:

$$\text{sen}\ \alpha_3 = \frac{v_3}{c}\cdot$$

No tiene esto nada de extraño: cualquier aviador de la pasada guerra lo comprendería en seguida. Si O es el blanco, y el avión se mueve con la velocidad v_2, el cañón tendrá que apuntar en la dirección R'_2.

Se trata, simplemente, de la regla del paralelogramo. En el caso de la luz, *el valor*, el *módulo* de la velocidad, no depende de la velocidad de la fuente; pero *la dirección del rayo sí* depende de la velocidad relativa. Es ése, justamente, el fenómeno de aberración. Claro está que el observador de O no nota absolutamente nada: al cabo del tiempo que tardó la luz en propagarse de E_2 a O, verá a la estrella en la posición E_2. Vemos a las estrellas en los lugares en que se encontraban en el momento de emitir la luz. Los argumentos precedentes inducían a pensar, falsamente, que aquéllas debían verse en las direcciones r_2 y r_3. En cuanto a la estrella E_1, la luz que de ella recibimos, en la dirección del eje y, proviene, efectivamente, de átomos que se mueven en todas direcciones, y se tendrá, para cada sistema ligado a cada uno de ellos, un ángulo de aberración diferente, pero no por ello dejaremos de verla como un punto.

Supongamos, ahora, que el sistema S del observador se traslada *con movimiento uniforme* respecto a la estrella E_1. Se modificarán los ángulos α_2 y α_3, y la luz que recibimos de E_1 formará con el eje y un ángulo diferente del que forme con el eje homólogo del sistema vinculado a la estrella. Pero en todos los casos, seguiremos viendo a cada estrella en el lugar (determinado por las coordenadas del sistema del observador) en que se encontraba al emitir la luz que de ellas recibimos. Y con todo esto, no habría aberración astronómica: los infinitos ángulos de aberración, correspondientes a los pares de sistemas formados por el del observador y cada uno de los átomos de las atmósferas estelares, permanecerían incógnitos. Para que el fenómeno se produzca, como se produce, es necesario que haya un *cambio* en la velocidad.

Pero ahora interesa saber si es igual que el cambio lo experimente el observador o la fuente. Un cambio de

velocidad implica una aceleración, y sólo son equivalentes, en el sentido de la relatividad restringida, los sistemas que se trasladan, unos respecto de otros, con movimiento rectilíneo y uniforme. En nuestro exagerado ejemplo de la página 470 se observan elipses enormes de aberración, pero también era enorme el valor de la aceleración centrípeta.

Es evidente que si supusiéramos que es una estrella la que gira en las condiciones de aquel observador, no aparecería aberración alguna. La aberración astronómica prueba, entonces, que es la Tierra y no las estrellas la que experimenta cambios en la velocidad. El ángulo de aberración es una función de la velocidad relativa, pero *el fenómeno de la aberración astronómica depende única y exclusivamente del movimiento acelerado del observador.* Sea S un sistema inercial; por ejemplo, el sistema de las estrellas fijas de la mecánica clásica. Supongamos otro sistema S' que cumpla, con respecto al primero, el movimiento:

$$x = A \operatorname{sen} \omega t.$$

En el sistema S se encuentra una estrella (o un foco luminoso lejano) que envía luz en la dirección del eje y. Si en S' se encuentra un observador, verá a la estrella cumplir el movimiento angular:

$$\alpha = \frac{v}{c} = \frac{A \omega}{c} \cos \omega t.$$

La amplitud de este movimiento es $\frac{A \omega}{c}$, independiente de la distancia d a que se encuentra el foco luminoso (prescindiendo de la paralaje). En cambio, si fuera éste el que tuviera aquel movimiento, la amplitud angular observable valdría $\frac{A}{d}$. Si suponemos que ambos, estrella y observador, se mueven, lo único que ocurre es que los dos efectos se superponen. Puede una estrella

moverse en igualdad de fase que la Tierra; la aberración astronómica se observará para ella igual que para las demás.

Puede llamar la atención que, tratando un problema dentro del marco de la teoría de la relatividad, haya que apelar al sistema inercial de referencia de la mecánica clásica. Al mismo sistema habría que recurrir para explicar muchísimas otras cosas: el experimento del péndulo de Foucault, por ejemplo. Es que estamos todavía dentro de la relatividad restringida, la que hace equivalentes entre sí *sólo* a los sistemas en traslación rectilínea y uniforme.

Para concederle a los observadores, tales como el de S' de nuestro último ejemplo, el derecho a considerarse en reposo, si así lo desean, Einstein extendió, en 1914, su teoría de la relatividad a los movimientos acelerados. Demasiado lejos nos llevaría entrar ahora a explicar esta segunda revolución, que hizo que imperara en la Física, desde entonces, una total y absoluta democracia entre los sistemas. Para referirnos sólo a nuestro ejemplo, diremos únicamente que si el observador de S' se supone en reposo, verá temblar a todo el universo; semejante temblor es el que origina el campo gravitacional variable, por el cual hasta se balancean los rayos de luz. Naturalmente que ya éstos no se propagan con velocidad constante, ni en línea recta, y la aberración observada se explica ahora por las variaciones de la dirección de la tangente a la curva que sigue el rayo luminoso.

Física superior en forma elemental

Creo que ahora, después del análisis precedente, se habrá interpretado bien qué es lo que entiendo cuando afirmo que conviene elementalizar en lo posible la enseñanza de la Física. El subrayar la conveniencia de examinar casos particulares antes de abordar el problema en su totalidad, no significa, en modo alguno, que se me-

nosprecien con ello las demostraciones generales. Pero, hasta para apreciar la belleza de éstas es necesario y ventajoso "recorrer a pie" algunos trechos del camino, y al regreso detenerse en los mismos lugares que a la ida. Volver, después de estar en posesión de la demostración general, a extraer de ella, como consecuencia, este y aquel caso.

En el clásico libro del célebre físico Laue (premio Nóbel) *Das Relativitätsprinzip,* se da, en sólo una página y pocos renglones más, la teoría general de la aberración, con el agregado de que, simultáneamente, se obtiene la fórmula, aplicable también a todos los casos, del efecto Doppler. Para ello se escribe la ecuación de una onda plana, que se propaga en cualquier dirección en el sistema S. Se aplica la transformación de Lorentz, y se obtiene todo. El cálculo, que no ofrece ninguna dificultad, puede realizarse en menos de una hora. Con ello no se logra entender, sin embargo, la teoría del fenómeno.

En las fórmulas de los dos efectos aparece *la misma velocidad relativa* y, no obstante, uno se esfuma (la aberración astronómica observable) cuando las variaciones de esa velocidad provienen de la fuente.

Ahora estamos en condiciones de afirmar que constituye un grave inconveniente, aunque se llegue a resultados aparentemente correctos, el tratar en forma conjunta el efecto Doppler y la teoría de la aberración *astronómica* de la luz. Desde el tren giratorio de nuestro ejemplo, veríamos a las estrellas, no sólo recorrer aquellas fantásticas elipses de aberración, sino que, además, observaríamos en todas ellas, un periódico cambio de color. Si fueran éstas, en cambio, las que giraran, subsistiría el último efecto, pero habrían desaparecido las elipses.

Para concluir: elementalizar, analizar, disecar y saber, en cada caso, qué es lo que conocemos, y, sobre todo, qué es lo que ignoramos.

ÍNDICE ALFABÉTICO

A

B

C

D

G

H

I

J

K

L

LL

M

N

O

P

T

V

W

Y

Z

La EDITORIAL KAPELUSZ S.R.L.
dió término a esta obra el 8 de
noviembre de 1949, en los talleres
gráficos E. L. Frigerio e Hijo,
Perú 1257, Buenos Aires.

K - 3190



Enseñanza
de la Física
Enrique Loedel

Biblioteca
de Ciencias
de la
Educación
IV